0254-6124/2021/41(6)-954–08 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

CHEN Gaojie, CHANG Lin, LI Jing, YANG Xiubin, YANG Chunlei, LI Yanbo. Configuration keeping control of stereo imaging with dual-satellite following flying formation (in Chinese). *Chin. J. Space Sci.*, 2021, **41**(6): 954-961. DOI:10.11728/cjss2021.06.954

双星跟飞立体成像的构形保持控制*

陈高杰[1,2,3] 常 琳[1,3] 李 静[4]

杨秀彬[1,3] 杨春雷[1] 黎艳博[1,2,3]

1(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 长春 130033)

2(中国科学院大学 北京 100049)

3(中国科学院天基动态快速光学成像技术重点实验室 长春 130033)

4(北京跟踪与通信技术研究所 北京 100094)

摘 要 针对强干扰及输出饱和条件下微小双星立体成像的构形保持问题, 提出一种基于观测器的抗干扰复合控制策略. 根据立体成像双星跟飞运动机理, 建立双星相对运动动力学模型; 设计了一种自适应干扰观测器, 可同时实现系统状态和干扰信息的在线估计, 并采用 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式技术给出观测器存在条件. 采用极点配置方法改善观测器系统的动态性能, 引入指数衰减因子提高控制器的收敛速度. 考虑执行机构的输出饱和特性, 提出一种加权 PD+LQR 反馈与干扰前馈补偿的复合控制策略, 能够抑制未知干扰的影响, 保证系统的动态和稳态性能, 具备双星构形保持控制能力. 仿真结果验证了所提算法的有效性.

关键词 双星编队, 立体成像, PD+LQR 控制, 干扰观测器

中图分类号 V 448

Configuration Keeping Control of Stereo Imaging with Dual-satellite Following Flying Formation

CHEN Gaojie[1,2,3] CHANG Lin[1,3] LI Jing[4]

YANG Xiubin[1,3] YANG Chunlei[1] LI Yanbo[1,2,3]

1(*Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130033)

2(*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049)

3(*Key Laboratory of Space-based Dynamic and Rapid Optical Imaging Technology, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130033)

4(*Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing* 100094)

Abstract Aiming at the configuration maintenance problem of stereo imaging with micro double satellites under strong interference and output saturation, a composite anti-disturbance control strategy combining LQR optimal control and PD control is proposed. According to the relative orbit

* 国家自然科学基金青年科学基金项目资助 (61705222)

2020-09-17 收到原稿, 2021-05-26 收到修定稿

E-mail: 1515017759@qq.com

motion mechanism of dual-satellite following flying formation for stereo imaging, the dynamic modeling of relative motion is built with a dynamic analysis of double satellite following formation carried out, and the system motion state equation is obtained. Secondly, an adaptive disturbance observer is designed, which can estimate the system state and disturbance information at the same time. The existence condition of the observer is given by using Lyapunov stability theory and linear matrix inequality. In addition, the pole placement method is used to improve the observer dynamic performance, and the exponential attenuation factor is introduced to improve the convergence speed of the controller. Considering the output saturation characteristics of the actuator, a composite control strategy of weighted PD + LQR feedback and disturbance feedforward compensation is designed to suppress the influence of unknown disturbance and ensure the transient response and steady state performance of the system. Simulation results have verified the effectiveness of the proposed algorithm, which can provide configuration keeping control strategy for dual star stereo imaging.

Key words Two-satellite formation, Stereo imaging, PD + LQR control, Disturbance observer

0 引言

微小卫星遥感成像应用广泛 [1−4]. 利用遥感卫星对目标成像, 获取遥感目标立体像对, 并经信息重构和图像处理后, 可以得到遥感目标的三维立体图像, 这能够区分二维形状相似的目标, 进而拓展遥感卫星的应用范围, 提高图像识别准确度.

卫星编队技术在遥感立体成像应用中得到广泛应用, 相比单星立体成像方式, 双星跟飞立体成像方式利用双星同时对同一目标成像实现立体图像信息的获取, 具有单星结构要求低、成像质量高等优点. 卫星在轨飞行过程中, 会受到地球质量分布不均和非球形、日月三体引力、大气阻力、太阳光压等摄动力的影响 [5,6], 导致编队构形逐渐发生变化, 因此需要进行构形保持控制. Ke 等 [7] 采用 LQR 控制策略, 对卫星编队在轨飞行过程中构形长期保持问题进行研究, 证明了 LQR 控制策略的可行性. Wang 等 [8] 使用比例微分 (PD) 控制方法进行研究, 使双星编队达到期望状态, 通过改变控制律中参数, 分析了控制性能和能量消耗情况. Xing 等 [9] 为解决卫星编队在摄动力干扰下易发散的问题, 提出一种改进线性二次型调节器 (LQR) 的构形保持控制策略, 利用摄动力误差最大界限范围, 对经典的线性二次型调节器控制方法进行改进, 提高了卫星编队构形保持控制时的鲁棒性. 针对空间环境对卫星编队多重干扰的情况, Lee[10] 提出一种结合非线性扰动观测器与渐近跟踪控制的复合控制策略, 仿真结果表明, 存在干扰的情况下, 提出的复合控制器可以显著增强干扰衰减能力, 鲁棒性和位置控制精度得到有效改善. Wang 等 [11] 采用平均相对速度表示构形漂移率, 并引入平均相对加速度, 将摄动下控制点的相对运动简化为匀变速直线运动, 提出一种解析控制策略. Starin 等 [12] 使用标准 LQR 控制器, 研究了无径向推力的卫星编队控制, 仿真结果表明, 无径向控制推力控制器可以为编队飞行提供构形保持控制, 使编队卫星迅速恢复原始位置. Cui 等 [13] 采用 LQR 控制理论对 J_2 摄动下的编队构形保持进行研究, 通过仿真证明 LQR 控制器可以较快消除编队卫星位置误差, 使编队卫星回归期望位置. Lee[14] 将空间环境和不确定质量对航天器的多重扰动视为未知的外部扰动, 提出一种非线性扰动观测器与渐近跟踪控制相结合的复合控制方法, 通过前馈估计和补偿, 提高了航天器编队系统的抗干扰能力, 实现了鲁棒跟踪控制. YAO[15] 设计了干扰观测器对系统不确定性和外部干扰进行精确估计, 并增加前馈补偿, 对系统进行控制, 增强了控制器的控制精度和鲁棒性.

本文针对同轨双星跟飞立体成像构形保持问题, 考虑卫星运行过程中受到多种摄动力和未知扰动, 建立包含未知干扰项的双星跟飞编队动力学方程. 然后增广干扰变量为系统状态, 设计一种自适应干扰观测器 (Adaptive Disturbance Observer, ADO) 估计系统干扰, 并利用 H_∞ 优化理论, 进一步抑制干扰估计误差对干扰重构性能的影响. 同时, 采用 Lyapunov 稳定性理论证明观测器误差系统的稳定性和收敛性,

利用线性矩阵不等式技术 (Linear Matrix Inequality, LMI) 给出精确的观测器增益和干扰估计增益. 最终, 基于干扰前馈补偿控制思想, 提出一种编队构形保持抗干扰复合控制策略, 通过引入的自适应权重函数可以实现控制器的动态调节. 仿真结果表明, 所提算法兼顾了 PD 控制策略的稳态性能和 LQR 控制策略动态性能, 并对未知干扰具有较好的鲁棒性.

1 双星跟飞编队动力学模型

根据双星立体成像需求, 同轨双星跟飞编队相对运动系统构形设计如图 1 所示, 由一颗参考星和一颗跟随星组成, 以预定的编队构形运行在同一太阳同步轨道上. 两星沿卫星飞行方向相隔一段距离, 呈前后跟随状态保持立体成像期望构形, 可同时对地面目标进行遥感成像.

基于地心惯性坐标系和轨道坐标系 (Hill 坐标系), 建立参考星–跟随星三维空间动力学模型, 如图 2 所示. 假设卫星运动轨道为圆轨道, 将卫星视为质点, 分别建立参考星和跟随星的动力学方程如下:

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{m}} = -\mu\frac{\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{m}}^3} + \boldsymbol{f}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{m}}, \tag{1}$$

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{s}} = -\mu\frac{\boldsymbol{r}_{\mathrm{s}}}{r_{\mathrm{s}}^3} + \boldsymbol{f}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{s}}. \tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}$ 和 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{s}}$ 分别为参考星和跟随星相对地心的位置矢量, $\boldsymbol{f}_{\mathrm{m}}$ 和 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}$ 分别为地球非球形等摄动力对参考星和跟随星带来的加速度, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}$ 和 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}$ 分别为控制力对参考星和跟随星产生的加速度, μ 为地球引力常数, 取 $\mu = 398\,600\,\mathrm{km{\cdot}s^{-2}}$.

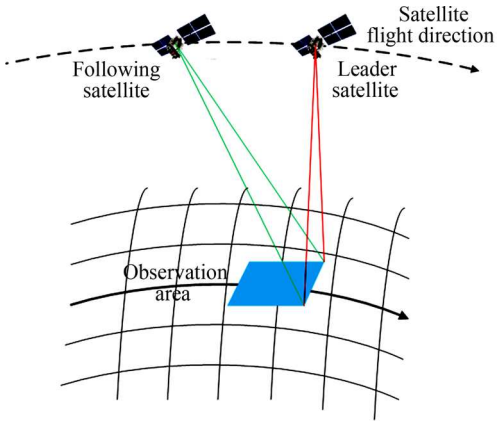


图 1 双星立体成像构形

Fig. 1 Configuration of stereo imaging with double satellites

式 (1) 与式 (2) 相减, 得到相对运动动力学方程

$$\ddot{\boldsymbol{\rho}} = \ddot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{s}} - \ddot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{m}} = \mu\left(\frac{\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{m}}^3} - \frac{\boldsymbol{r}_{\mathrm{s}}}{r_{\mathrm{s}}^3}\right) + \boldsymbol{f}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{f}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}. \tag{3}$$

其中, $\boldsymbol{\rho} = [x, y, z]^{\mathrm{T}}$ 为跟随星相对参考星的位置矢量.

将式 (3) 转换到参考星轨道坐标系, 有

$$\ddot{\boldsymbol{\rho}} + 2\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{\rho}} + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\rho}) + \dot{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{\rho} = \mu\left(\frac{\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{m}}^3} - \frac{\boldsymbol{r}_{\mathrm{s}}}{r_{\mathrm{s}}^3}\right) + \boldsymbol{f}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{f}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}. \tag{4}$$

其中, $\boldsymbol{\omega}$ 为卫星编队轨道角速度, 当参考星轨道为圆轨道时, 参考星的轨道角速度为常值, 即 $\boldsymbol{\omega} = [0 \quad 0 \quad n]^{\mathrm{T}}$, $\dot{\boldsymbol{\omega}} = [0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$, 可得到如下分量形式:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = f_x + u_x, \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = f_y + u_y, \\ \ddot{z} + n^2z = f_z + u_z. \end{cases} \tag{5}$$

其中, $n = \sqrt{\mu/r_{\mathrm{m}}^3}$ 为参考星轨道角速率, f_x, f_y, f_z 分别为摄动力 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{f}_{\mathrm{m}}$ 在轨道坐标系下的 3 个坐标轴分量; u_x, u_y, u_z 分别为控制力 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}$ 在轨道坐标系下的 3 个坐标轴分量.

定义系统状态变量 $\boldsymbol{X}(t) = [x \quad y \quad z \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^{\mathrm{T}}$ 为三轴相对位置和速度, 期望运动状态 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}}$; $\boldsymbol{Y}(t) = [x \quad y \quad z]^{\mathrm{T}}$ 为系统输出, 期望输出 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{d}}$; 可以得到双星编队相对运动误差状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\zeta}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{d}(t), \\ \boldsymbol{\eta}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\zeta}(t). \end{cases} \tag{6}$$

其中, $\boldsymbol{d}(t)$ 表示外部干扰, $\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}} = \boldsymbol{B}$ 表示干扰分布矩

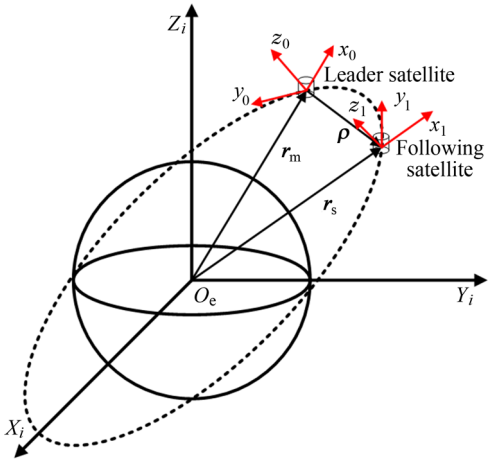


图 2 参考星–跟随星编队运动模型

Fig. 2 Formation model of reference satellite and following satellite

阵, $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 为状态跟踪误差, $\boldsymbol{\eta}(t)$ 为测量输出残差, 有

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} & \boldsymbol{0}_3 & & & \boldsymbol{I}_3 & \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_3\\ \boldsymbol{I}_3\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{C}=[\,\boldsymbol{0}_3\quad \boldsymbol{I}_3\,],$$

$$\boldsymbol{\zeta}=\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}_{\rm d},\quad \boldsymbol{\eta}=\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{Y}_{\rm d}.$$

针对卫星编队飞行过程中, 受摄动力等因素影响, 星间距离逐渐发生变化, 状态跟踪误差 $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 逐渐增大, 表现为双星跟飞编队偏离预设构形, 需设计合理的控制策略, 使编队恢复预设构形.

基于上述模型, 给出以下合理假设.

假设 1 外部干扰是时变可微信号, 且范数有界, 满足 $\|\boldsymbol{d}(t)\|\leqslant\sigma$, $\sigma\geqslant 0$.

假设 2 系统式 (6) 可观测.

假设 1 要求干扰能量有限, 这符合实际情况, 也普遍出现在很多现有研究中 [16,17]. 假设 2 保证了观测器系统存在.

这里给出本文需要用到的引理.

引理 1[18] 给定矩阵 $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}$ 的全部特征值均位于圆形稳定域 $O(o,r)$, 当且仅当存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{Q}$, 使得

$$\begin{bmatrix}-\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{A}-o\boldsymbol{I})\\ \boldsymbol{\Gamma} & -r^2\boldsymbol{Q}\end{bmatrix}<0.$$

其中, o 与 r 分别为圆形稳定域的圆心与半径, $\boldsymbol{\Gamma}$ 表示由矩阵的对称性得到的矩阵块.

2 自适应干扰观测器设计

基于式 (6), 设计如下自适应干扰观测器:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{\zeta}}}(t)=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{\zeta}}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{L}[\boldsymbol{\eta}(t)-\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)]+\boldsymbol{B}_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(t),\\ \boldsymbol{\eta}(t)=\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{\zeta}}(t),\\ \dot{\hat{\boldsymbol{d}}}(t)=\boldsymbol{F}\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(t).\end{cases}\tag{7}$$

其中, $\hat{\boldsymbol{\zeta}}(t)$ 为估计状态, $\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)$ 为估计输出, $\hat{\boldsymbol{d}}(t)$ 为估计干扰, $\boldsymbol{L}$ 为观测器增益, $\boldsymbol{F}$ 为干扰估计增益, $\boldsymbol{L}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 为待设计参数.

定义如下变量:

$$\begin{cases}\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{\zeta}(t)-\hat{\boldsymbol{\zeta}}(t),\\ \boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{\eta}(t)-\hat{\boldsymbol{\eta}}(t),\\ \tilde{\boldsymbol{d}}(t)=\boldsymbol{d}(t)-\hat{\boldsymbol{d}}(t).\end{cases}\tag{8}$$

其中, $\boldsymbol{e}(t)$, $\boldsymbol{r}(t)$, $\tilde{\boldsymbol{d}}(t)$ 分别表示状态估计误差、输出估计残差、干扰估计误差.

由式 (6) 和 (7), 得到动态误差系统为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{e}}(t)=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{C})\boldsymbol{e}(t)+\boldsymbol{B}_{\rm d}\tilde{\boldsymbol{d}}(t),\\ \boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(t),\\ \dot{\tilde{\boldsymbol{d}}}(t)=\dot{\boldsymbol{d}}(t)-\boldsymbol{F}\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(t).\end{cases}\tag{9}$$

式 (9) 的增广状态方程形式为

$$\begin{cases}\dot{\bar{\boldsymbol{e}}}(t)=(\bar{\boldsymbol{A}}-\bar{\boldsymbol{L}}\bar{\boldsymbol{C}})\bar{\boldsymbol{e}}(t)+\bar{\boldsymbol{B}}_{\rm d}\bar{\boldsymbol{d}}(t),\\ \boldsymbol{r}(t)=\bar{\boldsymbol{C}}\bar{\boldsymbol{e}}(t).\end{cases}\tag{10}$$

其中, $\bar{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}_{\rm d}\\ 0 & 0\end{bmatrix}$, $\bar{\boldsymbol{B}}_{\rm d}=\begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}$, $\bar{\boldsymbol{L}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}\\ \boldsymbol{F}\end{bmatrix}$, $\bar{\boldsymbol{C}}=[\boldsymbol{C}\quad 0]$, $\bar{\boldsymbol{e}}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}(t)\\ \tilde{\boldsymbol{d}}(t)\end{bmatrix}$, $\bar{\boldsymbol{d}}(t)=\dot{\boldsymbol{d}}(t)$.

对式 (10) 进行拉氏变换, 得到

$$\begin{cases}\bar{\boldsymbol{e}}(s)=\boldsymbol{G}_{\bar{e}\bar{d}}(s)\bar{\boldsymbol{d}}(s),\\ \boldsymbol{G}_{\bar{e}\bar{d}}(s)=[s\boldsymbol{I}-(\bar{\boldsymbol{A}}-\bar{\boldsymbol{L}}\bar{\boldsymbol{C}})]^{-1}\bar{\boldsymbol{B}}_{\rm d}.\end{cases}\tag{11}$$

可知, 估计误差 $\bar{\boldsymbol{e}}(t)$ 与未知外部干扰变化率 $\dot{\boldsymbol{d}}(t)$ 有关, 且存在传递函数 $\boldsymbol{G}_{\bar{e}\bar{d}}(s)$ 关系.

定理 1 考虑式 (6) 和式 (7), 如果存在观测器增益矩阵 $\boldsymbol{L}$, 干扰估计增益矩阵 $\boldsymbol{F}$, 常数 $r>0$, 当且仅当存在矩阵 $\boldsymbol{Y}$, 对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}$, 使得

$$\begin{bmatrix}\langle\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{A}}-\boldsymbol{Y}\bar{\boldsymbol{C}}\rangle_{\rm s}+\boldsymbol{I} & \boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{B}}_{\rm d}\\ \boldsymbol{\Gamma} & -\gamma^2\end{bmatrix}<0,\tag{12}$$

$$\begin{bmatrix}-\boldsymbol{P} & \boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{A}}-\boldsymbol{Y}\bar{\boldsymbol{C}}-o\boldsymbol{P}\\ \boldsymbol{\Gamma} & -r^2\boldsymbol{P}\end{bmatrix}<0.\tag{13}$$

则式 (9) 渐进稳定, 增益矩阵 $\bar{\boldsymbol{L}}=\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y}$, $\bar{\boldsymbol{A}}$ 的全部特征值被配置在稳定域 $O(o,r)$, 且满足 H_∞ 性能指标 $\|\boldsymbol{G}_{\bar{e}\bar{d}}(s)\|_\infty\leqslant\gamma$.

证明 选取 Lyapunov 函数为

$$\boldsymbol{V}(t)=\bar{\boldsymbol{e}}^{\rm T}(t)\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{e}}(t).\tag{14}$$

显然, $\boldsymbol{V}(t)$ 是正定的. 式 (14) 对时间的导数为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}(x)=&\dot{\bar{\boldsymbol{e}}}^{\rm T}(t)\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{e}}(t)+\bar{\boldsymbol{e}}^{\rm T}(t)\boldsymbol{P}\dot{\bar{\boldsymbol{e}}}(t)=\\ &\bar{\boldsymbol{e}}^{\rm T}(t)\big[(\bar{\boldsymbol{A}}-\bar{\boldsymbol{L}}\bar{\boldsymbol{C}})^{\rm T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}(\bar{\boldsymbol{A}}-\bar{\boldsymbol{L}}\bar{\boldsymbol{C}})\big]\bar{\boldsymbol{e}}(t)+\\ &2\bar{\boldsymbol{e}}^{\rm T}(t)\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{B}}_{\rm d}\bar{\boldsymbol{d}}(t).\end{aligned}\tag{15}$$

考虑 H_∞ 性能指标, 有

$$\|\boldsymbol{G}_{\bar{e}\bar{d}}(s)\|_\infty=\sup_{\omega}\bar{\sigma}[\boldsymbol{G}_{\bar{e}\bar{d}}(j\omega)]<\gamma.\tag{16}$$

其中, $\bar{\sigma}(\cdot)$ 表示矩阵的最大奇异值.

对任意的时间 $T>0$, 考虑

$$J_1=\int_0^T[\bar{\boldsymbol{e}}^{\rm T}(\tau)\bar{\boldsymbol{e}}(\tau)-r^2\bar{\boldsymbol{d}}^{\rm T}(\tau)\bar{\boldsymbol{d}}(\tau)]{\rm d}t.\tag{17}$$

在零初始状态条件下, 有

$$J_1=\int_0^T[\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{e}}-r^2\bar{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{d}}+\dot{V}]\mathrm{d}t-V(t). \tag{18}$$

则 $J_1<0$, 即 $\|\boldsymbol{G}_{\bar{e}\bar{d}}\|_\infty<\gamma$ 的充要条件为

$$\begin{bmatrix}\langle\boldsymbol{P}(\bar{\boldsymbol{A}}-\bar{\boldsymbol{L}}\bar{\boldsymbol{C}})\rangle_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{I} & \boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}}\\ \boldsymbol{\Gamma} & -\gamma^2\end{bmatrix}<0. \tag{19}$$

由引理 1, 将极点配置于给定的圆形稳定域 $O(o,r)$, 可得式 (13) 成立.

注 1 选择不同的稳定域 $O(o,r)$, 可调整系统的暂态性能, 常数 o 与系统的收敛速度相关, 常数 r 与系统的超调量相关, 合适的稳定域 $O(o,r)$ 可保证系统具有快速收敛速度的同时不会出现较大超调量.

3 控制策略设计

3.1 PD 控制策略

PD (Proportional-Derivative) 控制策略是基于期望值和测量值的比例以及微分误差加权和的一种反馈调节控制器. 控制系统可表示为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{pd}}(t)=\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}(t)+\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}(t)}{\mathrm{d}t}. \tag{20}$$

其中, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{pd}}(t)$ 表示 PD 控制输入.

3.2 LQR 控制策略

LQR (Linear Quadratic Regulator) 控制策略是以状态空间表示的线性系统为控制对象, 通过确定状态反馈控制矩阵 $\boldsymbol{K}$, 使目标函数 J_2 最小化的线性二次型性能指标最优控制器 [19]. 基于 LQR 控制策略的双星跟飞立体成像的构形保持控制问题, 即寻找合适的控制函数 $\boldsymbol{u}_{1\mathrm{qr}}(t)$, 使得双星相对距离满足期望要求.

设计目标函数为

$$J_2=\int_0^\infty \boldsymbol{e}^{2\alpha\tau}[\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}(\boldsymbol{\tau})+\boldsymbol{u}_{\mathrm{lqr}}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}_{\mathrm{lqr}}(\tau)]\mathrm{d}t. \tag{21}$$

其中, $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 为对称正定矩阵, 分别表示状态误差和控制输入的权重矩阵; $\alpha\geqslant 0$, 表示指数衰减上限.

存在最优控制律

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{lqr}}=-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t). \tag{22}$$

其中, 状态反馈增益矩阵 $\boldsymbol{K}=\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}$. $\boldsymbol{P}$ 为正定对称矩阵, 通过求解如下 Riccati 微分方程得到, 即

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}+\alpha\boldsymbol{I})+(\boldsymbol{A}+\alpha\boldsymbol{I})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=0. \tag{23}$$

注 2 权重 $\boldsymbol{Q}$ 影响控制过程的响应速度, 即影响系统暂态性能; 权重 R 影响控制过程中系统的能量消耗. 参数 α 表示 LQR 控制系统具有指数稳定性, 即

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}(t)\boldsymbol{e}^{\alpha t}=0. \tag{24}$$

此时, 设计得到的 LQR 控制系统中的状态误差收敛速度快于 $\boldsymbol{e}(t)\boldsymbol{e}^{-\alpha t}$.

3.3 PD+LQR 复合控制策略

PD 控制和 LQR 控制方法均可实现双星跟飞立体成像的构形保持控制, 且 PD 控制具有更好的稳态性能, LQR 控制则具有更好的动态性能和鲁棒性 [20]. 本文综合 PD 与 LQR 两种控制方法的优点, 提出一种基于自适应权重调节的 PD+LQR 反馈控制与干扰前馈补偿的复合控制策略, 工作原理如图 3 所示.

本文所提出的复合控制方法如下:

$$\boldsymbol{u}(t)=[1-\kappa(t)]\boldsymbol{u}_{\mathrm{pd}}(t)+\kappa(t)\boldsymbol{u}_{\mathrm{lqr}}(t)+\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}(t). \tag{25}$$

其中, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{pd}}(t)$ 表示 PD 控制输入, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{lqr}}(t)$ 表示 LQR 控制输入, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}(t)$ 表示前馈补偿控制输入, $\kappa(t)$ 表示自适应权重函数. 考虑执行机构的输出饱和特性, 可得控制器最终输入为

$$u_i(t)=\begin{cases}10\,\mathrm{N}, & u(t)\geqslant 10\,\mathrm{N};\\ u(t), & -10\,\mathrm{N}<u(t)<10\,\mathrm{N},\ i=x,y,z;\\ -10\,\mathrm{N}, & u(t)\leqslant -10\,\mathrm{N}.\end{cases} \tag{26}$$

定义权重函数

$$\boldsymbol{\kappa}(t)=\tanh|k\boldsymbol{e}(t)|. \tag{27}$$

其中, k 表示误差调节增益. $\boldsymbol{e}(t)$ 较大时, $\boldsymbol{\kappa}(t)$ 接近于 1, 控制器以 LQR 控制为主, 系统具有更快的响应速度; $\boldsymbol{e}(t)$ 较小时, $\boldsymbol{\kappa}(t)$ 接近于 0, 控制器以 PD 控制为主, 系统具有更小的稳态误差.

定义前馈补偿控制器

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}(t)=-\boldsymbol{K}_{\mathrm{d}}\hat{\boldsymbol{d}}(t). \tag{28}$$

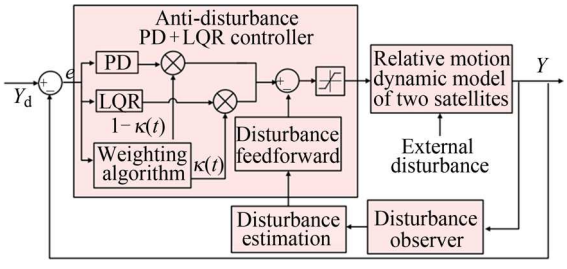


图 3 PD+LQR 控制工作原理

Fig. 3 Principle of PD+LQR controller

其中, $\boldsymbol{K}_{\mathrm{d}}=\boldsymbol{B}^{+}\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}$, $\boldsymbol{B}^{+}$ 表示矩阵的 Moore-Penrose 逆矩阵.

注 3 误差调节增益 k 越小, 随着系统误差 $\boldsymbol{e}(t)$ 收敛, 控制器中由以 LQR 控制成分为主向以 PD 控制成分为主的过渡速度越快. 通过调节增益 k, 可获得一个综合了 PD 控制与 LQR 控制优势的均衡控制策略.

注 4 基于观测器重构的干扰信息, 在控制器中引入干扰前馈补偿项, 可有效抑制未知干扰对控制系统的影响.

4 实验仿真与分析

为了验证 PD+LQR 控制方法在遥感立体成像情况下双星编队构形保持的有效性, 基于系统式 (6), 对 PD, LQR 以及本文复合控制方法三种控制策略开展对比仿真实验与分析. 系统参数设计: 衰减上限 $\alpha=0.6$, 误差调节增益 $k=5$, 极点配置 $O(-60,58)$, 由定理 1 求解得到观测器设计参数

$$\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}29.58 & 0 & 0\\ 0 & 29.58 & 0\\ 0 & 0 & 29.58\\ 482.08 & 0.03 & 0\\ -0.03 & 482.08 & 0\\ 0 & 0 & 482.06\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}3317.08 & -0.26 & 0\\ 0.26 & 3317.08 & 0\\ 0 & 0 & 3317.03\end{bmatrix}.$$

设外界干扰在 x, y, z 轴的分量分别为

$$\begin{cases} d(t)_x=1.0\sin(\pi t)\,\mathrm{N}, & 0\,\mathrm{s}<t<20\,\mathrm{s};\\ d(t)_y=0.5\sin(\pi t)\,\mathrm{N}, & 0\,\mathrm{s}<t<20\,\mathrm{s};\\ d(t)_z=-0.5\sin(\pi t)\,\mathrm{N}, & 0\,\mathrm{s}<t<20\,\mathrm{s}. \end{cases}$$

其他相关参数选取见表 1.

首先不考虑干扰前馈补偿, 图 4~6 分别表示 x 轴控制响应效果输出、y 轴控制响应效果误差、z 轴控制响应效果误差范数, 以 x 轴为代表, 对仿真结果进行分析, 系统响应相关性能指标列于表 2.

由图 4~6 和表 2 可以看出, 三种控制策略均可使编队构形收敛至期望值. 通过对比, 在系统响应的动态过程中 (误差较大时), 本文所提出的控制器以 LQR 控制成分为主, 系统响应速度快、调节时间短; 在稳态过程中 (误差较小时), 所提出的控制器以 PD 控制成分为主, 系统稳态误差小.

为了分析干扰前馈补偿对控制作用的影响, 图 7

表 1 控制器仿真参数设置

Table 1 Controller simulation parameters setting

相关参数	设置值
轨道高度	$h=500\,\mathrm{km}$
仿真时间	$t=30\,\mathrm{s}$
PD 控制参数	$\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}=4.50\times[1\ 0\ 0;0\ 1\ 0;0\ 0\ 1]$ $\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}}=8.15\times[1\ 0\ 0;0\ 1\ 0;0\ 0\ 1]$
LQR 控制参数	$\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}([1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1])$ $\boldsymbol{R}=\mathrm{diag}([1\ 1\ 1])$
PD+LQR 控制参数	PD, LQR 控制对应值 (保证对比试验的公平性)
构形偏离量	Δx=20 m, Δy=10 m, $\Delta z=-10\,\mathrm{m}$
轨道角速率	$n=1.1085\times10^{-3}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$
地球引力常数	$\mu=398\,600\,\mathrm{km^3\cdot s^{-2}}$

表 2 PD, LQR 和 PD+LQR 控制器对比

Table 2 Comparison of PD, LQR and PD + LQR controllers

控制器	上升时间/s	超调量/(%)	调节时间/s	稳态误差/m
PD	3.64	0.85	6.38	0.16
LQR	2.00	1.65	4.00	0.33
PD+LQR	2.01	1.15	4.01	0.23

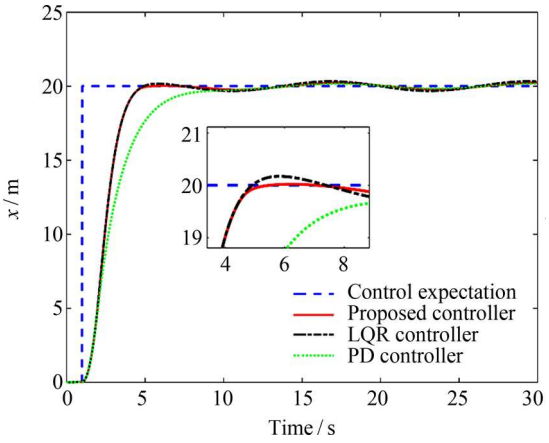


图 4 PD, LQR 和 PD+LQR 控制器的 x 轴控制输出

Fig. 4 Controlled output of x-axis by PD, LQR and PD + LQR controllers

给出了干扰估计情况, 图 8 给出干扰估计误差. 从图 7 和图 8 中可以看出, 相比干扰实际值, 干扰估计误差收敛至很小的范围内, 观测器系统能够实现对强干扰的有效估计. 图 9 和图 10 给出了有无干扰前馈补偿项时本文方法控制效果的对比情况, 加入干扰前

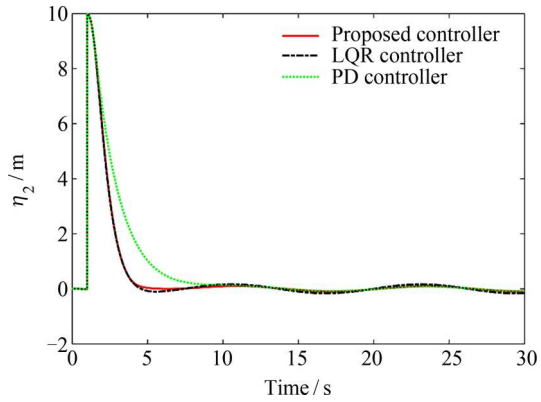


图 5 PD, LQR 和 PD+LQR 控制器的 y 轴控制误差

Fig. 5 Controlled error of y-axis by PD, LQR and PD + LQR controllers

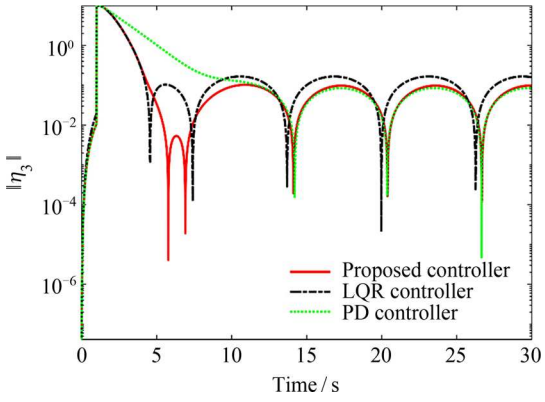


图 6 PD, LQR 和 PD+LQR 控制器的 z 轴控制误差范数

Fig. 6 Controlled error norm of z-axis by PD, LQR and PD + LQR controllers

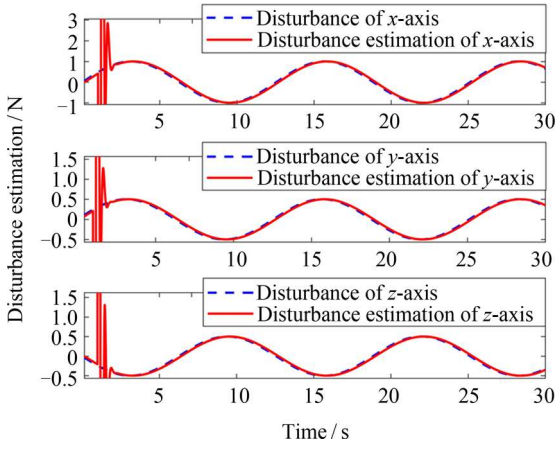


图 7 干扰及其估计

Fig. 7 Disturbance and its estimation

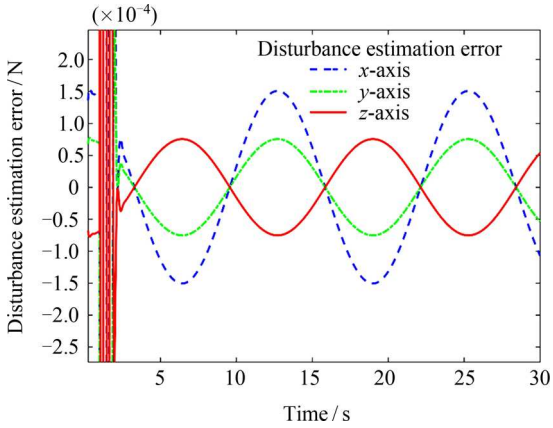


图 8 干扰估计误差

Fig. 8 Disturbance estimation error

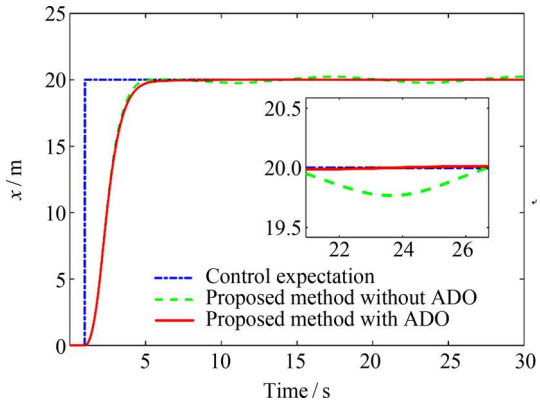


图 9 本文所提方法 x 轴控制输出

Fig. 9 Controlled output of x-axis by proposed method

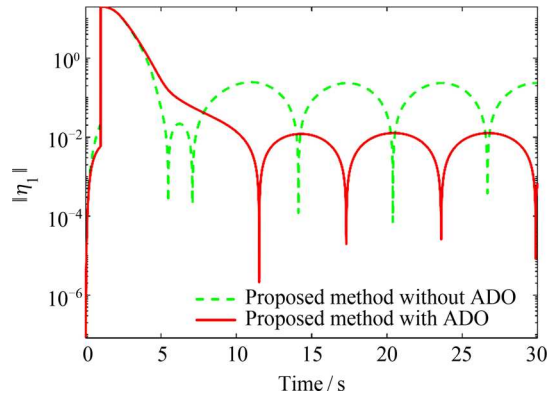


图 10 本文所提方法 x 轴控制误差范数

Fig. 10 Controlled error norm of x-axis by proposed method

馈补偿项后, 系统响应速度加快, 稳态误差减小, 鲁棒性能和控制精度得到提高.

5 结论

以双星立体成像构形保持为研究对象, 针对卫星存在外部摄动力和未知干扰影响的问题, 结合观测器思想和优化理论, 设计了自适应干扰观测器, 对时变干扰进行在线估计. 采用 LMI 技术求解观测器设计参数, 数值稳定性高. 引入的极点配置环节能够提高干扰估计系统与控制系统的收敛速度, 并且降低系统超调量. 然后提出了一种基于前馈补偿 + 反馈的双星编队立体成像构形保持复合控制方法, 在保证一定的稳态性能情况下, 具有良好的动态特性. 其中, 自适应权重函数可动态调节 PD 控制和 LQR 控制的相对控制作用, 降低控制系统的保守性. 增加的前馈补偿项有效增强了系统的鲁棒性. 最后, 通过仿真实例证明该方法能够有效抑制干扰的影响, 实现双星构形保持抗干扰控制.

参考文献

[1] LIN Laixing, ZHANG Xiaolin. Current status and developing trends of nanosatellites formation flying [J]. *Spacecraft Eng.*, 2017, **26**(5): 65-73 (林来兴, 张小琳. 纳型卫星编队飞行技术现状及发展趋势 [J]. 航天器工程, 2017, **26**(5): 65-73)

[2] LIU GuoPing, ZHANG Shijie. A survey on formation control of small satellites [J]. *Proc. IEEE*, 2018, **106**(3): 440

[3] SUN Jun, HUANG Jing, ZHANG Xianliang, *et al.* Dynamics and control of spacecraft formation flying in Earth orbit [J]. *Mech. Eng.*, 2019, **41**(2): 117-136 (孙俊, 黄静, 张宪亮, 等. 地球轨道航天器编队飞行动力学与控制研究综述 [J]. 力学与实践, 2019, **41**(2): 117-136)

[4] SAPTARSHI Bandyopadhyay, GIRI P S, REBECCA Foust, *et al.* A review of impending small satellite formation flying missions [C]//53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting. Kissimmee: AIAA, 2015: 1-17

[5] ZHANG Renwei. Dynamics and Control of Satellite Orbit Attitude [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1998 (章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998)

[6] LI Liang, WANG Hong, LIU Liangyu, *et al.* Development of micro-satellite constellation and formation technologies [J]. *Space Elect. Technol.*, 2017, **14**(1): 13-14 (李亮, 王洪, 刘良玉, 等. 微小卫星星座与编队技术发展 [J]. 空间电子技术, 2017, **14**(1): 13-14)

[7] KE Z, ZHENQI H, MEIBO L. Study on maintaining formations during satellite formation flying based on SDRE and LQR [J]. *Open Phys.*, 2017, **15**(1): 394-399

[8] WANG Yuedong. Research on Two-satellite Formation Control Based on Lyapunov Function [D]. Taiyuan: North University of China, 2017 (王月东. 基于李雅普诺夫函数的双星编队控制研究 [D]. 太原: 中北大学, 2017)

[9] XING Jianjun, YU Yang, WANG Yi, *et al.* Robust control of low earth orbit satellites formation based on improved linear quadratic regulator [J]. *J. Natl. Defense Univ. Sci. Technol.*, 2016, **38**(3): 100-106 (杏建军, 于洋, 王犯, 等. 基于改进线性二次型调节器的近地轨道编队卫星鲁棒控制 [J]. 国防科技大学学报, 2016, **38**(3): 100-106)

[10] LEE D. Nonlinear disturbance observer-based robust control for spacecraft formation flying [J]. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2018, **76**: 1-9

[11] WANG Youliang, ZHENG Jianhua, LI Mingtao. Analytical formation keeping control strategy for microsatellites [J]. *Space Sci.*, 2018, **38**(6): 925-933 (王有亮, 郑建华, 李明涛. 微小卫星编队飞行解析构型维持控制方法 [J]. 空间科学学报, 2018, **38**(6): 925-933)

[12] STARIN S R, YEDAVALLI R K, SPARKS A G. Design of a LQR controller of reduced inputs for multiple spacecraft formation flying [C]//American Control Conference. Arlington: IEEE, 2001: 1327-1332

[13] CUI Wenhao. Research on the Satellite Formation Reconfiguration and Keeping under J_2 Perturbation [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2019

[14] LEE D. Nonlinear disturbance observer-based robust control for spacecraft formation flying [J]. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2018, **76**: 82-90

[15] YAO Junyu. Finite-time Attitude Control for Tethered Satellite System in Deep Space [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016

[16] HU Q L, NIU G L, WANG C L. Spacecraft attitude fault-tolerant control based on iterative learning observer and control allocation [J]. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2018, **75**: 245-253

[17] SHI K K, LIU C, BIGGS J D, *et al.* Observer-based control for spacecraft electromagnetic docking [J]. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2020, **99**: 105759

[18] ZHANG Ke, COCQUEMPOT Vincent, JIANG Bin. Adjustable parameter-based multi-objective fault estimation observer design for Continuous-Time/Discrete-Time dynamic systems [J]. *Int. J. Control Automat. Syst.*, 2017, **15**(3): 1077-1088

[19] ZHANG Siying, GAO Liqun. Modern Control Theory [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2017

[20] MARCELO Dias Pedroso, CLAUDINOR Bitencourt Nascimento, ANGELO Marcelo Tusset, *et al.* A hyperbolic tangent adaptive PID+ LQR control applied to a step-down converter using poles placement design implemented in fpga [J]. *Math. Probl. Eng.*, 2013, **2013**(13): 1