第15卷 第1期 空间科学学报 Vol. 15, No. 1
1995 年 1 月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Jan., 1995

电流片的自发重联与无力场
——磁岛的形成*

李 醒 胡友秋
(中国科学技术大学地球与空间科学系,合肥 230026)

摘 要

采用二维三分量磁流体力学数值模拟方法，研究了线性无力场对电流片的自发重联的影响. 结果表明: 电流片的背景场(无力场)对重联的拓扑位形有重要的影响，当无力场因子达到一定值时,在模拟区域内出现大范围的磁岛，磁岛厚度随时间的发展而增加，而无力场因子较小时则没有磁岛形成. 当无力场因子为零时，即回到普通的位场情形的单X线重联，位场情形磁场拓扑位形与 Scholar 的结果一致.

关键词 磁场重联,无力场

一、引 言

磁重联是空间等离子体中极为重要的物理现象. 日冕中发生的较大尺度的磁场重联将磁能快速释放，会引起太阳耀斑[1,2]，而小尺度的磁场重联可能是日冕加热的重要原因[3].很多作者对稳态重联模型进行了研究.

早期,磁重联过程被认为局限在一个X磁中性线附近很小的区域,重联率很低. 这个困难被 Petschek[4] 解决,他认为X线两边各出现一对慢激波，通过这些慢激波磁能快速地转化为等离子体的动能和热能. 目前，Petschek 模式被普遍接受. 为进一步揭示磁重联过程随时间的演化规律，人们作了大量数值研究. Ugai 和 Tsuda[5], Hayashi 和 Sato[6] 最先开展对磁重联的数值模拟，给出了单X线重联的物理特征. Biskamp[7] 的数值模拟结果显示了 Petchek 模型的主要特征. 李罗权和付竹风[8]的二维不可压缩重联模拟发现,当入流速度增大或模拟区域沿电流片方向加长时,会出现多重X线重联. Jin 和 Ip[9] 用可压缩模型也做出类似结果,发现 R_m 较小时为准稳态重联,当 $R_m > 2000$ 时演化为非稳态的多重X线重联.

以往的工作大都采用位场作为背景场. 对太阳大气来说，由于光球层的剪切和挤压运动,背景磁场通常不是位场,而接近无力场. 因此，研究无力背景场下电流片的重联更加符合太阳活动区的实际情况. 我们已就在电流片触发下的无力场的磁重联过程进行了

* 本文得到中国科技大学青年基金会和中科院天文委员会的资助.
本文于 1994 年 3 月 7 月收到.

数值模拟，并用于解释单环耀斑的产生机制[10]．取背景场为无力场，进一步研究了无力场因子对电流片自发重联的影响．

二、数 值 模 型

不考虑重力，在直角坐标系中，二维三分量可压缩流的 MHD 方程组：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+v_x\frac{\partial \rho}{\partial x}+v_y\frac{\partial \rho}{\partial y}+\rho\frac{\partial v_x}{\partial x}+\rho\frac{\partial v_y}{\partial y}=0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{T}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}+\frac{F}{\rho}\Delta\psi\frac{\partial \psi}{\partial x}+\frac{F}{\rho}B_z\frac{\partial B_z}{\partial x}=0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial T}{\partial y}+\frac{T}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial y}+\frac{F}{\rho}\Delta\psi\frac{\partial \psi}{\partial y}+\frac{F}{\rho}B_z\frac{\partial B_z}{\partial y}=0; \tag{3}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_z}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_z}{\partial y}+\frac{F}{\rho}\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{F}{\rho}\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial B_z}{\partial y}=0; \tag{4}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t}+v_x\frac{\partial \psi}{\partial x}+v_y\frac{\partial \psi}{\partial y}-\chi_m\Delta\psi=0; \tag{5}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t}+v_x\frac{\partial B_z}{\partial x}+v_y\frac{\partial B_z}{\partial y}+B_z\frac{\partial v_x}{\partial x}+B_z\frac{\partial v_y}{\partial y}-\frac{\partial v_z}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial y}\frac{\partial \psi}{\partial x}-\chi_m\Delta B_z=0; \tag{6}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+v_x\frac{\partial T}{\partial x}+v_y\frac{\partial T}{\partial y}+(\gamma-1)T\frac{\partial v_x}{\partial x}+(\gamma-1)T\frac{\partial v_y}{\partial y}-\frac{(\gamma-1)F\chi_m}{\rho}\left[(\Delta\psi)^2+\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)^2\right]=0. \tag{7}$$

式中，ρ、v_x、v_y、v_z、B_z 和 T 分别是无量纲密度，速度的三个分量、磁场 z 分量和无量纲温度，γ 是多方指数，ψ 是磁通量函数，它与磁场的关系为

$$\boldsymbol{B}=\nabla\times(\psi\boldsymbol{e}_z)+B_z\boldsymbol{e}_z, \tag{8}$$

F 及 χ_m 为无量纲常数，其表达式为

$$F=\psi_0^2/(\mu_0\rho_0v_0^2L_0^2), \tag{9}$$

$$\chi_m=\frac{\eta}{\mu_0v_0L_0}=\frac{\sqrt{F}}{R_m}. \tag{10}$$

这里 ψ_0，ρ_0，v_0 和 L_0 是相应物理量的典型值，R_m 是磁雷诺数，μ_0 为真空导磁率，η 为电阻率．初始磁场取为

$$B_y=\cos\alpha x\cdot\frac{x}{|x|},\quad B_z=\sin\alpha x,\quad \omega\leqslant|x|\leqslant1,$$

$$\begin{cases}B_y=\sin\left(\dfrac{\pi x}{2\omega}\right)\cos\alpha x,\\[2ex] B_z=\sin\left(\dfrac{\pi x}{2\omega}\right)\sin\alpha x\cdot\dfrac{x}{|x|},\quad |x|<\omega.\end{cases}$$

相应磁通量函数的初值为

$$\psi=\begin{cases}-\dfrac{1}{\alpha}\sin\alpha x, & \omega\leqslant|x|\leqslant 1,\\ \dfrac{\omega}{\pi+2\omega\alpha}\cos\left(\dfrac{\pi+2\omega\alpha}{2\omega}x\right)+\dfrac{\omega}{\pi-2\omega\alpha}\cos\left(\dfrac{\pi-2\omega\alpha}{2\omega}x\right), & |x|<\omega.\end{cases}$$

在电流片外部（$|x|>\omega$），磁场为线性无力场，无力因子为 α，电流片内部处于磁静平衡态．取等温模式，密度分布为

$$\rho=\begin{cases}1+\dfrac{F}{2}\cos^2\left(\dfrac{\pi}{2\omega}x\right), & |x|<\omega,\\ 1, & \omega\leqslant|x|\leqslant 1.\end{cases}$$

求解域取为 $0\leqslant x\leqslant 1$，$0\leqslant y\leqslant 2.5$，$x$ 方向 21 个格点，y 方向 56 个格点．$x=0$，$y=0$ 为对称边界，顶部和右边边界按近特征边界条件处理，对方程组 (1)—(7) 采用多步隐格式进行数值求解[11]．

有关参数取为 $\gamma=5/3$，$\psi_0=8.43\times10^4\mathrm{Wb/m}$，$\rho_0=1.67\times10^{-9}\mathrm{kg/m^3}$，$T_0=10^5\mathrm{K}$，$v_0=\sqrt{RT_0}=40.7\mathrm{km/s}$，$L_0=10^4\mathrm{km}$，$F=20$，$\chi_m=0.0045$．电流片外的气压磁压比为 0.1．

三、数值结果

磁重联过程与磁雷诺数和无力因子 α 有关．本文固定磁雷诺数（$R_m=1000$），调节无力场因子 α，着重分析 α 对重联过程中磁场拓扑位形的影响．顺便指出，α 的变化不会影响初始磁场强度的大小，即 $|B|$ 与 α 无关．

下面分析 $\alpha=0,\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{5},\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{3}$ 等 5 个算例．图 1 给出了 $t=50t_A$ 时磁力线位形．在同一时刻，磁场位形与背景场无力因子有关．对小无力场因子及位场情形，模拟区域中不出现磁岛，表现为单 X 线重联．当无力因子较大 $\left(\text{如 }\alpha=\dfrac{\pi}{5},\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{3}\right)$ 时，表现为双 X 线重联，模拟区域中央出现大范围的单个磁岛，磁岛的尺寸随时间增长．Scholar[12] 曾模拟了二维电流片的自发重联，本文 $\alpha=0$ 的结果与 Scholar 的结果基本一致；而大无力因子下模拟区域中央出现大范围磁岛，则是本文的新结论．图 2 示出了 $t=50t_A$，$\alpha=0$ 和 $\dfrac{\pi}{4}$ 时，模拟区域内等离子体相对密度增量 $[(\rho-\rho_0)/\rho_0]$ 的等值线．与相应时刻的磁力线图比较可见，高密度的等离子体团大体对应于磁岛区，相应该处的温度也较高．对 $\alpha=\pi/4$ 的情况，磁岛内部出现两个局部密度峰值区，而磁力线不存在相应的局部结构．该局部峰值区正好与 B_x 的谷区对应，这说明：B_x 分量的出现使得密度分布具有更为复杂的结构．

在初始时刻 B_x 为 0．定义磁场的重联率为 $\lg|B_x|_{\max}$，这里 $|B_x|_{\max}$ 为模拟区域中 B_x 的最大绝对值．图 3 给出了重联率随时间的变化与无力因子的关系．从图中可以看出，初期重联率的增长速度大体随无力因子的增加而变快，即大无力因子的背景场有利

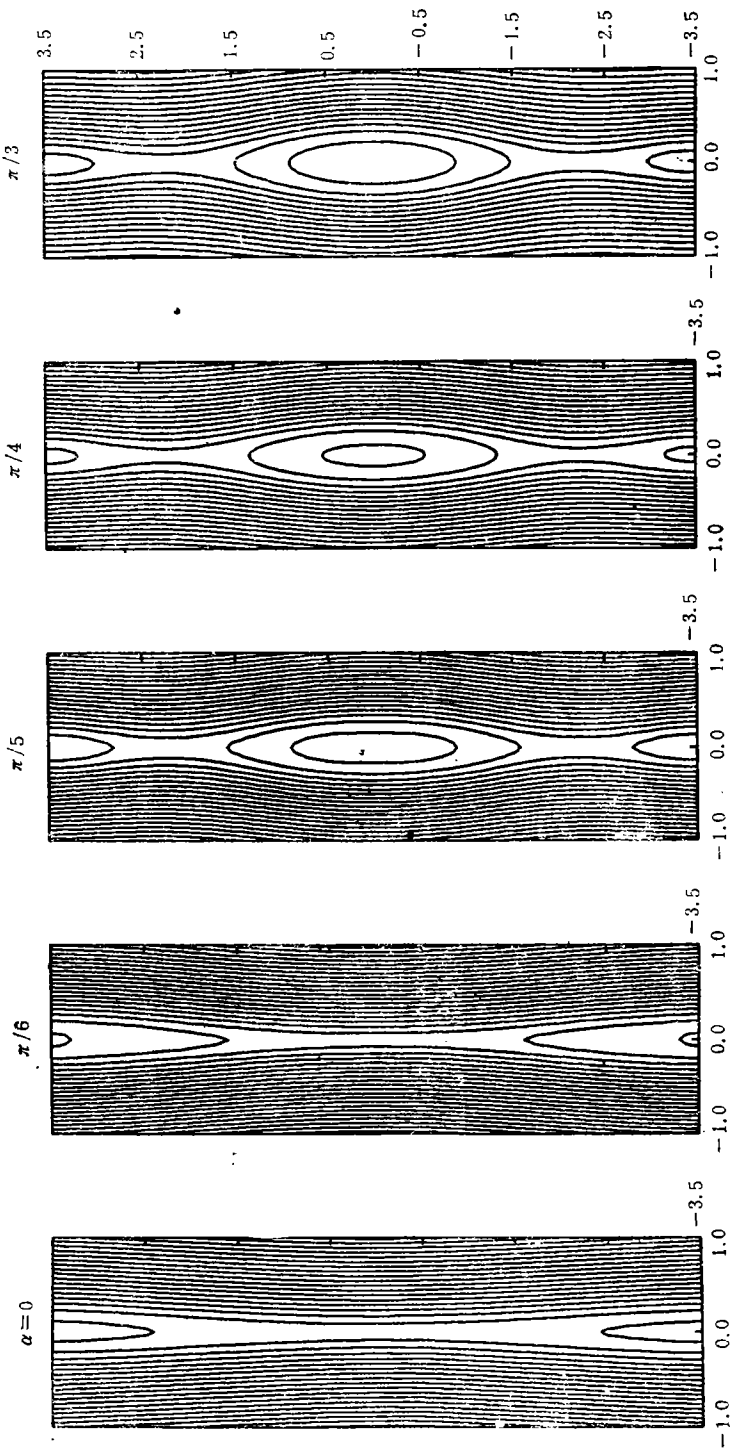


图 1 $t = 50t_A$ 时不同无力因子下 x-y 平面内的磁场位形

Fig. 1 The magnetic field topologies of different force-free factors ($t = 50t_A$)

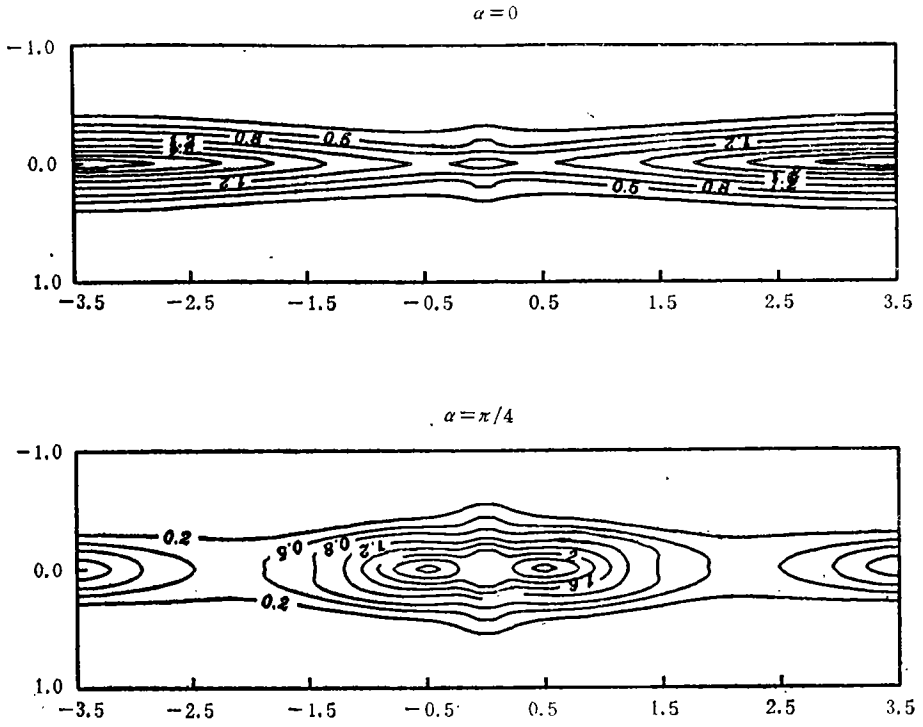


图 2　密度增量等值线 ($t = 50t_A$)

Fig. 2　The contours of relative density enhancement ($t = 50t_A$)

于重联的初始加速. 特别是背景场为无力场时的重联率均大于位场时的重联率，这与我们先前的结论一致[13]. 但是无力因子的大小对重联率的饱和值影响不大. 这一定程度上与边界条件有关. 在 $x = 1$ 处，当 $v_x < 0$ 时，模拟维持 $B_y = \cos\alpha$, $B_z = \sin\alpha$ 不变. 这样做意味着被带入模拟区的磁场不再是无力场，以致当重联过程进行到一定程度模拟区无力场对重联的贡献就停止了. 这也可从 B_z 的变化图上看出来. 图 4 示出了不同时刻 B_z 沿 x 轴 ($y = 0$) 的变化曲线 $\left(\alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{5}\right)$. 初始时刻电流片外 B_z 的梯度较大，与位场 (B_z = 常数) 区别明显. $t = 50t_A$, 电流片外 B_z 已非常均匀，接近常数了，当 $\alpha = \pi/5$ 时，$t = 50t_A$ 的 B_z 在 $x = 0$ 至 0.2 之间时很小，表明磁岛一旦形成，磁岛的 B_z 将大大减弱.

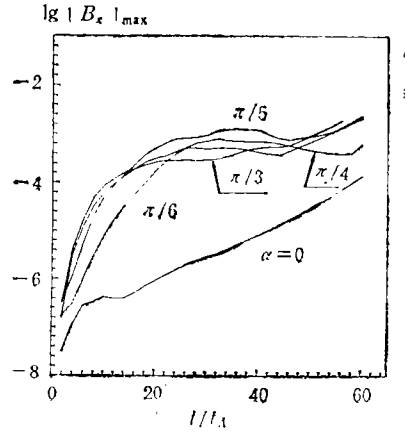


图 3　重联率随时间的变化

Fig. 3　The variation of the reconnection rate as the function of time

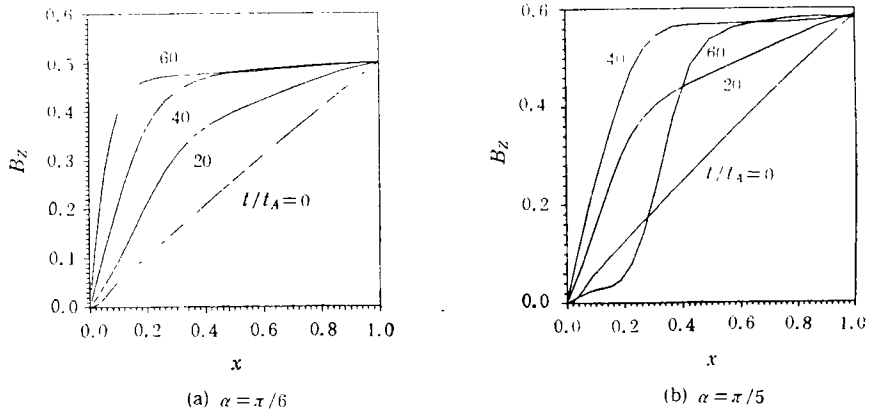


图 4 磁场 B_z 分量沿 x 轴的分布

Fig. 4 The distribution of B_z along x-axis

四、结 论

本文利用二维三分量可压缩磁流体力学模型研究了无力背景场中中性电流片区磁重联过程，展示了无力因子对重联拓扑位形的影响。结果表明，当无力因子 α 大于一定临界值时 ($\alpha_c \approx \pi/6$)，模拟区域中央出现大范围的磁岛，而当 $\alpha < \alpha_c$ 时，则没有磁岛出现。无力场对重联的初始发展有利，对重联起加速作用。但是由于入流边界条件的限制，无力场对重联的加速作用在后期趋于停止。

参 考 文 献

[1] Sturrock, P. A., *IAU Symp.* Vol. **35**, p. 471, 1968.
[2] Kopp, R. A. and G. W. Pneumann, *Solar Phys.*, Vol. **50**, p. 85, 1976.
[3] Parker, E. N., Proc. NASA-Smm Workshop on Coronal and Prominence Plasmas, (Ed. by A. I. Poland), p. 9, 1987.
[4] Petschek, H. E., AAS-NASA Symp. on the Physics of Solar Flares, (Ed. by W. N. Hess), p. 425, 1964.
[5] Ugai, M. and T. Tsuda, *J. Plasma Phys.*, Vol. **17**, p. 337, 1977.
[6] Hayashi, T. and J. Sato, *J. Geophys, Res.*, Vol. **83**, p. 217, 1978.
[7] Biskamp, D., *Phys. Scr.*, Vol. **T2**, P405, 1982.
[8] Fu, Z. F. and L. C. Lee, *J. Geophys. Res.*, Vol. **91**, p. 13373, 1986.
[9] Jin, S. P. and W-H Ip, *Phys. Fluids*, Vol. **B3**, p. 1927, 1991.
[10] 李醒，胡友秋，空间科学学报，第 **12** 卷，第 185 页，1992.
[11] Hu, Y. Q. *J. Comput. Phys.*, Vol. **84**, p. 441, 1989.
[12] Scholar, M., *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, Vol. **62**, p. 51, 1991.
[13] Li, X. and Y. Q. Hu, The Magnetic and velocity Fields of Solar Active Regions, ASP Conf. Series, Vol. **46**, p. 450, 1993.

SPONTANEOUS RECONNECTION OF CURRENT SHEETS AND FORCE-FREE FIELD ——FORMATION OF MAGNETIC ISLANDS

Li Xing　Hu You-qiu

(Department of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

Abstract

Using the multistep implicit scheme, a numerical study was made to reveal the influence of linear force-free field to the spontaneous reconnection of current sheets. It is found that the background field (force-free field) of current sheets can strongly affect the topology of the reconnection. When the force-free factor α reaches a critical value, a big area of magnetic island forms in the simulation domain, and the thickness of the island is an increasing function of times. But if the force-free factor is smaller than the critical value, no islands can be formed. When α is zero, it turns to the common single X line reconnection of potential field. The reconnection topology of the potential field agrees to that of Scholar.

Key words Magnetic reconnection, force-free field