0254-6124/2011/31(5)-653–06 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Li Xiaoyu, Zheng Jianhua, Wu Xia, Gao Dong. Sun polar probe trajectory design based on multi-objective genetic algorithm. *Chin. J. Space Sci.*, 2011, **31**(5): 653-658

基于多目标遗传算法的太阳高纬探测器轨道设计

李小玉[1,2] 郑建华[1] 吴 霞[1] 高 东[1,2]

1(中国科学院空间科学与应用研究中心 北京 100190)

2(中国科学院研究生院 北京 100049)

摘 要 针对太阳高纬度探测器轨道设计任务要求, 研究了基于多目标遗传算法的小推力借力飞行轨道设计方法. 基于圆锥曲线拼接假设, 将探测器轨道分为小推力日心转移轨道段和木星借力飞行轨道段两部分. 在日心转移轨道段, 选择燃料最省为优化目标, 采用标称轨道法设计小推力的推力控制率. 在借力飞行轨道段, 选择借力后日心轨道倾角为优化目标, 对借力飞行的关键参数进行分析. 采用多目标遗传算法对该多目标进行了优化. 结果表明, 多目标遗传算法可以有效地解决轨道设计中的多目标优化问题. 优化得到的小推力控制率不仅可以节省发射能量, 还可以保证借力飞行后探测器能够进入太阳高纬度探测轨道.

关键词 太阳高纬探测, 小推力, 借力飞行, 多目标遗传算法

中图法分类号 V 41

Sun Polar Probe Trajectory Design Based on Multi-objective Genetic Algorithm

LI Xiaoyu[1,2] ZHENG Jianhua[1] WU Xia[1] GAO Dong[1,2]

1(*Laboratory of Space Information and simulation, Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

2(*Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049)

Abstract Solar polar probe is of great importance for space physics and the forecast of space weather, but to reach that goal of high solar inclination needs a huge amount of energy. Thus the trajectory of low-thrust and gravity-assist is often used for the sake of energy. In this paper, Jupiter was chosen to be the gravity-assist planet because of its powerful gravitation and the successful experience of Ulysses Probe launched by NASA. Only interplanetary low-thrust transfer stage and gravity-assist stage were considered and linked according to the patched conic approach at the initial design stage, with Earth escape stage being neglected. Low-thrust trajectory was modeled by the so called nominal trajectory concept with linearization about the Kepler orbit, further being analyzed by optimal control using state transmition matrix. In order to reach the goal of high solar inclination, the gravity-assist at Jupiter was modeled and an adjunct angle was defined to confirm the effect of gravity-assist to reach the high solar inclination. Multi-objective genetic algorithm was applied to optimize the two indices being established for energy saving of low-thrust interplanetary transfer

2010-03-03 收到原稿, 2011-01-20 收到修定稿

E-mail: lixiaoyu@cssar.ac.cn

and the high solar inclination for the Jupiter gravity-assist. Two optimal schemes were chosen from the final population, whose trajectory parameters are analyzed afterwards. Results showed that multi-objective genetic algorithm was compatible to find promising trajectory scheme of low-thrust gravity-assist trajectory to achieve the demands of solar polar probe mission.

Key words Solar polar probe, Low-thrust, Gravity assist, Multi-objective genetic algorithm

1 引言

太阳探测对研究太阳磁场结构、预报空间环境等具有重要意义. 从 20 世纪 70 年代开始, 国际上开展了一系列太阳探测活动, 共发射了 Pioneer10/11, Voyager1/2 等 13 颗探测器. 其中, 1990 年发射成功的 Ulysses 太阳探测器作为首颗太阳高纬度探测器, 为全面深入研究太阳风、太阳磁层结构等提供了大量宝贵的数据 [1]. 太阳高纬探测器往往采用行星借力飞行来减少发射能量, 例如 Ulysses 探测器利用了木星借力, 最终达到了太阳黄纬 80° 左右的轨道. 欧空局计划于 2015 年发射的 Solar Orbiter 太阳探测器也将多次利用金星借力以提高轨道倾角至 34°[2]. 小推力推进系统具有高比冲的特点, 可以极大地减少推进剂消耗量. 近年来, 随着小推力推进系统的发展和完善, 推进器寿命逐渐增长, 比冲进一步增大, 尤其是 Deep Space-1, Hayabusa, SMART-1 等探测任务的成功, 证明了小推力推进技术在深空探测中是可行的, 其具有广泛的应用前景.

将小推力和借力飞行技术相结合, 对太阳高纬探测轨道进行设计与优化. 根据圆锥曲线拼接法, 将探测器轨道分为小推力地球木星转移轨道段和木星借力飞行轨道段. 在小推力地球木星转移轨道段, 选择燃料最省为优化目标; 而在木星借力飞行轨道段, 选择借力后日心轨道倾角为优化目标. 针对这一多目标优化问题, 采用多目标遗传算法对问题进行优化, 最终实现太阳高纬度探测的轨道设计.

2 太阳高纬探测器轨道设计与建模

由于改变探测器轨道倾角需要很大的速度增量, 在太阳系各大行星中, 木星能够提供的引力甩摆作用最大, 选取木星作为借力星体. 考虑到探测器在日心转移轨道飞行的时间远大于在借力天体影响球内飞行的时间, 假设探测器飞入和飞出借力天体影响球是在同一时刻, 即借力飞行是瞬时完成的; 同时, 在轨道初步设计阶段忽略借力天体影响球半径大小. 利用圆锥曲线完成地球到木星的日心转移轨道段与借力飞行段的轨道拼接.

在星际转移阶段, 通过小推力发动机持续推进使得探测器以最佳的位置和速度进入木星影响球进行借力飞行. 不同的轨道段, 设计要求有所不同. 在小推力日心转移轨道段, 要求燃料消耗最少; 在借力天体处, 则要求在合适的相对位置进行借力, 使得借力后探测器的日心轨道倾角最大. 这里将对这两个轨道段分别进行讨论和建模, 得到相应的优化性能指标.

2.1 小推力日心转移轨道

若忽略其他摄动力, 探测器在日心黄道惯性坐标系下的小推力运动方程表示如下:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v}, \\ \dot{\boldsymbol{v}} = -\dfrac{\mu}{r^3}\boldsymbol{r} + \dfrac{T}{m}\boldsymbol{\alpha}. \end{cases} \tag{1}$$

式中, $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{v}$ 分别为探测器位置、速度矢量, 均为 3×1 的列矢量; r 为探测器位置矢量大小, μ 为太阳引力常数; m 为探测器质量; T 为小推力发动机推力; $\boldsymbol{\alpha}$ 为推力方向矢量.

小推力轨道的设计问题一般可以归结为非线性动力学系统在星历约束下的最优控制问题, 通常用数值方法进行求解. 引入标称轨道的概念 [3−4], 将小推力轨道线性化后推导出状态转移矩阵, 进而利用极大值原理分析得到解析的最优控制律. 该方法可以有效克服数值解法收敛性差、计算效率低的缺点, 适用于初始设计阶段的轨道设计优化.

根据 Lambert 定理, 如果始末端的位置矢量 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 及飞行时间和方向已知, 可以确定开普勒日心转移轨道. 考虑到小推力发动机产生的推力加速度很小, 量级一般在 $10^{-4}\sim 10^{-2}\,\mathrm{km/s}$ 之间, 将开普勒轨道视为小推力转移的标称轨道. 定义状态偏差 $\boldsymbol{w}=\boldsymbol{z}-\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{z}=[\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为开普勒轨道状态量. 将小推力轨道在标称轨道附近线性化, 有

$$\dot{\boldsymbol{w}} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{w} + \boldsymbol{\rho}. \tag{2}$$

其中,

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{I}_{3\times3} \\ \boldsymbol{Q}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Q} = \frac{\mu}{r^5}[3\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r} - r^2\boldsymbol{I}_{3\times3}],$$

$$\boldsymbol{\rho} = \left[\boldsymbol{0}_{1\times3}, \quad \frac{T}{m}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$$

为小推力控制加速度. 状态偏差边界条件

$$\boldsymbol{w}_1 = \boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{z}_1, \quad \boldsymbol{w}_2 = \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{z}_2.$$

根据线性系统理论中状态转移矩阵的性质, 并考虑到开普勒轨道独立积分的特性, 可以推导出如下系统状态转移矩阵的解析形式:

$$\boldsymbol{\Phi}(t,t_1) = \boldsymbol{K}^{-1}(t)\boldsymbol{K}(t_1), \quad t_1 \leqslant t \leqslant t_2; \tag{3}$$

$$\boldsymbol{K}(t) = [\,\boldsymbol{M} \quad \boldsymbol{N}\,] =$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{s}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{k}_1^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{s}_2^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{k}_2^{\mathrm{T}} \\ \mu(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{k}_1)^{\mathrm{T}}/r^3 + \boldsymbol{A} & (\boldsymbol{\beta}_1\times\boldsymbol{h})^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{C} \\ \mu(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{k}_2)^{\mathrm{T}}/r^3 + \boldsymbol{B} & (\boldsymbol{\beta}_2\times\boldsymbol{h})^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{D} \\ \mu\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}/r^3 & \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} \\ -3\mu\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\Delta t/r^3 + \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} & 2\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}} - 3\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\Delta t \end{bmatrix}. \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{L}/\|\boldsymbol{L}\|, \quad \boldsymbol{\beta}_2 = \frac{\boldsymbol{L}\times\boldsymbol{h}}{\|\boldsymbol{L}\|\cdot\|\boldsymbol{h}\|};$$

$$\boldsymbol{s}_i = \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\beta}_i, \quad \boldsymbol{k}_i = \boldsymbol{\beta}_i\times\boldsymbol{r}, \quad i = 1,2;$$

$$\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{s}_1)^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{s}_1)^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{s}_2)^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{D} = (\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{s}_2)^{\mathrm{T}}.$$

这里 $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{h}$ 分别表示标称轨道的 Laplace 矢量和角动量矢量. 根据极大值原理, 构造哈密尔顿函数为

$$H = -\frac{\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}}{2} + \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}\boldsymbol{w} + \boldsymbol{\rho}). \tag{5}$$

式 (5) 中, $\boldsymbol{\lambda} = [\boldsymbol{\lambda}_r^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\lambda}_v^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为 $\boldsymbol{w}$ 对应的共轭状态. 令 $\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{K}(t_1)\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{K}(t_2)\boldsymbol{w}_2$, 根据哈密尔顿函数沿最优轨线的性质可以得到如下最优控制律:

$$\boldsymbol{u}^*(t) = \boldsymbol{N}(t)\left[\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{N}(\tau)\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\tau)\mathrm{d}\tau\right]^{-1}\boldsymbol{\delta}\,. \tag{6}$$

2.2 借力天体处三维建模分析

当探测器以速度 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}^-$ 进入木星影响球后, 小推力发动机关机. 探测器借助木星强大的引力甩摆作用进入太阳高纬探测轨道. 借力后, 探测器日心速度为 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}^+$. 由于借力飞行时间相对于地球木星转移轨道飞行时间很短暂, 可以认为借力飞行过程瞬时完成, 借力前后探测器位置不变, 仅速度方向发生改变.

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{f}}^- = \boldsymbol{r}_{\mathrm{f}}^+ = \boldsymbol{r}_{\mathrm{J}}, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{v}_\infty^- = \boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}^- - \boldsymbol{v}_{\mathrm{J}}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{v}_\infty^+ = \boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}^+ - \boldsymbol{v}_{\mathrm{J}}. \tag{9}$$

其中, $\boldsymbol{r}_{\mathrm{J}}$, $\boldsymbol{v}_{\mathrm{J}}$ 分别为木星的位置和速度矢量. 在木星影响球内, 探测器相对于借力天体的轨道为双曲线超越轨道, 由于相对于借力天体能量守恒, 探测器超越速度 $\boldsymbol{v}_\infty^-$ 和 $\boldsymbol{v}_\infty^+$ 大小不变, 方向改变角度为 γ, 有

$$\|\boldsymbol{v}_\infty^-\| = \|\boldsymbol{v}_\infty^+\| = v_\infty, \tag{10}$$

$$\boldsymbol{v}_\infty^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_\infty^+ = -\cos\gamma v_\infty^2, \tag{11}$$

$$\gamma = 2\arcsin\left(\frac{\mu_{\mathrm{J}}}{\mu_{\mathrm{J}} + r_{\mathrm{p}}v_\infty^2}\right). \tag{12}$$

其中, r_{p} 为双曲线轨道近星点半径, $r_{\mathrm{p}} = R_{\mathrm{J}} + R_{\mathrm{h}}$, R_{J} 这里为木星平均半径, R_{h} 为飞越高度. 为了避免探测器与木星相撞, 飞越高度需要满足以下不等式约束:

$$R_{\mathrm{s}} < R_{\mathrm{h}} < R_{\mathrm{soi}}. \tag{13}$$

其中, R_{s} 为借力星体的大气层厚度; R_{soi} 为木星的影响球半径.

为了确定探测器在木星影响球内的双曲线轨道平面 [4], 引入由 $\boldsymbol{v}_\infty^-$ 与 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{J}}$ 构成的广义平面, 其法线矢量为 $\boldsymbol{n}_i$. 若探测器双曲线轨道平面法线矢量为 $\boldsymbol{n}_\pi$, 易知 $\boldsymbol{n}_i$ 垂直于 $\boldsymbol{v}_\infty^-$, $\boldsymbol{n}_\pi$ 也垂直于 $\boldsymbol{v}_\infty^-$. 于是 $\boldsymbol{n}_\pi$ 可由 $\boldsymbol{n}_i$ 绕 $\boldsymbol{v}_\infty^-$ 转过 η 角得到 (见图 1).

若定义 $\boldsymbol{v}_\infty^-$ 同方向的单位矢量为 $\tilde{\boldsymbol{u}}_i$, 可由 $\tilde{\boldsymbol{u}}_i$ 和 η 形成的四元数转换矩阵 $\boldsymbol{Q}_1$, 有

$$\boldsymbol{Q}_1 = \cos(\eta/2) + \sin(\eta/2)\tilde{\boldsymbol{u}}_i, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{n}_\pi = \boldsymbol{Q}_1 \circ \boldsymbol{n}_i \circ \boldsymbol{Q}_1^*. \tag{15}$$

同理, 设 $\tilde{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{o}}$ 为 $\boldsymbol{v}_\infty^+$ 同方向的单位矢量, $\tilde{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{o}}$ 可表示为

$$\boldsymbol{Q}_2 = \cos(\gamma/2) + \sin(\gamma/2)\boldsymbol{n}_\pi, \tag{16}$$

$$\tilde{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{o}} = \boldsymbol{Q}_2 \circ \tilde{\boldsymbol{u}}_i \circ \boldsymbol{Q}_2. \tag{17}$$

进而可以确定探测器离开超越速度 $\boldsymbol{v}_\infty^+ = \boldsymbol{v}_\infty\tilde{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{o}}$, 根据式 (9) 可以得到借力后探测器的日心轨道速度 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}^+$.

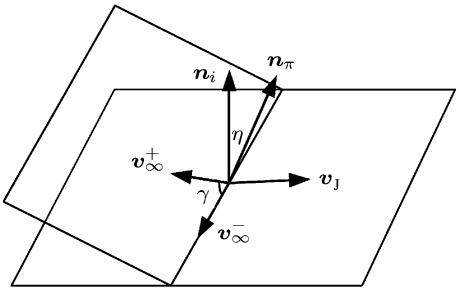


图 1 探测器双曲线超越速度的变化

Fig. 1 Changes of hyperbolic velocity before and after flyby

3 多目标遗传算法

在太阳高纬探测器轨道设计任务中, 探测器轨道由小推力日心转移轨道和借力飞行轨道组成, 每段轨道优化的目标函数不同. 对于小推力转移轨道而言, 节省小推力发动机的燃料消耗是设计的关键指标, 定义目标函数

$$J_1 = \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}\mathrm{d}t. \tag{18}$$

对于木星借力飞行轨道, 借力后探测器的轨道倾角为关键设计指标. 若 $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{r}_\mathrm{f}^+ \times \boldsymbol{v}_\mathrm{f}^+$ 为借力后的日心轨道角动量, $\boldsymbol{H}_z$ 为 $\boldsymbol{H}$ 在日心黄道惯性坐标系中 z 方向的分量. 定义目标函数

$$J_2 = \arc\sin(\boldsymbol{H}_z/\|\boldsymbol{H}\|). \tag{19}$$

设待优化参数矢量为 $\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, R_\mathrm{h}, \eta]^{\mathrm{T}}$, 其中 $\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{v}_\infty$ 为探测器在地球影响球边界的速度, $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_\mathrm{f}^-$ 为探测器到达木星影响球时的速度, R_h 为飞越的安全高度, η 为 $\boldsymbol{n}_\infty$ 与 $\boldsymbol{n}_i$ 之间的夹角. $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2$ 与小推力转移轨道设计直接相关; 而 $\boldsymbol{v}_\mathrm{f}^-$, R_h 和 η 决定了借力飞行的效果.

对于这样的多目标优化问题, 传统的遗传算法是将各个目标函数加权后构成单目标优化问题进行优化. 这样处理虽然减少了目标函数的个数, 但是需要预先确定加权因子, 而个体的适应度函数值对加权因子极为敏感, 合理确定加权因子要求必须对各个性能指标之间的关系非常熟悉 [5]. 另外, 多个目标之间可能存在无法比较或者冲突的现象, 最优加权目标函数得到的结果, 不一定使得所有目标函数都最优.

为了解决这个问题, 多目标遗传算法逐渐成为研究热点. 在有多个目标时, 通常存在一系列无法简单进行相互比较的解. 这类解称为非支配解 (non-dominated solutions) 或 Pareto 最优解, 其特点是, 在改进任何目标函数的同时, 无法保证不削弱至少一个其他目标函数. 多目标优化中, Pareto 最优的思想可以描述为

$$\begin{aligned} &x_i \prec y_i, \quad \forall j \in \{1, 2, \cdots, q\} : f_i(x_i) \leqslant f_j(y_i), \\ &\exists j \in \forall j \in \{1, 2, \cdots, q\} : f_i(x_i) < f_j(y_i). \end{aligned} \tag{20}$$

则称 dominate y_i ($x_i \prec y_i$ 表示 x_i 支配 y_i). 每一个非支配解都是多目标优化问题的一个最优解. 目前, 多目标优化遗传算法中最常用的是 NSGA-II 算法. 具体计算步骤如下.

步骤 1 用常规遗传算法在种群 P 中进行选择、交叉、变异得到新的子代种群 Q.

步骤 2 在父代种群 P 和子代种群 Q 中分析个体之间的支配情况.

步骤 3 将没有被任何其他个体支配的个体定义为非支配解 (non-dominated), 定义其等级为 1; 将其移出, 找到剩下个体中的非支配解, 定义其等级为 2; 以此类推, 直至 P 和 Q 的所有个体都被确定相应的等级.

步骤 4 计算拥挤距离 (crowding distance), 即目标函数空间中某个体与周围个体的性能指标在值域空间的平均距离.

步骤 5 将 P 和 Q 种群中的个体按照其等级划分从低到高划入新种群 R, 其种群规模与 P, Q 相同. 即首先将等级为 1 的个体划入新种群, 如果划入的个体总数没有达到 R 的种群规模, 则将等级为 2 的个体划入, 以此类推, 直到新种群规模达到要求.

步骤 6 从种群 R 中选择得到新的父代种群 P_{i+1}. 从 R 中随机得到两个不同的个体 a_R, b_R, 对其支配等级和拥挤距离进行比较, 选择优胜者组成种群 P_{i+1}.

步骤 7 对 P_{i+1} 进行常规遗传算法的交叉和变异操作, 得到新的子代种群 Q_{i+1}.

重复以上步骤 2 到步骤 7, 直到所有个体都是非支配解后终止. 即可得到非支配解种群, 进而从种群中分析得到较好的结果作为轨道优化方案.

4 计算结果与分析

选择航天器从地球的逃逸时间为 2019 年 2 月 19 日, 到达木星影响球的时间为 2020 年 4 月 22 日, 飞

行时间 428 天, 在计算中使用 DE405 行星星历. 求解 Lambert 问题得到两脉冲转移轨道, 对应位置矢量与地球和木星相同.

为了便于设置待优化参数矢量的取值范围, 将探测器的速度 v_0 和 $v_{\rm f}^-$ 用极坐标形式表示为

$$\boldsymbol{v}_1 = v_1 \left[\sin\phi_1\cos\varphi_1 \quad \cos\phi_1\cos\varphi_1 \quad \sin\varphi_1\right]^{\rm T},$$
$$\boldsymbol{v}_2 = v_2 \left[\sin\phi_2\cos\varphi_2 \quad \cos\phi_2\cos\varphi_2 \quad \sin\varphi_2\right]^{\rm T}.$$

从而设置待优化参数矢量的取值范围

$$\begin{aligned}
&v_1 \in [3, 10]\ {\rm k\cdot ms^{-1}},\\
&\phi_1, \phi_2 \in [-180^\circ, 180^\circ],\\
&\varphi_1, \varphi_2 \in [-10^\circ, 10^\circ],\\
&v_2 \in [8, 16]\ {\rm k\cdot ms^{-1}},\\
&R_{\rm h} \in [10^6, 10^8]\ {\rm km},\\
&\eta \in [-90^\circ, 90^\circ].
\end{aligned}$$

设置多目标遗传算法初始种群数量为 200. 由于各个参数量级相差较大, 且非正整数, 故编码为实数型编码. 另外, 为保证解不会很快陷入局部最优, 选择运算采用轮盘赌 (roulette) 方式, 交叉运算采用启发式算法. 迭代进行到 100 步后运算收敛, 得到优化种群数量为 42, Pareto 的前沿分布如图 2 所示.

对优化种群个体的两项性能指标进行分析, 选择序号为 6 和 16 的两个个体分别作为优化方案 1 和方案 2 进行分析比较, 其性能指标和主要参数列于表 1. 小推力加速度大小和方向的时间历程如图 3~5 所示. 其中, 推力俯仰角 α 定义为推力和速度在轨道面内的夹角, 推力偏航角 γ 定义为推力与轨道面之间的夹角.

从图 3 可以看出, 两个优化方案的小推力加速度均为 $10^{-5}{\rm km\cdot s^{-1}}$ 量级, 推力俯仰角都需要在 243 天附近进行一次 -180° 到 180° 的大幅摆动, 偏航角则变化范围不大, 始终在 $\pm1^\circ$ 以内. 轨道动力学方程积分结果表明, 从地球到木星的日心转移轨道采用小推力发动机持续推进, 不仅可以在一定程度上减小发射能量, 还可以保证探测器以较好的角度进入借力星体影响球进行借力, 实现太阳高纬度探测的轨道设计目标. 图 6 显示了方案 1 的轨道. 方案 2 轨道与其类似. 图中探测器离开地球影响球时速度为 $3.65\,{\rm km\cdot s^{-1}}$, 进入木星影响球时速度为 $16.3\,{\rm km\cdot s^{-1}}$. 在木星借力后, 达到了距黄道面 90° 的太阳高纬探测轨道.

表 1 优化结果的主要参数

Table 1 Optimal schemes and parameters

Result Parameters	Scheme 1	Scheme 2
$J_1/({\rm km^2\cdot s^{-3}})$	9.84×10^{-6}	8.39×10^{-6}
$J_2/(^\circ)$	0	0.04
$v_1/({\rm km\cdot s^{-1}})$	3.65	3.75
$\varphi_1/(^\circ)$	-2.7×10^{-3}	-8.3×10^{-7}
$\phi_1/(^\circ)$	-125.75	-125.81
$v_2/({\rm km\cdot s^{-1}})$	16.29	15.70
$\varphi_2/(^\circ)$	-3.4×10^{-2}	-9.7×10^{-3}
$\phi_2/(^\circ)$	-39.4	-43.0
$R_{\rm h}/{\rm km}$	2.67×10^6	2.94×10^6
$\eta/(^\circ)$	-22.59	-25.75

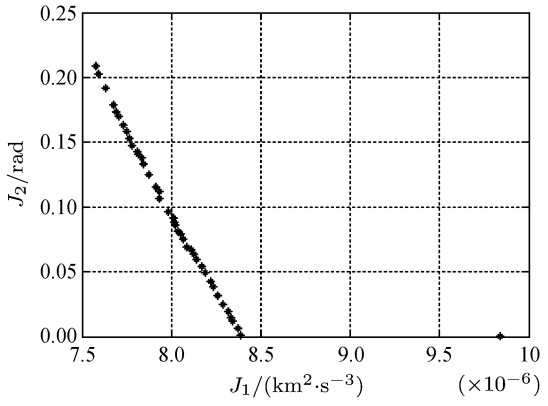


图 2 多目标遗传算法优化结果的 Pareto 前沿

Fig. 2 Pareto front of optimal results by multi-objective genetic algorithm

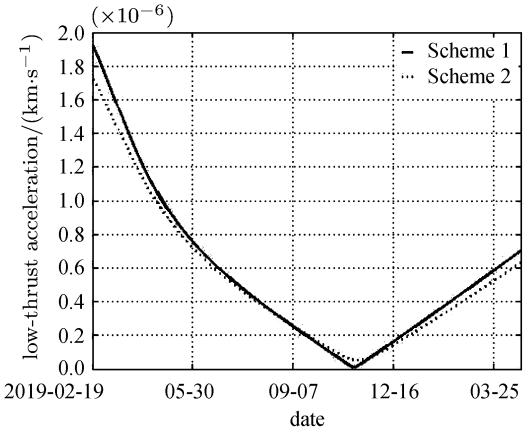


图 3 小推力控制加速度的时间历程

Fig. 3 Low-thrust control acceleration magnitude-time histories

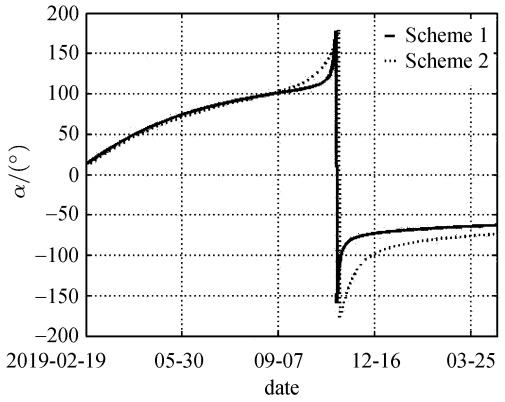


图 4 小推力俯仰角 α 的时间历程

Fig. 4 Pitch angle α-time histories

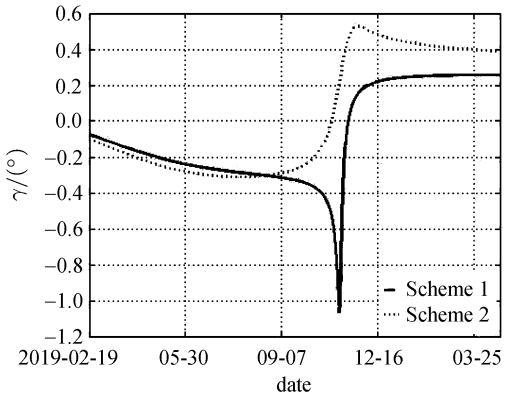


图 5 小推力偏航角 γ 的时间历程

Fig. 5 Yaw angle γ-time histories

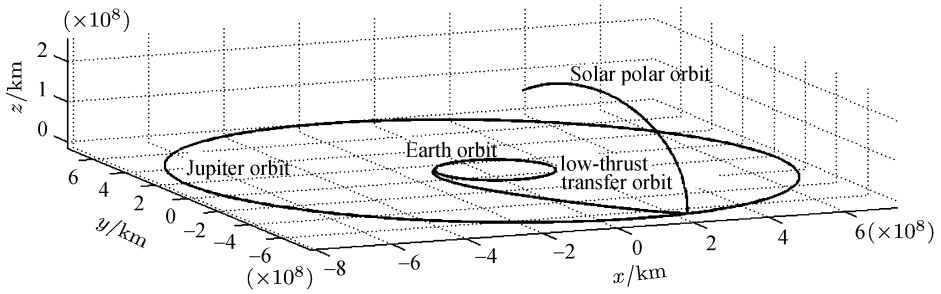


图 6 探测器轨道

Fig. 6 Low-thrust trajectory of spacecraft

5 结论

针对太阳高纬探测器的轨道特点和设计要求, 对小推力转移轨道和木星借力飞行轨道分别进行建模, 得到两个不同的性能指标, 采用多目标遗传算法进行优化设计. 对多目标遗传算法的求解过程和 Pareto 前沿面进行了分析, 并选取较好的个体进一步设计. 优化结果表明, 多目标遗传算法可以较好地实现太阳高纬探测轨道设计的任务目标. 转移轨道采用小推力持续推进, 不仅可以节省发射能量, 还可以保证探测器以较好的角度进入借力天体影响球, 从而实现预期轨道倾角. 目前轨道方案中小推力在整个转移轨道持续作用, 如何通过控制小推力发动机开关机, 减少小推力的作用时间, 并尽量避免推力控制角的大幅度摆动, 以及如何在优化中进一步限制小推力加速度的大小等, 都是未来需要进一步研究的问题.

参考文献

[1] Marsden R G, Smith E J. Ulysses: A summary of the first high-latitude survey [J]. *Adv. Space Res.*, 1997, **6**:825-834

[2] Woch J, Gizon L. The Solar Orbiter mission and its prospects for helioseismology [J]. *Astron. Nach.*, 2007, **4**(3):362-367

[3] Ren Yuan, Cui Pingyuan. Low-thrust trajectory design method based on nominal orbit [J]. *J. Jilin Univ.*: *Eng. Tech. Ed.*, 2006, **6**:998-1002. In Chinese (任远, 崔平远. 基于标称轨道的小推力轨道设计方法 [J]. 吉林大学学报工学版, 2006, **6**:998-1002)

[4] Shang Haibing, Cui Pingyuan. A rapid design method for interplanetary low-thrust transfer trajectory [J]. *Acta Aeron. Astron. Sinica*, 2007, **28**(6):1281-1286. In Chinese (尚海滨, 崔平远. 星际小推力转移轨道快速设计方法 [J]. 航空学报, 2007, **28**(6):1281-1286)

[5] Vasile M, Pascale P D. On the preliminary design of multiple gravity-assist trajectories design [J]. *J. Spacec. Rockets*, 2006, **43**:794-805