0254-6124/2008/28(4)-273-10 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Li Linghan, Chen Tao. Shear rate determination of flow near magnetopause. *Chin. J. Space Sci.*, 2008, **28**(4): 273~282

磁层顶附近流场剪切度的确定*

李凌寒 陈 涛

(中国科学院空间科学与应用研究中心 空间天气学国家重点实验室 北京 100190)

摘 要 磁层顶附近的流场剪切度与磁层顶附近能量转换的程度有关. 很多磁层顶数值模拟用到流场剪切度这个输入参数, 但一直是假设的. 本文利用 Cluster 多卫星同时观测数据及独特的时空分辨功能, 采用线性插值和重心坐标的方法确定了磁层顶附近流场的剪切度. 通过对晨侧和昏侧磁层顶及附近磁层磁鞘流场剪切度的真实空间分布的研究结果表明, 在平静的太阳风条件和地磁条件下磁层顶附近流场剪切度有时也很大, 可达每百公里 330 km/s 的相对速度差. 但在很多情况下流场是弱剪切的, 在上千公里的距离上只有每秒几十公里的相对速度差. 本文确定流场剪切度的方法可以推广用来确定任一位置的流场剪切度.

关键词 磁层顶; 等离子体流; 剪切度

中图法分类号 P 353

Shear Rate Determination of Flow Near Magnetopause

LI Linghan CHEN Tao

(*State Key Laboratory of Space Weather, Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

Abstract Shear rate of flow near magnetopause is related to the degree of energy transfer near magnetopause. Many numerical simulations near magnetopause have to use shear rate of flow as an important input parameter. However, up to now it is still hypothetical and not realistic. By simultaneous multipoint observations of Cluster, using methods of linear interpolation and barycentric coordinates, we have determined shear rate of flow near magnetopause, an observational spatial parameter that can not be obtained until Cluster. Observational spatial distribution of shear rate of flow at dawn side and dusk side of magnetopause, magnetosphere and magnetosheath nearby has been analysed. Data analysis demonstrates that shear rate of flow as large as velocity difference of 330 km/s over the distance of 100 km can exist near magnetopause sometimes even under quiet solar wind and geomagnetic conditions. Under many circumstances shear rate of flow near magnetopause is small, with the spatial velocity difference of dozens of km/s over the distance of 1000 km. The method we have adopted here can be used widely to determine shear rate of flow at any location.

Key words Magnetopause, Plasma flow, Shear rate

---

* 国家自然科学重大基金项目 (40390150), 国家自然科学基金项目 (40774081), 优秀实验室重点基金项目 (40523006) 和 973 重大基础项目 (2006CB806305) 共同资助

2007-12-11 收到原稿, 2008-04-21 收到修定稿

1 引言

流场剪切度是一个很重要的物理量. 在流体力学中, 流场剪切度标志着流体速度在特定空间方向上的不均匀程度, 是流体的粘性相互作用的重要组成部分, 可引起动量传输. 等离子体物理理论分析表明, 等离子体边界两种流体的相对速度剪切可直接引起开尔文-亥姆霍兹不稳定性, 剪切度的大小决定了开尔文-亥姆霍兹不稳定性是否增长. 流场剪切度也是许多瞬态磁场重联发生的重要条件, 如横向剪切流引起的瞬态重联 [1], 涡旋诱发的磁场重联 [2]. 在磁层顶这个活跃的磁鞘和磁层交界区, 由于内外具有不同的等离子体和磁场条件, 流场剪切度更是发挥了关键作用. 它与磁层顶附近能量转换的局部产生, 转换区域的大小, 以及能量转换的快慢有关. 例如, 流场剪切度可以影响重联的快慢程度, 剪切度越大, 磁场重联越快 [1],[2]. 又如, 流场剪切激发的开尔文-亥姆霍兹不稳定性在一定条件下可增长成开尔文-亥姆霍兹涡, 通过开尔文-亥姆霍兹涡太阳风可向地球磁层传输能量、动量和质量. 有很多这方面的数值模拟 [6],[12]~[21], 最近也报道了不少直接观测证据 [3],[4],[14]. 在磁层顶晨昏侧开尔文-亥姆霍兹不稳定性容易增长 [3],[4],[14],[21], 在开尔文-亥姆霍兹涡内可能发生磁场重联, 这样使得磁鞘等离子体进入磁层 [4],[16],[17],[19],[20]; 也可能不发生磁场重联 [3], 可以通过湍流引起等离子体混合和传输 [13],[18]. 流场剪切度是空间物理理论研究中的一个重要条件, 是磁层顶边界层的重要数值参量, 很多数值模型及将来的预报模式都将用到这个输入参数 [1],[2],[5]~[9]. 由于以前没有流场剪切度的实际观测值, 多数理论分析模型使用的流场剪切度一直是基于假设的. 例如, 横向剪切流驱动磁场重联模型用到 v_x 沿 z 方向的变化 [1], 边界条件假设在 z 方向 600 km 的空间尺度上 x 方向的速度有 23 km/s 的变化, 这个 z 方向 600 km 的速度剪切宽度和 x 方向 23 km/s 的速度变化尽管没有观测依据, 但却是影响模拟结果的重要条件. 同样, 涡旋诱发磁场重联模型初始条件用到 v_z 沿 x 方向的变化 [2], 假设沿 x 方向 $5a$ 的空间尺度上, z 方向的速度有 $1.5v_{\rm A}$ 的变化, 其中 a 为设定的单位长度, $v_{\rm A}$ 为设定的初始阿尔芬速度, 这样虽然固定了速度在特定空间距离上的相对变化, 但这些参数并没有根据卫星实际观测数据确定具体数值, 当应用到磁层顶边界层时, 有一定的人为性. 另外, 在研究剪切流对重联层结构影响的数值模拟时, 许多研究者在初始条件的设定中用到了 v_y, v_z 沿 x 方向的变化 [5] 和 v_x 沿 y 方向的变化 [9], 分别假设沿 x 方向初始电流片半宽度 δ 在空间尺度上为 y, 在 z 方向的速度有 v_0(假设的远离边界层的速度) 的变化, 沿 y 方向初始电流片半宽度 δ 在空间尺度上 x 方向的速度有 $1/2(v_{x\rm s}-v_{x\rm m})$ 的变化, 其中, $v_{x\rm s}$ 和 $v_{x\rm m}$ 分别为假设的磁鞘和磁层等离子体沿 x 方向的速度, 这样同样也是固定了初始速度在特定空间距离上的相对变化, 反映的是多方向流场剪切度对重联层结构的影响, 若应用于磁层顶能量传输过程, 必须有实际的空间观测来支持.

Cluster 为得到真实的流场剪切度提供了很好的机会. Cluster 的多卫星联合观测第一次确定了地球空间环境的三维小尺度结构, 并能将空间与时间变化区分开来. 流场剪切度是对流场空间结构的定量描述, 利用 Cluster 的多卫星同时观测数据可以确定流场剪切度这个空间参量的真实数值. 本文利用 Cluster 的多卫星数据发展了计算流场剪切度的方法, 并把这种方法应用到磁层顶附近, 得到了实际的磁层顶附近流场剪切度.

2 数据说明

Cluster 包括 4 颗相同的卫星, 即 Rumba (C1), Salsa (C2), Samba (C3), Tango (C4). 这 4 颗卫星在空间形成一个四面体, 且 4 颗卫星的间距可随科学研究的要求而调整, 变化范围为 200~18 000 km. Cluster 轨道近地点为 $4\,R_{\rm e}$, 远地点为 $19.6\,R_{\rm e}$, 周期为 57 h, 自转周期为 4 s, 倾角为 90° [10].

本文计算流场剪切度主要用到离子谱仪 CIS (Cluster Ion Spectrometer, 提供质子密度、 O^+ 密度、 He^+ 密度、 He^{++} 密度、热离子密度、质子温度、热离子温度、质子速度、热离子速度和 O^+ 速度的数据) 提供的质子速度 4 s 平均的高分辨率数据和 1 min 精度的卫星轨道数据. 还用到 FGM (Fluxgate Magnetometer) 提供的磁场数据和 CIS 的质子密度数据来判断磁层顶的位置.

3 数学方法

Cluster 的 4 颗星构成了一个空间四面体的 4 个顶点. 假设速度场在四面体附近是线性变化的.

根据 4 个顶点测量到的速度值对 Cluster 附近的速度场进行空间线性插值，并对线性插值的速度场求梯度，即可得到剪切度.

采用重心坐标可以很方便地进行线性插值和计算速度场的梯度. 根据文献 [11] 第 14 章的推导，可以得到如下主要结果.

在下面公式中，设 $\boldsymbol{r}$ 为位置矢量， g 为标量，$\boldsymbol{v}$ 为速度矢量，下标 $\alpha,\beta,\gamma,\lambda$ 取 1, 2, 3, 4 分别代表 C1, C2, C3, C4 所在 4 个顶点处的值.

通过线性插值可以得到线性函数：

$$\tilde{g}=\sum_{\alpha=1}^{4}\mu_\alpha g_\alpha. \tag{1}$$

这里

$$\mu_\alpha=1+\boldsymbol{k}_\alpha\cdot(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) \tag{2}$$

为重心坐标，满足

$$\mu_\alpha(\boldsymbol{r}_\beta)=\delta_{\alpha\beta}. \tag{3}$$

可推出

$$\boldsymbol{k}_\alpha=\frac{\boldsymbol{r}_{\beta\gamma}\times\boldsymbol{r}_{\beta\lambda}}{\boldsymbol{r}_{\beta\alpha}\cdot(\boldsymbol{r}_{\beta\gamma}\times\boldsymbol{r}_{\beta\lambda})}. \tag{4}$$

其中，相对位置矢量 $\boldsymbol{r}_{\alpha\beta}=\boldsymbol{r}_\beta-\boldsymbol{r}_\alpha$. 根据式 (2) 可以得出

$$\boldsymbol{k}_\alpha=\nabla\mu_\alpha. \tag{5}$$

由于 $\tilde{g}$ 为线性函数，很容易计算导数. 最终得到

$$\nabla g\approx\nabla\tilde{g}=\sum_{\alpha=1}^{4}\boldsymbol{k}_\alpha g_\alpha. \tag{6}$$

可以类似推出

$$\nabla\boldsymbol{v}\approx\nabla\tilde{\boldsymbol{v}}=\sum_{\alpha=1}^{4}\boldsymbol{k}_\alpha\boldsymbol{v}_\alpha. \tag{7}$$

由于 CIS 没有 C2 的数据，只能得到 C1,C3 和 C4 探测到的质子速度值. 根据 C1, C3 和 C4 这 3 颗卫星的数据能够确定它们所在平面的情况，即利用 C1, C3 和 C4 测量的速度值在它们所确定的平面上进行线性插值，可进一步计算出沿平面内两个正交方向速度的变化率.

我们只需要在 GSE 坐标系下计算沿两个空间方向的速度方向导数. 关键是这两个空间方向矢量的选取最好能具有一定的物理意义. 下面以将要讨论的事例 1 为例来讨论如何合理选取这两个空间方向矢量.

在下面这个穿越昏侧磁层顶的事例 1 中，正好 C1, C3 和 C4 这 3 颗卫星确定的平面与 y 轴方向的夹角很小，而 y 轴方向是很有物理意义的方向，在这个例子中沿 y 方向可看出磁层顶内外速度场的变化情况. 将 y 轴方向投影到该平面，得到一个方向矢量 $\boldsymbol{e}_1$, 这个量几乎与正 y 轴方向一致，可近似看作 y 方向；在该平面内取与 $\boldsymbol{e}_1$ 垂直且与正 x 轴夹角小于 90° 的方向，得到另一个方向矢量 $\boldsymbol{e}_2$, 这个量在 xz 平面内且总是指向正 x 轴方向. $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的数学表达式如下：

$$\boldsymbol{e}_1=\frac{(\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{e}_y)\times\boldsymbol{n}}{|(\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{e}_y)\times\boldsymbol{n}|}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{e}_2=\frac{\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{e}_y}{|\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{e}_y|}. \tag{9}$$

如果 $\boldsymbol{e}_2$ 的 $x<0$, 则取 $\boldsymbol{e}_2=-\boldsymbol{e}_2$. 式 (8) 和式 (9) 中， $\boldsymbol{e}_y=(0,1,0)$, $\boldsymbol{n}$ 为该平面的法线方向矢量,

$$\boldsymbol{n}=\frac{\boldsymbol{r}_{31}\times\boldsymbol{r}_{34}}{|\boldsymbol{r}_{31}\times\boldsymbol{r}_{34}|}. \tag{10}$$

虽然 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 是随时间变化的，但在每一时刻都要按照 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的瞬时方向精确计算, 而且 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 变化很小，可以看作不变. 这样就得出了 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 这两个有用的空间方向矢量，可近似看作 y 轴方向和 xz 平面内倾斜的正 x 轴方向矢量.

根据 C1, C3 和 C4 测到的速度数据可以很方便地推导出速度场沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 这两个空间方向矢量的变化率，也就是速度沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数.

首先看标量 g 沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数. 从 4 颗星出发, 采用空间线性插值的方法, 根据前面得出的梯度表达式 (6), 可以得到方向导数的如下表达式：

$$\boldsymbol{e}_1\cdot\nabla g\approx\boldsymbol{e}_1\cdot\nabla\tilde{g}=\sum_{\alpha=1}^{4}(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{k}_\alpha)g_\alpha, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{e}_2\cdot\nabla g\approx\boldsymbol{e}_2\cdot\nabla\tilde{g}=\sum_{\alpha=1}^{4}(\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{k}_\alpha)g_\alpha. \tag{12}$$

根据式 (4) 可知， $\boldsymbol{k}_2$ 垂直于 C1, C3, C4 确定的平面，而 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 在该平面内，所以

$$\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{k}_2=0, \tag{13}$$

$$\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{k}_2=0. \tag{14}$$

也就是说， C2 数据的系数等于 0, 即不需要 C2 的数据.

根据 3 颗卫星的数据可以推出沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数，有

$$\boldsymbol{e}_1\cdot\nabla g \approx \boldsymbol{e}_1\cdot\nabla\tilde{g} = (\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{k}_1)g_1+(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{k}_3)g_3+(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{k}_4)g_4, \tag{15}$$

$$\boldsymbol{e}_2\cdot\nabla g \approx \boldsymbol{e}_2\cdot\nabla\tilde{g} = (\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{k}_1)g_1+(\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{k}_3)g_3+(\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{k}_4)g_4. \tag{16}$$

上面的推导是在空间反推平面的情况，显然该平面的情况由平面内 3 颗卫星决定，与平面外 C2 无关.

再看速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数. 经过严格的张量运算, 得到形式相似的速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数，有

$$\boldsymbol{e}_1\cdot\nabla\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{k}_1)\boldsymbol{v}_1+(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{k}_3)\boldsymbol{v}_3+(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{k}_4)\boldsymbol{v}_4, \tag{17}$$

$$\boldsymbol{e}_2\cdot\nabla\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{k}_1)\boldsymbol{v}_1+(\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{k}_3)\boldsymbol{v}_3+(\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{k}_4)\boldsymbol{v}_4. \tag{18}$$

这样就可以根据 C1, C3, C4 这 3 颗卫星探测到的速度得到速度场在 Cluster 星座构成的空间区域附近沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 这两个空间方向的方向导数.

由于该方法假设速度场在 Cluster 星座构成的空间区域附近是线性变化的，因此，该方法适用于速度场空间分布变化比较平缓的情况. 当 Cluster 穿越磁层顶时，最好是稳定的单次穿越，且穿越处磁层顶位形接近平面. 在此所分析的多是这类流场分布比较简单的事例.

根据文献 [11] 第 17 章的误差分析，上述方法计算出来的等离子体速度方向导数的误差来源于速度测量误差和卫星位置不精确引起的误差，其中速度测量误差起主要作用，因此这里只考虑速度测量误差引起的误差. 经过类似推导，得到速度方向导数的均方误差表达式为

$$\frac{\delta[\boldsymbol{e}_1\cdot\nabla v]}{|\boldsymbol{e}_1\cdot\nabla v|} = \frac{\sqrt{(\boldsymbol{e}_1\cdot k_1)^2+(\boldsymbol{e}_1\cdot k_3)^2+(\boldsymbol{e}_1\cdot k_4)^2}v}{|\boldsymbol{e}_1\cdot\nabla v|}\frac{\delta v}{v}, \tag{19}$$

$$\frac{\delta[\boldsymbol{e}_2\cdot\nabla v]}{|\boldsymbol{e}_2\cdot\nabla v|} = \frac{\sqrt{(\boldsymbol{e}_2\cdot k_1)^2+(\boldsymbol{e}_2\cdot k_3)^2+(\boldsymbol{e}_2\cdot k_4)^2}v}{|\boldsymbol{e}_2\cdot\nabla v|}\frac{\delta v}{v}. \tag{20}$$

4 事例分析

事例 1

2001 年 12 月 21 日 0348—0355 UT Cluster 从磁层向磁鞘穿越昏侧磁层顶，选取了穿越时间段以及穿越前后各 1 h 的时间段, 分别表示磁层顶、磁层和磁鞘的情况. 穿越磁层顶位置 $(x,y,z)=(2.4\,R_{\rm e},\ 15.2\,R_{\rm e},\ 6.3\,R_{\rm e})$, 穿越磁层顶时 C1 相对于 C3 的间距为 $(-1059.75\,\text{km}, 790.27\,\text{km}, 1797.64\,\text{km})$, C4 相对于 C3 的间距为 $(145.17\,\text{km}, 2667.91\,\text{km}, 537.33\,\text{km})$. 图 1 所示为在 GSE 坐标系下卫星相对于 C3 的间距. 在这个事例中太阳风条件比较平静，行星际磁场 B_z 南向，地磁条件也比较平静， Dst 指数不超过 -20, 没有磁暴发生，所考察的等离子体流速不超过 $300\,\text{km/s}$.

按照式 (8) (9) (10) 计算出的两个空间方向矢量 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 如图 2 所示，图 2 分别给出了 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的 x, y, z 分量随时间的变化. 图 2 上标出了 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 在所取时间段的平均值. 从图 2 可见， $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 在这段时间几乎不变，平均 $\boldsymbol{e}_1=(0.13,0.99,0.09)$, $\boldsymbol{e}_1$ 非常接近正 y 轴方向; 平均 $\boldsymbol{e}_2=(0.56,0,-0.83)$, $\boldsymbol{e}_2$ 在 xz 平面内且指向正 x 轴方向及负 z 方向.

根据式 (17), (18) 计算出的速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数 $\boldsymbol{e}_1\cdot\nabla\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{e}_2\cdot\nabla\boldsymbol{v}$ 随时间的变化取 1 min 平均后的效果如图 3 所示. 平滑后的流场剪切度反映了流场宏观空间变化. 图 3 中两条竖虚线分隔出的区域表示磁层顶，左边区域表示磁层，右边区域表示磁鞘; 上面 3 个数值分别是在磁层、磁层顶、磁鞘 3 个区域的剪切度绝对值平均. 可以看出，在事例 1 中，不同区域的剪切度有不同特点，磁层顶及附近磁层的剪切度明显比附近磁鞘的剪切度大.

表 1 分别给出了磁层区、磁层顶区、磁鞘区流场剪切度绝对值的平均值和最大值. 可以看出，在事例 1 中，磁层区流场不同分量的平均剪切度在 $0.01\sim0.03\,\text{s}^{-1}$ 之间 (以下剪切度的单位均为 s^{-1}), 最大可达 $0.05\,\text{s}^{-1}$ 左右; 磁层顶区流场不同分量的平均剪切度在 0.01~0.04 之间，最大可达 0.05 左右; 磁鞘区流场剪切度平均为 0.003, 最大可达 0.01 左右.

在这个昏侧事例中，磁鞘区的流场平均剪切度为 0.003, 即在 2000 km 的距离上才有每秒几公里的速度差，因此，从大尺度上可以看成是无剪切. 磁

层区的流场平均剪切度为 0.02 左右，即在 2000 km 的距离上有 40 km/s 的速度差，从大尺度上可以看成是弱剪切. 在磁层顶边界层内流场不同分量的平均剪切度在 0.02 左右，从大尺度上也可以看成是弱剪切.

根据式 (19) 和式 (20) 计算流场剪切度的误差，其中 $\frac{\delta v}{v}$ 约为 5%，流场剪切度取 N 点平均后精度可提高 $\sqrt{N}$ 倍. 这个例子最终得到的磁层顶附近

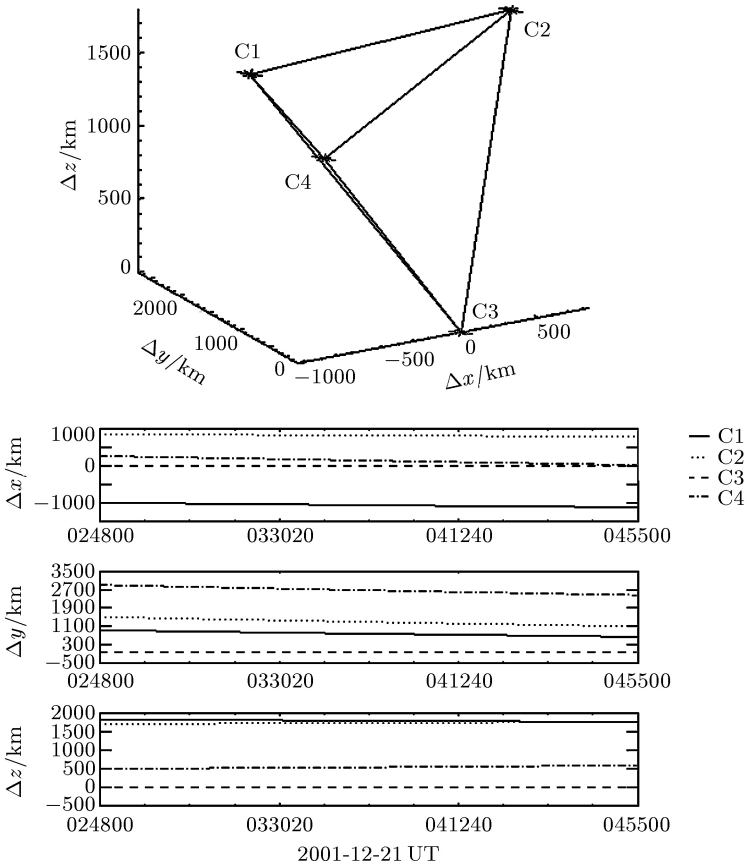


图 1 事例 1 在 GSE 坐标系卫星相对于 C3 的间距

Fig.1 Relative positions of Cluster (reference: C3) in GSE coordinates in case 1

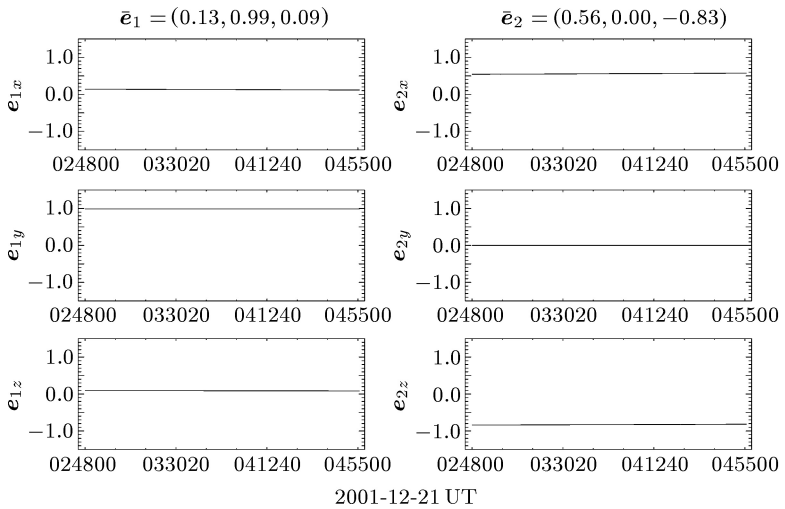


图 2 事例 1 在 GSE 坐标系空间方向 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 随时间的演化

Fig.2 Evolution of $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ in GSE coordinates in case 1

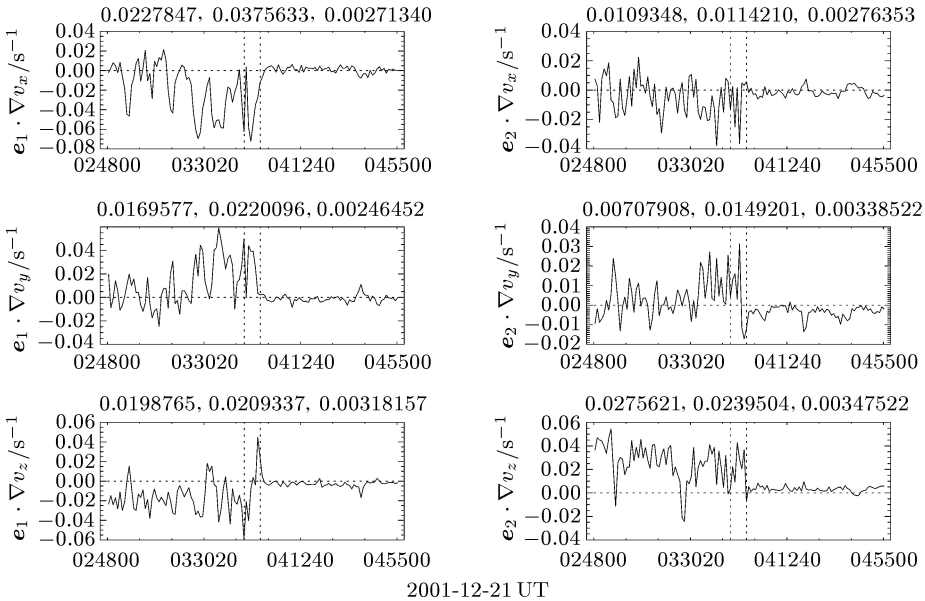


图 3 事例 1 速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数 $\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ 随时间的演化

Fig.3 Evolution of velocity directional derivatives $\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ in case 1

表 1 事例 1 在磁层顶附近不同区域速度方向导数的平均值和最大值

Table 1 Average values and maximum values of shear rate in different regions near magnetopause in case 1

剪切度 /s^{-1}	磁层剪切度平均值	磁层剪切度最大值	磁层顶剪切度平均值	磁层顶剪切度最大值	磁鞘剪切度平均值	磁鞘剪切度最大值
$\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla v_x$	0.023	0.070	0.038	0.072	0.003	0.008
$\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla v_y$	0.017	0.059	0.022	0.044	0.002	0.011
$\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla v_z$	0.020	0.059	0.021	0.045	0.003	0.017
$\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla v_x$	0.011	0.038	0.011	0.037	0.003	0.008
$\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla v_y$	0.007	0.027	0.015	0.031	0.003	0.014
$\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla v_z$	0.028	0.054	0.024	0.043	0.003	0.010

磁层流场剪切度平均值的平均误差约为 2%, 磁鞘流场剪切度平均值的平均误差约为 17%.

事例 2

2002 年 6 月 4 日 0810—0815 Cluster 从磁鞘向磁层穿越晨侧磁层顶, 穿越磁层顶位置 $(x, y, z) = (-3.5\,R_e,\ -13.0\,R_e,\ -8.0\,R_e)$, 穿越磁层顶时 C1 相对于 C3 的间距为 (−6.42 km, 36.95 km, 104.64 km), C4 相对于 C3 的间距为 (34.40 km, −49.38 km, 88.01 km). 图 4 表示了在 GSE 坐标系下卫星相对于 C3 的间距. 在此期间太阳风条件比较平静, 行星际磁场 B_z 南向, 地磁活动也比较平静, Dst 指数为 −27, 没有发生磁暴. 所考察的等离子体流速最高达 500~600 km/s.

两个空间方向矢量 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 如图 5 所示. 平均 $\boldsymbol{e}_1 = (-0.44, 0.90, 0.05)$, 接近正 y 轴方向; 平均 $\boldsymbol{e}_2 = (0.11, 0.00, 0.99)$, 在 xz 平面内非常接近正 z 轴方向. 这样后面的速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数 $\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ 可以看作是速度沿 y 方向和 z 方向的变化情况.

速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数 $\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ 随时间的变化取 1 min 平均后的效果如图 6 所示. 图 6 的两条竖虚线分隔出的区域表示磁层顶, 左边区域表示磁鞘, 右边区域表示磁层, 上面 3 个数值分别是在磁鞘、磁层顶、磁层 3 个区域的剪切度绝对值平均. 在事例 2 中, 磁层的剪切度比磁鞘的剪切度大, 磁层顶的剪切度处于两者之间.

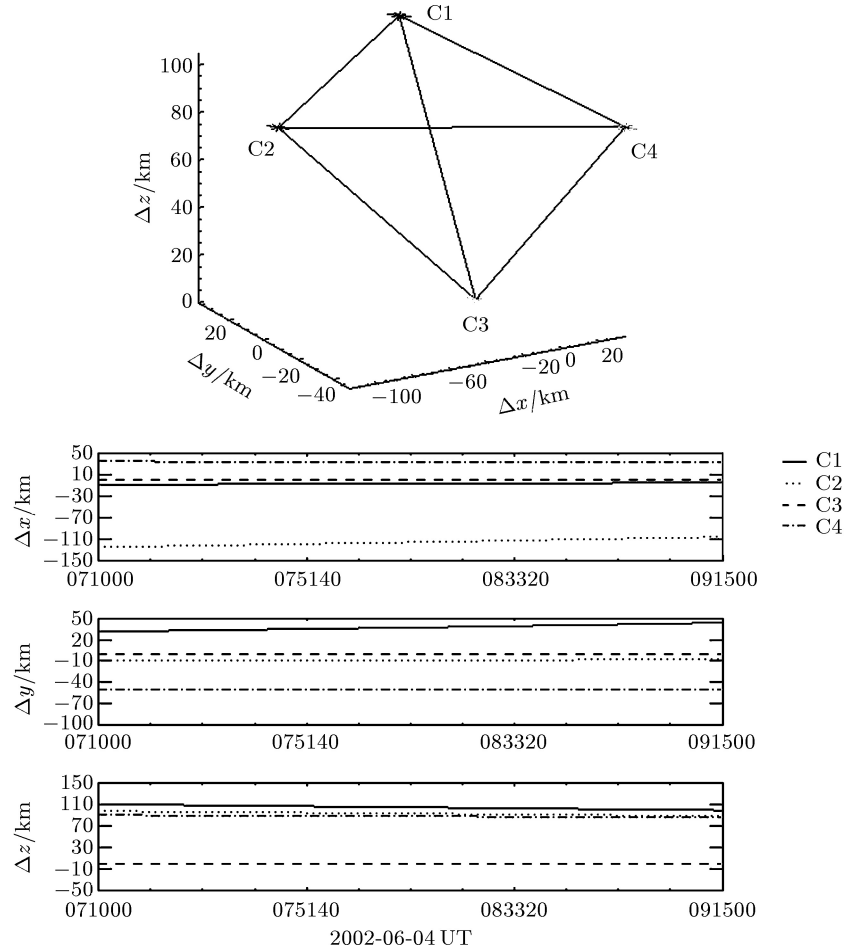


图 4　事例 2 在 GSE 坐标系卫星相对于 C3 的间距

Fig.4　Relative positions of Cluster (reference: C3) in GSE coordinates in case 2

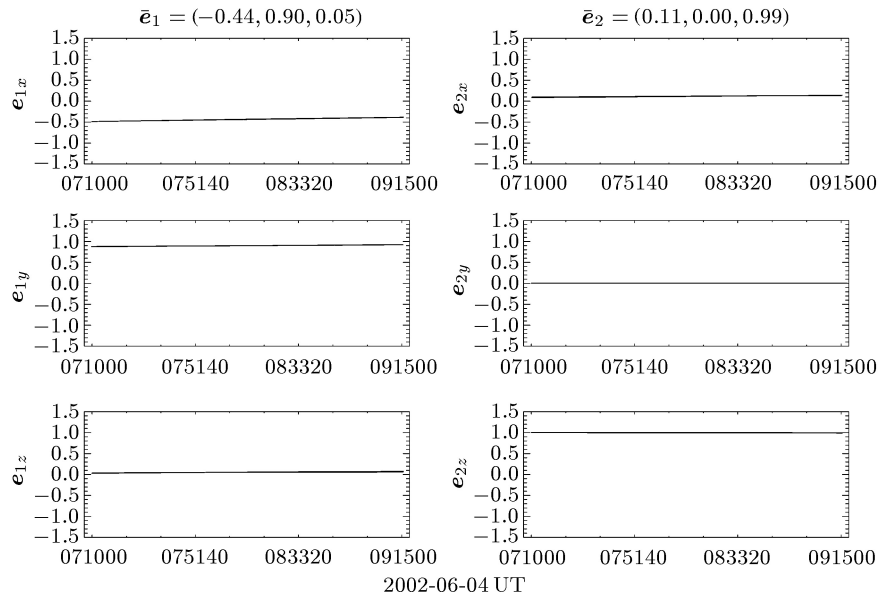


图 5　事例 2 在 GSE 坐标系空间方向 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 随时间的演化

Fig.5　Evolution of $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ in GSE coordinates in case 2

与事例 1 相比，事例 2 的剪切度明显大了很多.

表 2 给出了磁鞘区、磁层顶区、磁层区流场剪切度绝对值的平均值和最大值. 可见在事例 2 中, 磁鞘区流场不同分量的平均剪切度为 0.03~0.37, 最大值在 0.10~0.89 之间；磁层顶区的流场不同分量的平均剪切度为 0.10~1.22, 最大值在 0.17~1.69 之间；磁层区的流场不同分量的平均剪切度为 0.21~2.71, 最大值在 0.71~3.95 之间. 值得注意的是， v_z 沿 y 方向的剪切度很大，特别是在磁层区.

在这个晨侧事例中，磁鞘区的流场不同分量的平均剪切度为 0.03~0.37, 即在 100 km 的距离上有每秒几到几十公里的速度差，存在明显的剪切，其中沿晨昏侧方向 v_x 的平均剪切度为 0.08, v_z 的平均剪切度为 0.26, 沿南北向 v_x 的平均剪切度为 0.06, v_y 的平均剪切度为 0.03. 磁层顶区的流场不同分量的平均剪切度为 0.10~1.22, 有明显的剪切，其中沿晨昏侧方向 v_x 的平均剪切度为 0.42, v_z 的平均剪切度为 0.70, 沿南北向 v_x 的平均剪切度为 0.11, v_y 的平均剪切度为 0.10. 磁层区的流场不同分量的平均剪切度为 0.21~2.71, 即在 100 km 的距离上有每秒几十到几百公里的速度差，剪切很强，其中沿晨昏侧方向 v_x 的平均剪切度为 0.41, v_z 的平均剪切度为 1.14, 沿南北向 v_x 的平均剪切度为 0.36, v_y 的平均剪切度为 0.21. 在磁层区 v_z 沿 y 方向有强烈剪切，意味着在晨侧磁层顶 v_z 沿 y 方向有明显的速度分层.

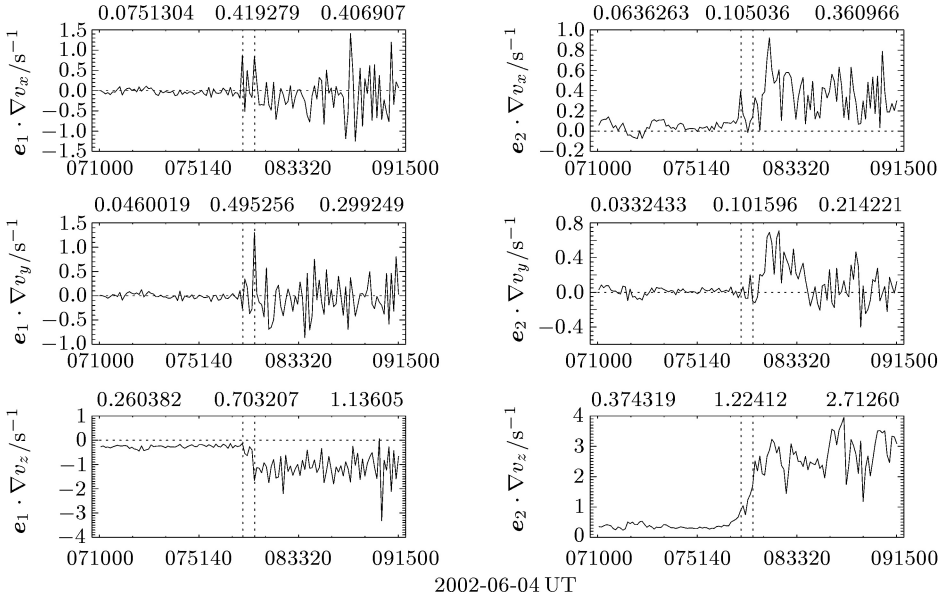


图 6 事例 2 速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 沿 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的方向导数 $\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ 随时间的演化

Fig.6 Evolution of velocity directional derivatives $\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ and $\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla \boldsymbol{v}$ in case 2

表 2 事例 2 在磁层顶附近不同区域速度方向导数的平均值和最大值

Table 2 Average values and maximum values of shear rate in different regions near magnetopause in case 2

剪切度 /s^{-1}	磁鞘剪切度 平均值	磁鞘剪切度 最大值	磁层顶剪切度 平均值	磁层顶剪切度 最大值	磁层剪切度 平均值	磁层剪切度 最大值
$\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla v_x$	0.075	0.886	0.419	0.843	0.407	1.414
$\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla v_y$	0.046	0.269	0.495	1.305	0.299	0.868
$\boldsymbol{e}_1 \cdot \nabla v_z$	0.260	0.447	0.703	1.666	1.136	3.326
$\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla v_x$	0.064	0.395	0.105	0.167	0.361	0.923
$\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla v_y$	0.033	0.097	0.102	0.201	0.214	0.712
$\boldsymbol{e}_2 \cdot \nabla v_z$	0.374	0.886	1.224	1.686	2.713	3.953

事例 2 最终得到的磁层顶附近磁鞘区流场 v_z 分量剪切度平均值的平均误差约为 2%, 其他分量剪切度平均值的平均误差约为 20%, 磁层区流场 v_z 分量剪切度平均值的平均误差约为 1%, 其他分量剪切度平均值的平均误差约为 4%. 由误差表达式 (19), (20) 可以看出, 流场剪切度越大, 则误差越小, 所以在有明显剪切的磁层顶附近磁鞘区 v_z 分量和磁层区, 得到的流场剪切度误差小, 而在剪切不明显的情况下得到的流场剪切度误差偏大.

事例 2 确定了晨侧磁层顶附近流场沿 y 方向和 z 方向的剪切度, 流场剪切度大, 表现出流场的强剪切. 事例 2 与事例 1 太阳风条件相似, 太阳风条件都比较平静, 行星际磁场 B_z 都是南向, 地磁活动都比较平静, 期间没有磁暴发生, 但事例 2 剪切强, 事例 1 剪切弱. 由事例 2 看出, 即使是在很平静的太阳风条件和地磁条件下, 磁层顶附近也能够存在强的流场剪切, 流场剪切的存在更有可能是一个局部现象.

5 结论与讨论

利用 Cluster 独特的空间分辨能力采用空间线性插值和重心坐标的方法定量确定了磁层顶附近流场剪切度的观测值, 得到速度沿不同方向的方向导数. 在穿越昏侧磁层顶的事例 1 中, 得到速度场沿近 y 方向和沿 xz 平面内与 $-z$ 成 30° 夹角方向的方向导数; 在穿越晨侧磁层顶的事例 2 中, 得到速度场沿近 y 方向和近 z 方向的方向导数. 本文确定流场剪切度的方法可以应用到普遍情况, 确定任一位置的流场剪切度, 例如, 磁尾、极尖区、高纬磁层顶、向阳面磁层顶等.

在昏侧磁层顶的事例 1 中, 磁层和磁层顶的剪切度比磁鞘的剪切度大; 磁层和磁层顶的剪切度相差不明显. 但磁层顶附近的剪切度都很小, 这可能与大尺度的整体流速小有关. 磁鞘区的流场平均剪切度为 0.003, 在大尺度上可以看成是无剪切; 磁层区的流场平均剪切度为 0.02 左右, 在大尺度上可以看成是弱剪切; 在磁层顶边界层内流场不同分量的平均剪切度也在 0.02 左右, 在大尺度上也可以看成是弱剪切.

在晨侧磁层顶的事例 2 中, 磁层的剪切度比磁鞘的剪切度大; 磁层顶剪切度数值介于磁层与磁鞘的剪切度数值之间; 磁层顶附近的剪切都很明显. 磁鞘区的流场不同分量的平均剪切度在 0.03~0.37 之间, 其中沿晨昏侧方向 v_x 的平均剪切度为 0.08, v_z 的平均剪切度为 0.26, 沿南北向 v_x 的平均剪切度为 0.06, v_y 的平均剪切度为 0.03; 磁层顶区的流场不同分量的平均剪切度在 0.10~1.22 之间, 其中沿晨昏侧方向 v_x 的平均剪切度为 0.42, v_z 的平均剪切度为 0.70, 沿南北向 v_x 的平均剪切度为 0.11, v_y 的平均剪切度为 0.10; 磁层区的流场不同分量的平均剪切度在 0.21~2.71 之间, 其中沿晨昏侧方向的 v_x 平均剪切度为 0.41, v_z 的平均剪切度为 1.14, 沿南北向 v_x 的平均剪切度为 0.36, v_y 的平均剪切度为 0.21. 在磁层区 v_z 沿 y 方向有强烈剪切, 意味着在晨侧磁层顶 v_z 沿 y 方向有明显的速度分层.

事例 1 和事例 2 都处在平静的太阳风条件和平静的地磁条件下, 但昏侧磁层顶的事例流场剪切弱, 晨侧磁层顶的事例流场剪切强, 这可能与卫星穿越不同的位置或整体速度的大小有关. 很有可能是由于这两个事例位于磁层顶不同位置引起流场剪切的不同, 它们所处的位置分别是 ($2.4\,R_\mathrm{e}$, $15.2\,R_\mathrm{e}$, $6.3\,R_\mathrm{e}$) 和 ($-3.5\,R_\mathrm{e}$, $-13.0\,R_\mathrm{e}$, $-8.0\,R_\mathrm{e}$), 在 x 为负的磁层顶附近更容易产生大的流场剪切, 而且磁层顶附近的流场分布具有显著的晨昏不对称性, 晨侧比昏侧更容易产生涡旋 [21]. 另外这两个事例的行星际磁场方向分别为 $B_x<0$, $B_y>0$, $B_z<0$ 和 $B_x>0$, $B_y>0$, $B_z<0$, 行星际磁场不一样可能也是影响局部流场强弱不一样的因素. 可见即使是在平静的太阳风条件和地磁活动相对较弱的条件下磁层顶附近也能存在强烈的剪切流, 强的流场剪切可能只是一个局部过程.

开尔文-亥姆霍兹不稳定性是否增长不仅取决于流场剪切度的大小, 还与其他因素有关, 判断开尔文-亥姆霍兹不稳定性是否增长的公式为

$$\rho_1\rho_2(\Delta\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{k})^2>(\rho_1+\rho_2)[\rho_1(\boldsymbol{v}_{\mathrm{A}1}\cdot\boldsymbol{k})^2+\rho_2(\boldsymbol{v}_{\mathrm{A}2}\cdot\boldsymbol{k})^2].$$

磁场的张力总是阻碍任何企图拉伸磁力线的力, 只有当速度剪切克服了这种阻碍后波才能增长. 如果磁场与波矢垂直, 则不稳定性条件变为 $(\Delta\boldsymbol{v}\cdot k)^2>0$. 这意味着任意小的速度剪切 $\Delta\boldsymbol{v}$ 都会引起绝对不稳定. 在一般情况下, 这种波的增长率与磁场、波矢和速度剪切的相对方向有关. 可见速度剪切 $\Delta\boldsymbol{v}$ 是一个关键因素, 但其必须与边界层两边的阿尔芬速度 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{A}1}$, $\boldsymbol{v}_{\mathrm{A}2}$, 波矢 $\boldsymbol{k}$ 和等离子体密度 ρ_1,ρ_2 共同决定开尔文-亥姆霍兹不稳定性是否增长. 如果只从速

度剪切的大小去判定开尔文-亥姆霍兹不稳定性是否增长是不行的，因为从上面的不等式看出，局部的等离子体密度和磁场的大小和方向也是确定开尔文-亥姆霍兹不稳定性是否增长的重要因素.

流场剪切度在理论分析中是一个关键物理量，与多种不稳定性的激发和磁场重联的产生相关. 很多理论计算数值模型包括一些瞬时磁场重联模型都要用到这个输入参数. 本研究利用 Cluster 同时观测的多颗卫星数据确定了磁层顶附近流场剪切度的实际观测值，并进行了磁层顶及其附近的磁层磁鞘区的剪切度分析，得到了昏侧和晨侧磁层顶附近的流场实际剪切度. 结果表明，磁层顶附近磁层的剪切度比磁鞘的剪切度大，在平静的太阳风条件下磁层顶附近流场剪切度有时也很大，可达每百公里 330 km/s 的相对速度差，即剪切度数值为 3.3, 但大部分时间流场是弱剪切的，在上千公里的距离上只有每秒几十公里的相对速度差.

参考文献

[1] Chen T, Liu Z X, Zhang X X. Transient reconnection caused by the impact and switch-off of a transverse shear flow. *Phys. Plasmas*, 1999, **6**:2393∼2400

[2] Liu Z X, Hu Y D. Local magnetic reconnection caused by vortices in the flow field. *Geophys. Res. Lett.*, 1988, **15**:752∼755

[3] Hasegawa H *et al.* Transport of solar wind into Earth's magnetosphere through rolled-up Kelvin-Helmholtz vortices. *Nature*, 2004, **430**:755∼758

[4] Nykyri K *et al.* Cluster observations of reconnection due to the Kelvin-Helmholtz instability at the dawnside magnetospheric flank. *Ann. Geophys.*, 2006, **24**:2619∼2643

[5] Sun X, Lin Y, Wang X. Reversal of magnetic field rotation in the reconnection layer due to shear flow effects. *J. Geophys. Res.*, 2006, **111**:A11210

[6] Miura A. Anomalous transport by magnetohydrodynamic Kelvin-Helmholtz instabilities in the solar wind-magnetosphere interaction. *J. Geophys. Res.*, 1984, **89**:801∼818

[7] A L La Belle-Hamer, Otto A, Lee L C. Magnetic reconnection in the presence of sheared flow and density asymmetry: Applications to the Earth's magnetopause. *J. Geophys. Res.*, 1995, **100**:11 875∼11 889

[8] Rankin R, Frycz P. Samson J C, Tikhonchuk V T. Shear flow vortices in magnetospheric plasmas. *Phys. Plasmas*, 1997, **4**:829∼840

[9] Lin Y, Lee L C. Reconnection layer at the flank magnetopause in the presence of shear flow. *Geophys. Res. Lett.*, 1994, **21**:855∼858

[10] Escoubet C P, Schmidt R. Cluster Science and mission overview. *Space Sci. Rev.*, 1997, **79**:11∼32

[11] Gotz Paschmann, Patrick W. Daly, Analysis Methods for Multi-spacecraft Data. Netherlands: ESA Publications Division, 1998

[12] Takagi K, Hashimoto C, Hasegawa H *et al.* Kelvin-Helmholtz instability in a magnetotail flank-like geometry: Three-dimensional MHD simulations. *J. Geophys. Res.*, 2006, **111**, A08202, doi:10.1029/2006JA011631

[13] Matsumoto Y, Hoshino M. Turbulent mixing and transport of collisionless plasmas across a stratified velocity shear layer. *J. Geophys. Res.*, 2006, **111**, A05213, doi:10.1029/2004JA010988

[14] Fairfield D H, Kuznetsova M M, Mukai T *et al.* Waves on the dusk flank boundary layer during very northward interplanetary magnetic field conditions: Observations and simulation. *J. Geophys. Res.*, 2007, **112**, A08206, doi:10.1029/2006JA012052

[15] Miura A. Nonideal high-β magnetohydrodynamic Kelvin-Helmholtz instability driven by the shear in the ion diamagnetic drift velocity at the subsolar magnetopause. *J. Geophys. Res.*, 2003, **108**(A2): 1076, doi:10.1029/2002JA009563

[16] Otto A, Fairfield D H. Kelvin-Helmholtz instability at the magnetotail boundary: MHD simulation and comparison with Geotail observations. *J. Geophys. Res.*, 2000, **105**:21 175∼21190

[17] Nykyri K, Otto A. Plasma transport at the magnetospheric boundary due to reconnection in Kelvin-Helmholtz vortices. *Geophys. Res. Lett.*, 2001, **28**:3565∼3568

[18] Matsumoto Y, Hoshino M. Onset of turbulence induced by a Kelvin-Helmholtz vortex. *Geophys. Res. Lett.*, 2004, **31**, L02807, doi: 10.1029/2003GL018195

[19] Nakamura T K M, Fujimoto M. Magnetic reconnection within rolled-up MHD-scale Kelvin-Helmholtz vortices: Two-fluid simulations including finite electron inertial effects. *Geophys. Res. Lett.*, 2005, **32**, L21102, doi: 10.1029/2005GL023362

[20] Nakamura T K M, Fujimoto M, Otto A. Magnetic reconnection induced by weak Kelvin-Helmholtz instability and the formation of the low-latitude boundary layer. *Geophys. Res. Lett.*, 2006, **33**, L14106, doi: 10.1029/2006GL026318

[21] Collado-Vega Y M, Kessel R L, Shao X, Boller R A. MHD flow visualization of magnetopause boundary region vortices observed during high-speed streams. *J. Geophys. Res.*, 2007, **112**, A06213, doi: 10.1029/2006JA012104