第21卷 第2期 空 间 科 学 学 报 Vol.21, No.2
2001 年 4 月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Apr., 2001

多层太阳大气模式中 Alfvén 波的传播*

李 波 王 水
(中国科学技术大学地球和空间科学系 合肥 230026)

摘 要

将实际的太阳大气划分为多个等温层次，导出了均匀倾斜磁场下线性 Alfvén 波通过任意多等温层的能量透射率. 结果表明，两等温层模式与三等温层模式的结果存在本质的区别. 在两等温层中，温度的跃变式增高对 Alfvén 波起着高通滤波的作用；而三等温层中在高频端 Alfvén 波的透射率显示为振荡形态. 对实际大气温度模式的计算结果表明，太阳低层大气更适合于周期为数秒的 Alfvén 波的能量传输.

关键词 太阳大气— Alfvén 波—日冕加热

1 引 言

Alfvén 波对于太阳大气加热和太阳风加速的作用受到人们广泛的关注 [1−3]. 由于人们普遍认为 Alfvén 波来源于光球米粒组织，因而很多研究集中于讨论波动周期相当于米粒寿命 ($\geqslant 10$ min) 的低频 Alfvén 波的性质 [4,5]. 然而开场中的低频 Alfvén 波很难在距太阳很短的距离内耗散，实际上它难以充当导致日冕加热和太阳风加速的合理的机制 [1]. Axford 等人 [6] 提出色球网络中的小尺度磁活动性可以产生高频 Alfvén 波，在太阳大气中这些波动可以通过离子回旋共振阻尼而在局地质子回旋频率附近耗散，从而可以对日冕加热. 这些小尺度磁活动性的重要性已经得到了观测上的支持.

很多作者讨论了线性 Alfvén 波在太阳大气中的传播问题. 他们通过对实际太阳大气不同的理想化处理方法，计算了 Alfvén 波的传输以及相干性特征. 这些理想化处理方法大多是将大气视为由多个等温层 [7] 、多个温度线性变化层 [8] 或者以不同的 Alfvén 速度标志的多个均匀层次 [9] 所组成的系统而加以处理. 对太阳低层大气而言，均匀层次的描述不尽合适，且其结果仅适合于讨论高频段的波动特性. 而在等温层描述中，前述作者 [7,8] 只是给出了两层模式中能量透射率的表达式. 解析地给出能量透射率在三层模式中的表达式将可以方便地讨论三层模式和两层模式存在的重要差别.

文中首先给出了均匀磁场下等温大气中线性 Alfvén 波波动方程的解，导出了 Alfvén 波通过任意多个层次所组成的系统的能量透射率. 我们着重给出了两层和三层模式下的更便于讨论的透射率的表达形式. 其中，波动方程的解以及两层模式的透射率本质上和前人的结果是一致的，而三层模式透射率与两层模式有着本质的区别. 然后，我们将第二部分中得到的便于进行数值计算的多层透射率表达式应用于实际的太阳大气模式.

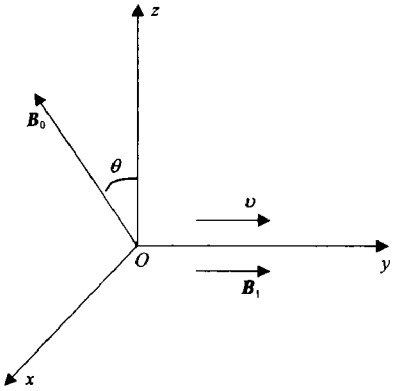
* 国家自然科学基金资助项目 (49834030)，科学技术部基础研究项目 (G2000078405)
2000-06-21 收到原稿， 2001-02-25 收到修定稿

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2 多层等温模式

2.1 线性 Alfvén 波波动方程的解

在如图 1 所示的坐标选择下, 假定均匀磁场 B_0 位于 x-z 平面内, $\boldsymbol{B}_0$ 与 z 方向的夹角为 θ, 由于 Alfvén 波是横波, 可以假定速度扰动和磁场扰动都沿 y 方向. 由于等离子体密度和压力的一阶扰动量为零, 只需考虑线性化的动量方程和磁感应方程. 由这两个方程出发可以得到描述 Alfvén 波的波动方程



$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - v_{\mathrm{A}}^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} = 0, \tag{1}$$

而磁场的扰动满足

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial s}, \tag{2}$$

式中 $\dfrac{\partial}{\partial s}$ 是沿磁场方向的导数 $\dfrac{\partial}{\partial s} = \cos\theta\dfrac{\partial}{\partial z} + \sin\theta\dfrac{\partial}{\partial x}$, $h = B_1/B_0$, B_1 为扰动磁场. v_{A} 是平衡态下的 Alfvén 速度.

考虑 Fourier 变换,

$$\begin{aligned} v(x,z,t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\omega \{\bar{v}(z,k,\omega)\exp[\mathrm{i}(\omega t - kx)], \\ h(x,z,t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\omega \{\bar{h}(z,k,\omega)\exp[\mathrm{i}(\omega t - kx)], \end{aligned} \tag{3}$$

那么速度和磁场扰动谱 $\bar{v}(z,k,\omega)$、$\bar{h}(z,k,\omega)$ 将满足

$$\cos^2\theta\frac{\mathrm{d}^2\bar{v}}{\mathrm{d}z^2} - \mathrm{i}k\sin 2\theta\frac{\mathrm{d}\bar{v}}{\mathrm{d}z} + (\omega^2 v_{\mathrm{A}}^{-2} - k^2\sin^2\theta)\bar{v} = 0, \tag{4}$$

$$\bar{h}(z,k,\omega) = -\frac{\mathrm{i}}{\omega}\left[\cos\theta\frac{\mathrm{d}\bar{h}}{\mathrm{d}z} - \mathrm{i}k\sin\theta\bar{h}\right]. \tag{5}$$

对温度恒为 T 的大气模式, 从流体静力学平衡条件可以得到密度的平衡分布为

$$\rho_0 = \rho_{00}\exp(-z/H),$$

而 Alfvén 速度 v_{A} 为

$$v_{\mathrm{A}} = v_{\mathrm{A}0}\exp(z/2H),$$

式中大气标高 $H = RT/g$, $v_{\mathrm{A}0} = B_0/\sqrt{\mu_0\rho_{00}}$.

此时方程 (4) 的解可以用第一、二类修正的 Bessel 函数来表达

$$\bar{v}(z,k,\omega) = \exp(\mathrm{i}kz\mathrm{tg}\,\theta)[c_1 H_0^{(1)}(\xi) + c_2 H_0^{(2)}(\xi)], \tag{6}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

式中

$$\xi = \frac{2\omega H \sec\theta}{v_{A0}} \exp(-z/2H). \tag{7}$$

2.2 Alfvén 波通过多层等温大气的能量透射率

假定共存在 $m+1$ 个等温大气层次，每一层以温度 T_i 来标志，每两层的界面为接触间断面，相应高度为 z_i，间断两侧压力平衡，而温度和密度存在跃变. 跨越间断满足下列匹配条件

$$[\rho_{0,i}T_i] = 0, \tag{8}$$

$$[\bar{v}] = [\bar{h}] = 0, \tag{9}$$

式中 [ ] 表示通过界面的跃变值. 对第 i 层，有

$$\rho_{0,i} = \bar{\rho}_{0,i}\exp(-z/H_i),$$
$$v_{A0,i} = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0\bar{\rho}_{0,i}}}.$$

由 (8) 式可知

$$\bar{\rho}_{0,i+1} = \bar{\rho}_{0,i}\frac{T_i}{T_{i+1}}\exp\Big[-z_i\Big(\frac{1}{H_i}-\frac{1}{H_{i+1}}\Big)\Big], \quad i = 1,2,\cdots,m.$$

在每一层中，速度扰动谱都可写成

$$\bar{v}(z,k,\omega) = \exp(\mathrm{i}kz\tan\theta)[t_i H_0^{(1)}(\bar{\xi}_i) + r_i H_0^{(2)}(\bar{\xi}_i)], \quad i = 1,2,\cdots,m+1. \tag{10}$$

式中 $\bar{\xi}_i = \dfrac{2\omega H_i\sec\theta}{v_{A0,i}}\exp(-\dfrac{z}{2H_i})$，而 t_i、r_i 相当于速度扰动谱振幅的透射与反射系数，那么显然 $t_1 = 1$, $r_{m+1} = 0$.

利用 (5)、(7)、(9) 式，可以得到，在第 i 个间断处，

$$A_{2i-1}\gamma_i = A_{2i}\gamma_{i+1}, \quad i = 1,2,\cdots,m. \tag{11}$$

式中

$$A_{2i-1} = \begin{bmatrix} H_0^{(1)}(\xi_{2i-1}) & H_0^{(2)}(\xi_{2i-1}) \\ H_1^{(1)}(\xi_{2i-1}) & H_1^{(2)}(\xi_{2i-1}) \end{bmatrix},$$
$$A_{2i} = \begin{bmatrix} H_0^{(1)}(\xi_{2i}) & H_0^{(2)}(\xi_{2i}) \\ \alpha_i H_1^{(1)}(\xi_{2i}) & \alpha_i H_1^{(2)}(\xi_{2i}) \end{bmatrix},$$

而

$$\xi_{2i-1} = \bar{\xi}_i(z=z_i), \xi_{2i} = \bar{\xi}_{i+1}(z=z_i), \quad i = 1,2,\cdots,m;$$
$$\alpha_i = \Big(\frac{T_i}{T_{i+1}}\Big)^{1/2}, \quad i = 1,2,\cdots,m;$$
$$\gamma_i = \begin{bmatrix} t_i \\ r_i \end{bmatrix}, \quad i = 1,2,\cdots,m+1.$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

由 (11) 式即可得到速度振幅的反射系数 r_1 为

$$r_1 = [N_{m+1,1}]_{21}/[N_{m+1,1}]_{11},$$

其中,

$$N_{m+1,1} = N_1 N_2 .. N_i .. N_m,$$
$$N_i = A_{2i-1}^{-1} A_{2i}.$$

而能量的透射率即为

$$T_{rm+1} = 1 - |r_1|^2. \tag{12}$$

2.3 两种特殊情形

1) 对 $m = 1$, 即两层模式

$$T_{r2} = \frac{16}{\pi^2 \xi_2^2}\left[P_2^+ Q_1^+ + \alpha_1^2 P_1^+ Q_2^+ - 2\alpha_1 R_1^+ R_2^+ + \frac{8\alpha_1}{\pi^2 \xi_1 \xi_2}\right]^{-1}, \tag{13}$$

式中

$$P_i^{\pm} = J_0^2(\xi_i) \pm Y_0^2(\xi_i),$$
$$Q_i^{\pm} = J_1^2(\xi_i) \pm Y_1^2(\xi_i),$$
$$R_i^{\pm} = J_0(\xi_i) J_1(\xi_i) \pm Y_0(\xi_i) Y_1(\xi_i),$$
$$S_i^{\pm} = J_0(\xi_i) Y_1(\xi_i) \pm Y_0(\xi_i) J_1(\xi_i).$$

对于高频段, 由于 $\xi_i \gg 1$, 可以得到

$$T_{r2} \approx \frac{4\alpha_1}{(1+\alpha_1)^2}; \tag{14}$$

而对低频段, 由于 $\xi_i \ll 1$, 可以得到

$$T_{r2} \approx 4\left\{(\alpha_1 + \alpha_1^{-1})^2 + \frac{4}{\pi^2}\left[(\alpha_1 - \alpha_1^{-1}) \ln \frac{\xi_1}{2} + \alpha_1^{-1} \ln \alpha_1\right]^2\right\}^{-1}.$$

图 2 给出了垂直磁场 (大小取为 3×10^{-3} T)、三个不同的 T_2 值所对应的 Alfvén 波能量透射率曲线, 且取 $T_1 = 10^4$ K. 由图 2 可以看出, 温度的跃变式升高对 Alfvén 波而言, 实际上充当了高通滤波器的作用, 能量透射率随波动周期的增大而单调降低. 在高频端, 透射率趋于常值. 公式 (13) 与文献 [7]、[8] 得到的结果相同, 只是表述方式略有不同.

2) 对 $m = 2$, 即三层模式有

$$T_{r3} = \frac{128}{\pi^4 \xi_2^2 \xi_4^2}\left[AB + CD + EF + \frac{64}{\pi^4 \xi_2^2 \xi_4^2}\right]^{-1}, \tag{15}$$

式中,

$$A = P_2^+ Q_1^+ + \alpha_1^2 P_1^+ Q_2^+ - 2\alpha_1 R_1^+ R_2^+,$$
$$B = P_4^+ Q_3^+ + \alpha_2^2 P_3^+ Q_4^+ - 2\alpha_2 R_3^+ R_4^+,$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$C = P_2^- Q_1^+ + \alpha_1^2 P_1^+ Q_2^- - 2\alpha_1 R_1^+ R_2^-,$$
$$D = -P_4^+ Q_3^- - \alpha_2^2 P_3^- Q_4^+ + 2\alpha_2 R_3^- R_4^+,$$
$$E = -2[J_0(\xi_2)Y_0(\xi_2)Q_1^+ + \alpha_1^2 J_1(\xi_2)Y_1(\xi_2)P_1^+ - \alpha_1 R_1^+ S_2^+],$$
$$F = 2[J_1(\xi_3)Y_1(\xi_3)P_4^+ + \alpha_2^2 J_0(\xi_3)Y_0(\xi_3)Q_4^+ - \alpha_2 R_4^+ S_3^+].$$

特别对高频波段，有

$$T_{r3} \approx 16\alpha_1\alpha_2[(1+\alpha_1)^2(1+\alpha_2)^2+(1-\alpha_1)^2(1-\alpha_2)^2+2(1-\alpha_1^2)(1-\alpha_2^2)\cos 2(\xi_2-\xi_3)]^{-1}. \quad (16)$$

如果其中的余弦取其极值，那么

$$T_{r3} \approx \frac{4\alpha_1\alpha_2}{(1+\alpha_1\alpha_2)^2}, \quad \cos 2(\xi_2-\xi_3) = 1,$$
$$T_{r3} \approx \frac{4\alpha_1\alpha_2}{(\alpha_1+\alpha_2)^2}, \quad \cos 2(\xi_2-\xi_3) = -1,$$

这给出了高频段透射率曲线的可能的包络.

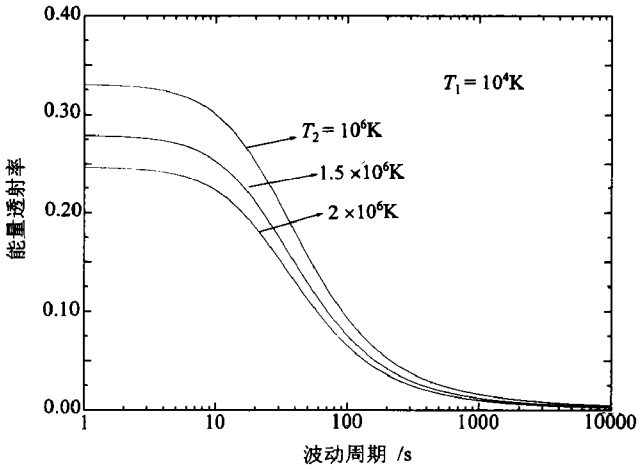


图 2　两层模式中能量透射率随波动周期的变化

Fig.2　Energy transmittance versus wave period in two-layer models

图 3 给出了垂直磁场 (仍取为 3×10^{-3} T), $T_1 = 10^4$ K、$T_2 = 10^6$ K, 而 T_3 分别为 10^6 K、1.5×10^6 K、2×10^6 K 的情形. 由该图可以看出，在高频波段，透射率曲线呈现为振荡形态，其包络大致可以从 (15) 式给出. 这和两层模式有着本质的区别. 而在所选取的参数值下，T_3 越大，即温差越大，透射率的值也就越大. 另外还可看出，透射率的第一个峰值会随温差的增加而向低频段移动，也就是说，第一、三层温度差增大时，这样的系统会使得频率稍低的 Alfvén 波也能够较为有效的传递能量.

图 4 描绘的是对 T_1、T_3 分别固定为 10^4 K、2×10^6 K, 而 T_2 分别选取为 10^5 K、5×10^5 K 以及 10^6 K 时的情形. 由该图可以看出，在所选取的参数下，随 T_2 的降低，也即第二、三两层温度差的增大，透射率的第一个峰值也会向低频段移动，而且相应的透射率的值也会增大.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

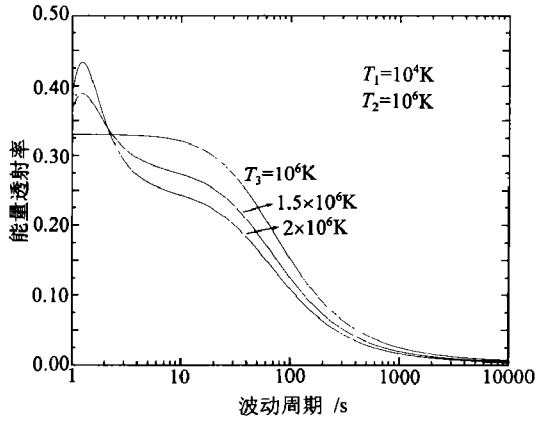


图 3 三层模式中 T_3 对能量透射率变化的影响

Fig.3 Effect of T_3 on energy transmittance in three-layer models

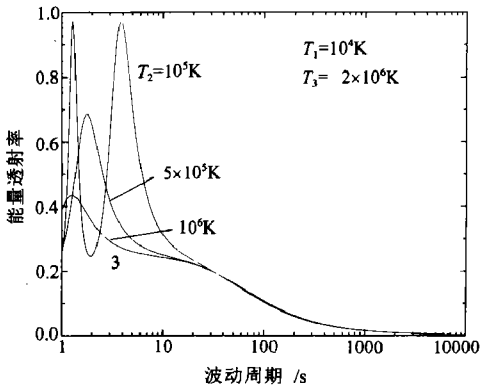


图 4 三层模式中 T_2 对能量透射率变化的影响

Fig.4 Effect of T_2 on energy transmittance in three-layer models

3 实际大气模式

我们将实际的太阳大气简化为如图 5 所示的 6 个等温层次. 利用 (12) 式, 对不同的磁场强度 B_0 以及不同的磁场倾角 θ 计算了 Alfvén 波通过这样的系统时的透射率. 图 6 所描绘的是垂直磁场, 但磁场强度 B_0 分别选为 3×10^{-3}、1×10^{-2}、以及 3×10^{-2} T 时的情形; 而图 7 给出了磁场强度 B_0 固定为 3×10^{-3} T 但磁场倾角 θ 分别为 0°、45°、75° 的结果.

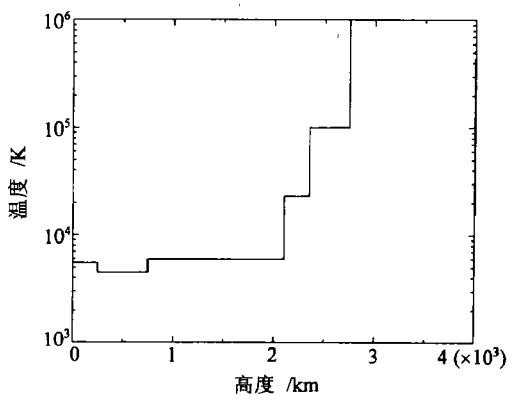


图 5 简化的太阳低层大气

Fig.5 Simplified lower parts of solar atmosphere

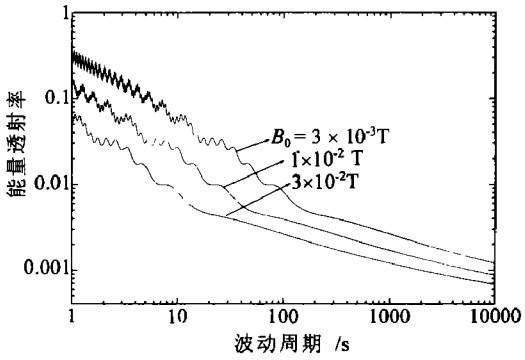


图 6 多层模式中磁场强度 B_0 对能量透射率变化的影响

Fig.6 Effect of magnetic field strength B_0 on energy transmittance in multi-layer models

由图 6 可以看出, 磁场强度 B_0 的增加会使得透射率的值显著降低, 而且透射率的振荡形态在所关注的频率范围会变得不那么明显. 而图 7 表明, 透射率特性对磁场倾角 θ 的

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

依赖性相当明显. 在磁场倾角为 45° 和 75° 时，在周期为数秒的频段，透射率会出现明显的峰，而且该峰值的位置会随着磁场倾斜程度的增加而向低频方向移动. 对竖直方向的偏离相应于能量透射的增加这一结论和 Hollweg 的猜想 [10] 是相符的. 这些结果表明，在中等大小的倾角下，这样的大气系统更适合于周期为数秒的 Alfvén 波的能量传输.

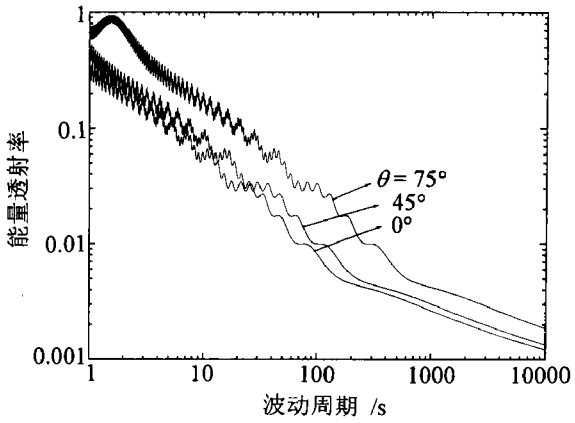


图 7　多层模式中磁场倾角 θ 对能量透射率变化的影响

Fig.7　Effect of inclination angle θ of magnetic field on energy transmittance in multi-layer models

参　考　文　献

[1] Marsch E, Tu Chuanyi. The effects of high-frequency Alfvén waves on coronal heating and solar wind acceleration. *Astron. Astrophys.*, 1997, **319**:L17—20

[2] Velli M. Alfvén waves in the solar corona and solar wind. *Adv. Space. Res.*, 1994, **14**(4):123—133

[3] Litwin C, Rosner R. Alfvén wave transmission and heating of solar coronal loops. *Ap. J.*, 1998, **499**:945—950

[4] Leer E, Holzer T E, Flå T. Acceleration of the solar wind. *Space. Sci. Rev.*, 1982, **33**:161—200

[5] Tu Chuanyi. A solar wind model with the power spectrum of Alfvénic fluctuations. *Solar Phys.*, 1987, **109**:149—186

[6] Axford W I, Mckenzie J F. The origin of high speed solar wind streams. In: Marsch E, Schwenn R eds. Solar Wind Seven. Oxford: Pergamon Press, 1992, 1

[7] Leroy B. Propagation of waves in an atmosphere in the presence of a magnetic field. *Astron. Astrophys.*, 1981, **97**:245—250

[8] Zugzda Y D, Locans V. Tunneling and interference of Alfvén waves. *Solar Phys.*, 1982, **76**:77—108

[9] Hollweg J V. Alfvénic resonant cavities in the solar atmosphere: simple aspects. *Solar Phys.*, 1984, **91**:269—288

[10] Hollweg J V. Alfvén waves. In: Ulmschneider P, Priest E R, Rosner R eds. Mechanisms of Chromospheric and Coronal Heating. Berlin: Springer-Verlag Press, 1991. 423—434

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

PROPAGATION OF ALFVÉN WAVES IN MULTI-LAYER SOLAR ATMOSPHERE MODEL

LI Bo WANG Shui

(*Department of Earth and Space Science, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026)

Abstract

In this paper, the actual solar atmoshpere is idealized as a multi-isothermal-layer system so as to obtain the energy transmittance of the linear Alfvén wave that propagates through such a system in presence of a uniform oblique magnetic field. The result indicates that two-layer models are essentially different to three-layer models. In two-layer models, the temperature jump act as a high pass-filter, while in three-layer models, resonant transfer will take place, the transmittance shows a vibration. The result reveals that the lower parts of the solar atmopshere are more suitable for those Alfvén waves with period of a few seconds to transfer their energy.

Key words Solar atmosphere, Alfvén wave, Coronal heating

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com