第21卷 第2期 空 间 科 学 学 报 Vol.21, No.2
2001 年 4 月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Apr., 2001

各向异性等离子体多重电流片的演化*

马颖娟 贾英东 王 水
(中国科学技术大学地球和空间科学系 合肥 230026)

摘 要

应用二维三分量磁流体动力学方程组模拟，数值研究了压力各向异性等离子体周期多重电流片的演化. 发现在 $\beta \ll 1$ 时，微弱的各向异性仅仅使电流片中磁场重联的速度加快. 而当 $\beta \approx 1$(即热压与磁压相当时)，微弱的垂直各向异性 ($P_\perp > P_{/\!/}$) 不仅大大加速了磁场重联的速度，还使重联位置发生显著变化. 初始反对称的磁场重联位形逐步转化为对称的磁场位形，进而再演化为与初始反相的反对称磁场位形. 场向各向异性 ($P_\perp < P_{/\!/}$) 和强的垂直各向异性都导致不稳定性增长率成倍增加. 但在场向各向异性下磁场位形基本不变，只在电流片中心出现不规则扰动. 同样参数下各向异性等离子体多重电流片中磁场重联形成的磁岛比各向同性多层电流片要小.

关键词 各向异性—周期电流片—磁场重联

1 引 言

压力各向异性是无碰撞等离子体的显著特征之一[1,2]. 一些作者[2−4]采用不同的方法研究了各向异性对单撕裂模的影响，他们发现微弱的各向异性即会对撕裂模不稳定性产生重大修正.

Stix[5] 发现当基态磁场存在两个相互靠近的奇异面时，电阻撕裂模的线性增长率将大大增加，在相近的奇异面中形成磁岛，当这些奇异面足够靠近时，彼此还会互相驱动. 这种现象称为双撕裂模不稳定性. 多层电流片的结构及其动力学演化，早已引起人们的关注. Otto 和 Birk[6] 解析研究了周期电流片中电阻撕裂模不稳定性的性质，得到了多重撕裂模的色散关系. 发现反对称和对称模都是不稳定的，但反对称模的增长率远大于对称模. 因而反对称模可能在多层电流片系统的动力学演化中更为重要. Yan 等[7] 进一步数值研究了多层电流片中撕裂模不稳定性的非线性特征和磁场重联过程. 结果表明，存在对称模和反对称模的线性区域，与 Otto 和 Birk 的解析结果一致. 刘一凡等[8] 数值研究了各向同性非周期电流片中撕裂模不稳定性的性质和磁场重联的演化. 本文的主要目的是讨论压力各向异性对周期多重电流片中磁场重联的影响.

2 基本方程和数值方法

下面是可压缩电阻磁流体力学方程组:

* 国家自然科学基金资助课题 (49774243, 49834030)
2000-07-06 收到原稿， 2001-02-15 收到修定稿

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla \cdot \boldsymbol{P} + \frac{1}{\mu_0 \rho}(\nabla \times \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{B}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \boldsymbol{B}). \tag{3}$$

式中符号具有通常的意义，而各向异性的压强 $\boldsymbol{P}$ 采用的是张量形式，其表达式为 [2,9]

$$\boldsymbol{P} = P_{\perp}\boldsymbol{I} + (P_{/\!/} - P_{\perp})\boldsymbol{b}\boldsymbol{b}, \tag{4}$$

式中 $\boldsymbol{I}$ 是单位张量，$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{B}/B$ 是沿着磁场方向的单位矢量，$P_{\perp}$ 和 $P_{/\!/}$ 分别为垂直于和平行于磁场的压力分量.

状态方程采用等温状态方程，即垂直温度 $T_{\perp}$ 和平行温度 $T_{/\!/}$ 皆不随时间和空间变化 [10]:

$$P_{\perp} = C_3 \rho T_{\perp}, \quad P_{/\!/} = C_4 \rho T_{/\!/}, \tag{5}$$

式中 C_3 和 C_4 均为常数. 计算中采用常数电阻率.

初态采用双电流片形式. 初态磁场取为

$$\begin{aligned} B_x &= B_{0x} \tanh\left(\frac{z}{\delta} - D\right), \quad 0 < z < L_z; \\ B_x &= -B_{0x} \tanh\left(\frac{z}{\delta} + D\right), \quad -L_z < z < 0. \end{aligned} \tag{6}$$

上式意味着在 $z = \pm D\delta$ 处各有半宽为 δ 的电流片. 为触发撕裂模不稳定性，可采用对称和反对称两种初扰. 我们采用反对称初扰，其具体形式为 [4]

$$\delta B_x = 0, \qquad \delta B_z = \varepsilon B_{0x} \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right), \tag{7}$$

计算中 ε 取为 0.001. x 方向采用周期边条件，在 z 方向取周期边条件或自由边条件. 其中周期边条件表示在 z 方向有无限多的电流片. z 方向取自由边条件更接近真实的等离子体系统 [7].

方程 (1)—(3) 和 (5) 可用四阶龙格-库塔 (Runge-Kutta) 法数值求解. 四阶龙格-库塔的计算精度较高 (在空间上为二阶，时间上四阶精度) 且具有较好的稳定性. 在实际计算中还需将上述方程改写为无量纲形式，我们取电流片厚度 δ 为长度单位，磁场、磁通函数、密度、压力、速度和时间分别用远离电流片处的磁场 B_{0x}、磁通函数 δB_{0x}、密度 ρ_0、垂直压力 $P_{\perp\infty}$、Alfvén 速度 $v_{\mathrm{A}} = B_{0x}/\sqrt{\mu_0 \rho_0}$ 和 Alfvén 时间 $\tau_{\mathrm{A}} = \delta/v_{\mathrm{A}}$ 标定.

3　模拟结果

为了讨论压力各向异性对多重电流片演化的影响，我们计算了 5 个算例 (见表 1)，其基本参数选取如下:

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

表 1

算例	$A(P_\perp/P_{/\!/}-1)$	边界条件 (z 方向)	$\beta_{\perp 0}(P_{\perp\infty}/B_{0x}^2)$
算例 1	0.1	周期	0.1
算例 2	0.1	周期	2.0
算例 3	−0.1	周期	2.0
算例 4	0.5	周期	2.0
算例 5	0.1	自由	2.0

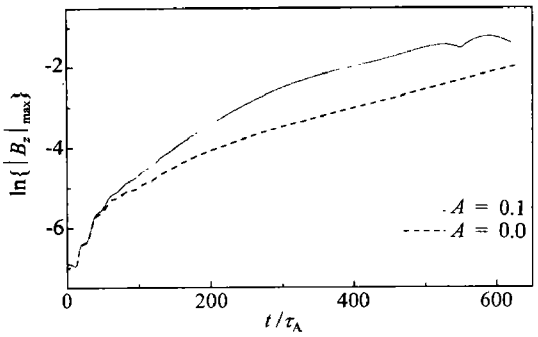


图 1 磁场 z 方向分量 B_z 最大值随时间的变化 (算例 1)

Fig.1 $\ln(|B_z|_{\max})$ versus the normalized time t/τ_A (case 1)

此外，取磁 Lundquist 数 $S = 100$, $B_{0y} = 0.1B_{0x}$.

图 1 为算例 1($A = 0.1$) 的磁场 z 方向分量 B_z 的最大值随时间的变化，为了便于比较，同时给出了其他参数相同时各向同性 ($A = 0$) 条件下的增长率曲线. 从图 1 可以看出，与各向同性时的周期电流片类似，弱垂直各向异性下 ($A = 0.1$) 也有明显的线性增长阶段并逐渐达到饱和. $t = 50\tau_A$ 之前，各向同性和弱垂直各向异性的增长率曲线基本重合，表明此时起主要作用的是撕裂模不稳定性；$t = 50\tau_A$ 之后，弱垂直压力各向异性下不稳定性增长率比各向同性下稍快.

图 2 是算例 1($A = 0.1$) 的磁场演化图. 当 $t = 138.7\tau_A$ 时，在 $x = \pm 10\delta$, $z = 3\delta$ 及 $x = 0$, $z = -3\delta$ 处已经发生重联，形成狭长的磁岛 (实际上是磁绳结构在 x-z 平面上的投影). 由于取反对称初扰，磁岛和 x 线交错分布，呈反对称撕裂模的特征. 随着磁场的演化，磁岛宽度逐渐增加，并最终改变了磁场的拓扑结构. 由于算例 1 中等离子体热压与磁压的比值 β 取为 0.1, 即热压比磁压小一个量级，故演化过程中磁场的作用是主要的. 压力各向异性的影响很小. 由于很难达到磁镜模不稳定性的阈值，磁场演化与各向同性时的结果基本一致.

图 3 为算例 2—4 的磁场 z 方向分量 B_z 最大值随时间的变化. 与算例 1 不同，算例 2—4 研究的等离子体参数 β 较大 ($\beta = 2$), 即考察热压与磁压处于同量级时各向异性的影响. 同样图 3 也给出了其他参数相同时各向同性 ($A = 0$) 的不稳定性增长率曲线. 从图 3 可以看出，弱垂直各向异性下 ($A = 0.1$) 也有明显的线性增长阶段并逐渐达到饱和. $20\tau_A$ 之前，各向同性和弱垂直各向异性的增长率曲线基本重合，表明此时起主要作用的是撕裂模不稳定性；$20\tau_A$ 之后，弱垂直压力各向异性下不稳定性增长率比各向同性下稍大，但达到饱和后增长趋势减弱. 当存在弱场向各向异性时 ($A = -0.1$), 在 $10\tau_A$ 之前，基本上与各向同性时的增长率曲线重合，表明此时撕裂模不稳定性是主要的. 之后，撕裂模与火蛇管不稳定性互相抑制，使增长率变负. 大约 $20\tau_A$ 之后，火蛇管不稳定性变为主导，增长率迅速变大. 当存在较大的垂直各向异性时 ($A = 0.5$), 不稳定性的增长也非常迅速.

图 4 是算例 2($A = 0.1$) 的磁场演化图. 算例 2 的演化比算例 1 快得多，当 $t = 51.5\tau_A$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

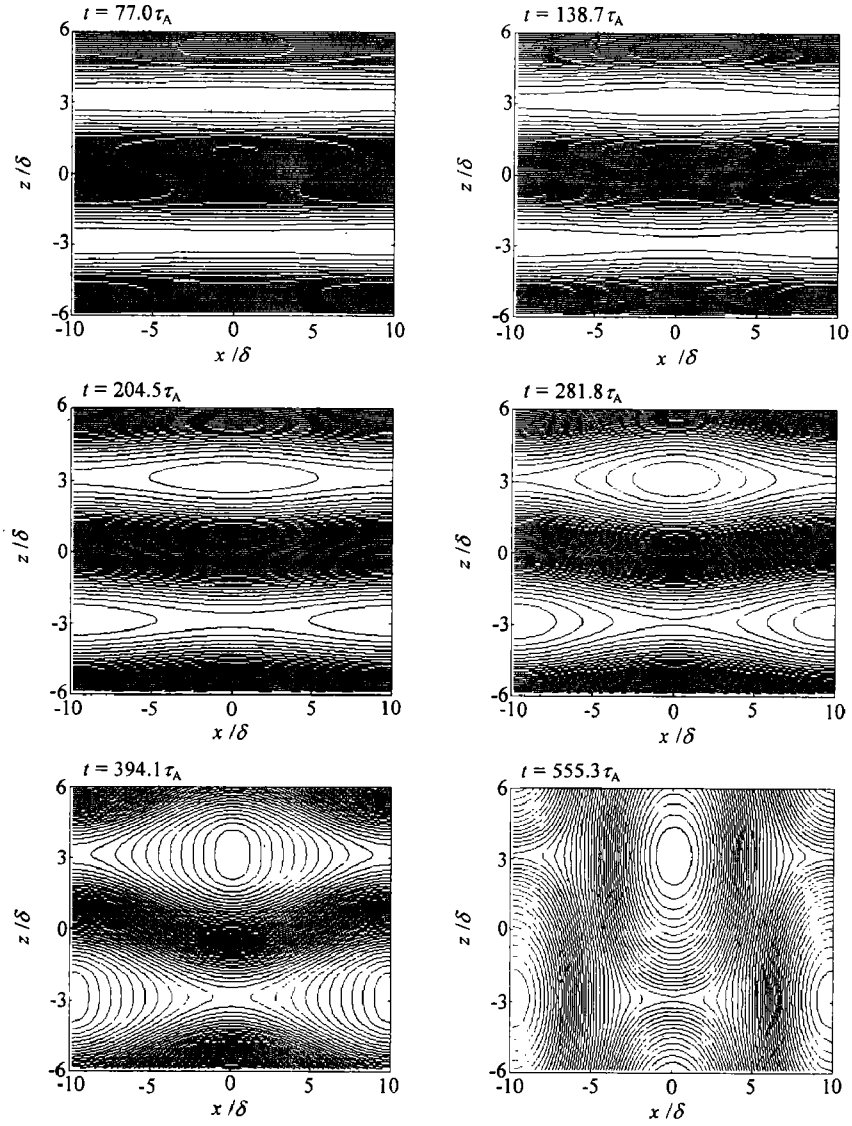


图 2　磁场演化图 (算例 1)

Fig.2　The magnetic field patterns at different times (case 1)

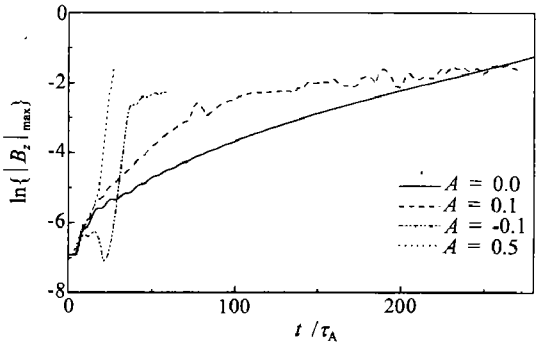


图 3　磁场 z 方向分量 B_z 最大值随时间的变化 (算例 2—4)

Fig.3　$\ln(|B_z|_{\max})$ versus the normalized time t/τ_A (case 2—4)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

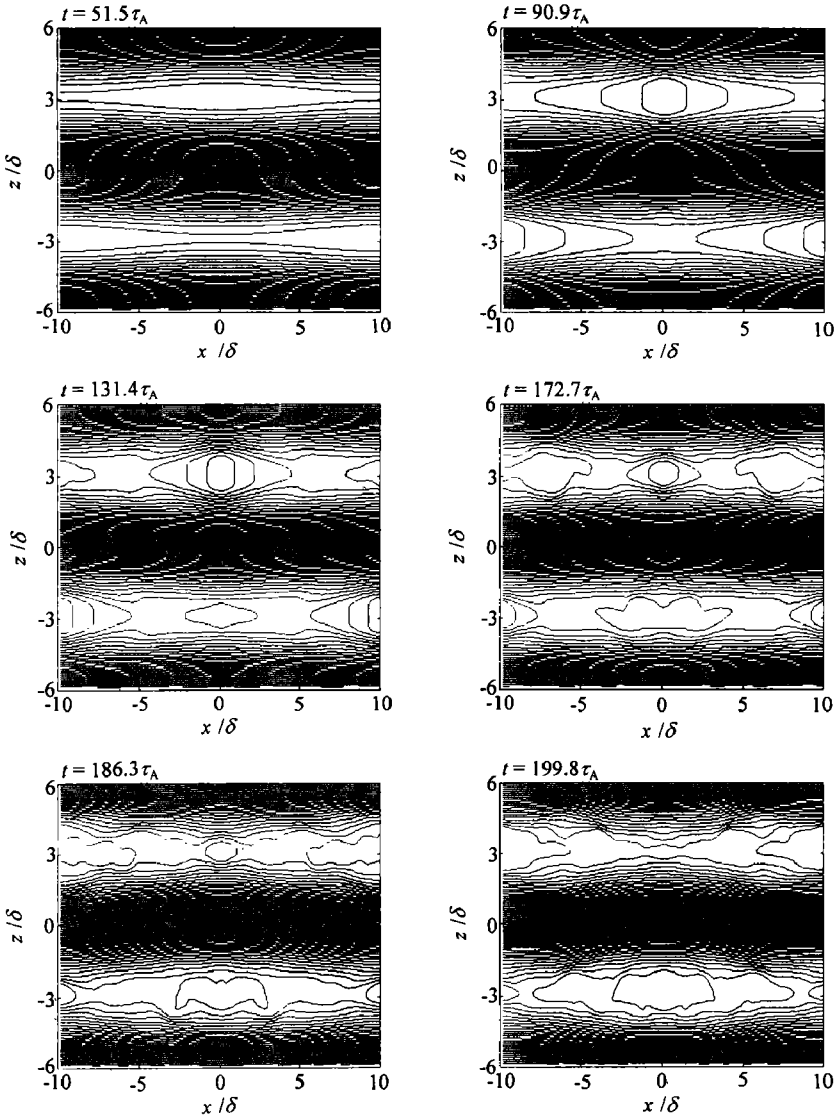


图 4 磁场演化图 (算例 2)

Fig.4 The magnetic field patterns at different times (case 2)

时，在 $x = \pm 10\delta$, $z = 3\delta$ 及 $x = 0$, $z = -3\delta$ 处已经发生重联，形成狭长的磁岛，整个磁场呈反对称撕裂模的特征. 随着磁场演化，磁岛宽度增加，到 $t = 90.9\tau_A$ 时，磁岛宽度达到约 2δ. 此时磁场已表现出磁镜模的特征，即在重联点磁力线向外弯曲，这就阻碍了原来的重联点处重联的进一步发生. 到 $t = 131.4\tau_A$, X 型点的位置发生变化. 重联位置移到了 $x = \pm 5\delta$, $z = \pm 3\delta$ 处. 在原来的重联处 $x = \pm 10\delta$, $z = 3\delta$ 及 $x = 0$, $z = -3\delta$ 形成新的磁岛，使整个磁场表现为对称模的特征. 同时上方电流片中心磁岛的长度逐渐减小. 由初始的 20δ 减小到 10δ, 到 $t = 172.7\tau_A$ 时已经减小到 5δ 左右，其宽度也有所减小. 随着上方电流片处中心磁岛逐渐变小，两侧的磁岛则慢慢变大. 与之相应，下方电流片中心处形成新的磁岛则稍有增加，形状也发生不规则变化. 到 $t = 199.8\tau_A$ 时，上方电流片处中心磁岛完全消失，其位置变为新的 X 中性点；而下方电流片的重联点移到两侧. 此时，磁场

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

重新表现为反对称撕裂模的特征，只是与初始相比，相位改变了 $\pi/2$.

图 5 是算例 2($A = 0.1$) 在不同时刻的流场图. 当 $t = 51.5\tau_A$ 时，高度弯曲的磁力线加速等离子体，形成从扩散区指向磁岛中心的等离子体流，并在磁岛中心从上下两侧流出，对流回扩散区. 这一过程使得磁岛内等离子体密度和宽度逐渐增加. 到 $t = 90.9\tau_A$ 时，从扩散区指向磁岛中心的等离子体最大流速为 $0.39\,v_A$，使磁岛等离子体密度继续变大. 同时扩散区附近出现向上下两侧的等离子体流，使得扩散区附近的等离子体密度增加，这可能导致了磁力线向外弯曲，并使此处的重联无法继续进行. 到 $t = 131.4\tau_A$，虽然 X 型点的位置发生变化，但在新的扩散区附近仍可明显看出流出扩散区的等离子体流. 但随着磁场

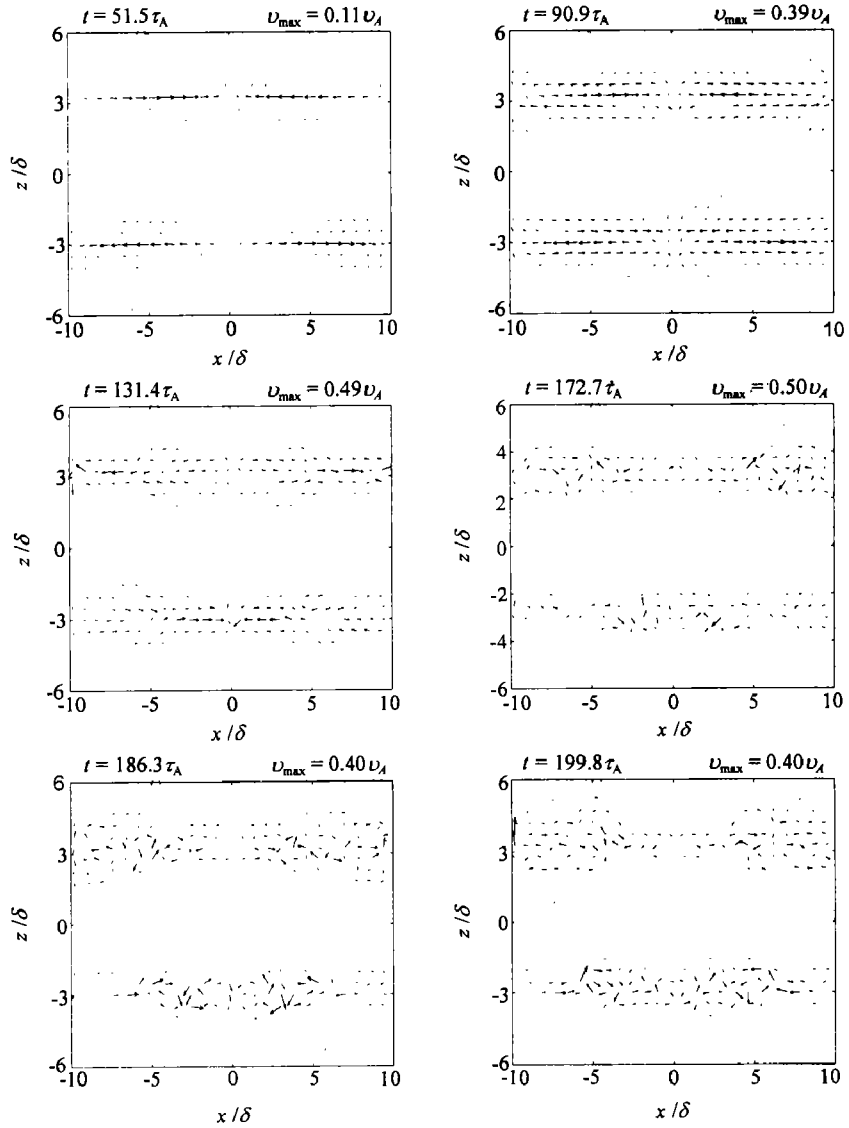


图 5　不同时刻流场图 (算例 2)

Fig.5　The distributions of plasma velocity at different times (case 2)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

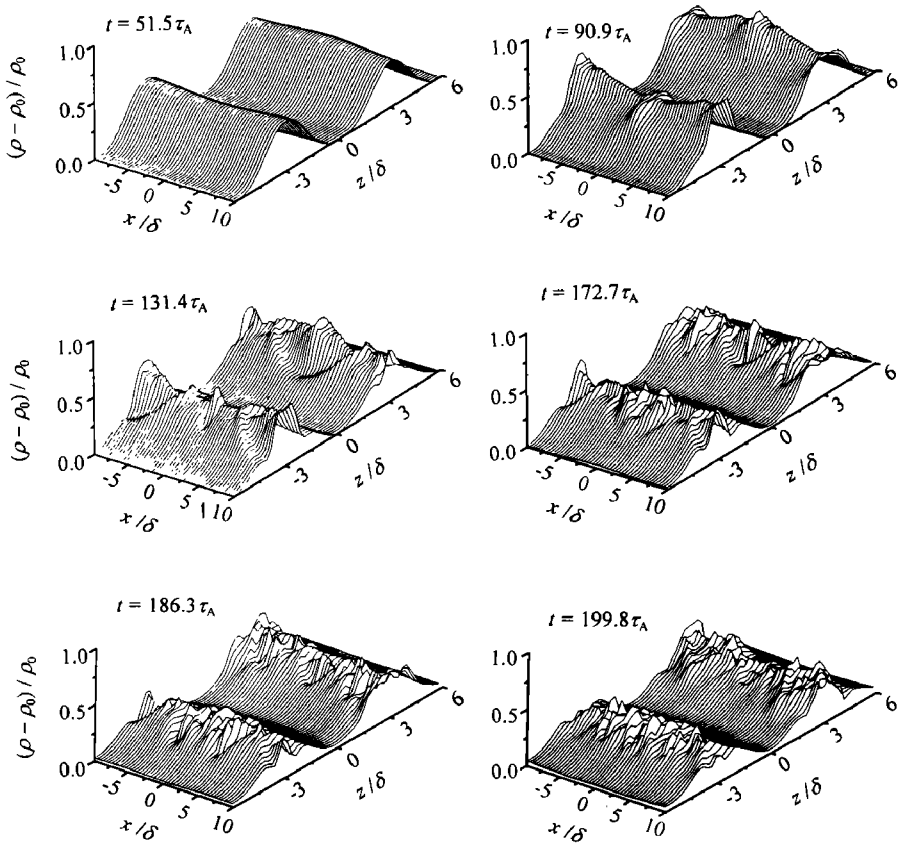


图 6 不同时刻等离子体相对密度 $(\rho - \rho_0)/\rho_0$ 空间分布图 (算例 2)

Fig.6 The spatial distributions of the relative density $(\rho - \rho_0)/\rho_0$ at different times (case 2)

的进一步演化，电流片附近的等离子体流动逐渐变得无规.

图 6 为不同时刻等离子体相对密度 $(\rho - \rho_0)/\rho_0$ 空间分布图. $t = 51.5\tau_A$ 时，磁岛相应于高密区，而 X 型点附近密度稍低. $t = 90.9\tau_A$ 时，X 型点附近密度变大，同时向两侧扩张，故相应的磁力线向两侧弯曲. $t = 131.4\tau_A$ 时，磁岛周围形成环形低密度区，磁岛的长度和宽度均减小. 到 $t = 131.4\tau_A$，磁岛已变得很小，且其密度也与周围等离子体相近，不再是明显的高密区.

我们也计算了弱的场向各向异性下双撕裂模的演化过程 (算例 3)，发现与撕裂模的情况相似，虽然电流片附近磁场扰动很大，但无法形成磁岛结构. 在大的垂直各向异性的影响下 (算例 4)，周期电流片的演化受磁镜模的影响，增长率变得很大.

图 7 为算例 5($A = 0.1$) 取自由边条件时，弱各向异性下的磁场演化图，其他参数均与算例 2 相同. 其结果与周期边条件下相似，演化初始阶段形成的磁岛逐渐变宽，上层电流片中的磁岛增大到一定程度后，开始变小；重联的位置发生改变. 上层电流片中出现多个小磁岛. 只是由于边界条件的限制，形成的磁岛宽度较算例 2 要小许多.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

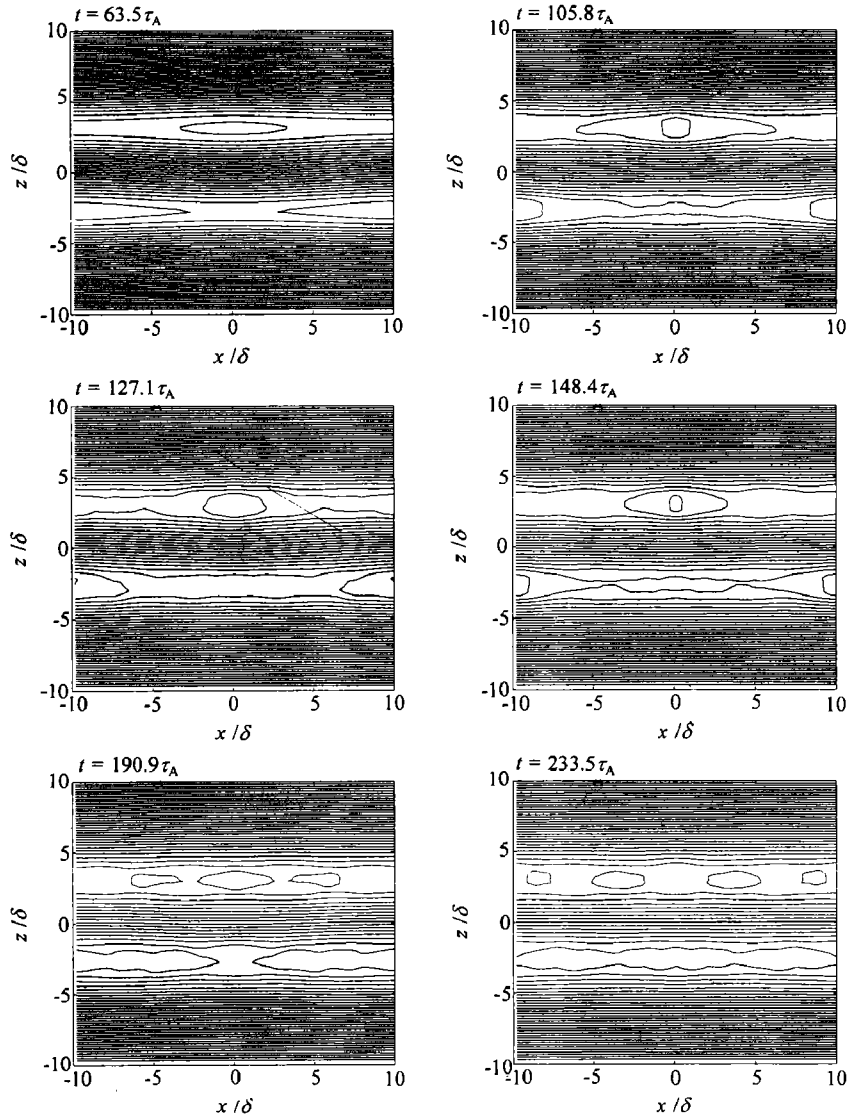


图 7　磁场演化图 (算例 5)

Fig.7　The magnetic field patterns at different times (case 5)

4　结论和讨论

在空间和太阳等离子体中，多层电流片是一种较为普遍的现象. 例如，在太阳冕流结构中就可能存在多层电流片 [11]; 在太阳风中也观测到多重日球层电流片结构 [12]. 本文通过对压力各向异性周期多重电流片演化的模拟，发现在 $\beta_{\perp 0} \ll 1$ 时，微弱的各向异性仅仅使磁场重联的速度加快. 而当 $\beta_{\perp 0} \approx 1$(即热压与磁压相当时)，微弱的垂直各向异性除了大大加速磁场重联的速度，还使重联位置发生显著变化，反对称的磁场位形逐步转化为对称的磁场位形、进而演化成与初始反相的反对称磁场位形. 场向各向异性和强的垂直各向异性都导致增长率成倍变大；但在场向各向异性下磁场位形基本不变，只在电流片中心出现

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

不规则扰动. 其他参数相同情况下各向异性双电流片比周期电流片中形成的磁岛要小.

参 考 文 献

[1] 王水, 李罗权. 磁场重联. 合肥: 安徽教育出版社, 1999.433—547

[2] Shi Y, Lee L C, Fu Z F. A study of tearing instability in the presence of a pressure anisotropy. *J. Geophys. Res.*, 1987, **92**(11):12 171—12 179

[3] Chen J, Palmadesso P. Tearing instability in an anisotropic neutral sheet. *Phys. Fluids*, 1984, **27**(5):1 198—1 206

[4] 马颖娟, 王水. 空间等离子体压力各向异性对磁场重联的影响. 空间科学学报, 2000, **20**(1):11—16

[5] Stix T H. Current penetration and plasma disruption. *Phys. Rev. Lett.*, 1976, **36**:521—524

[6] Otto A, Birk G T. Resistive instability of periodic current sheets. *Phys. Fluids*, 1992, **B4**:3 811—3 813

[7] Yan M, Otto A, Muzzell D, Lee L C. Tearing mode instability in a multiple current sheet system. *J. Geophys. Res.*, 1994, **99**(A5):8 657—8 669

[8] 刘一凡, 郑惠南, 王水. 多层电流片中撕裂模不稳定性的数值研究. 地球物理学报, 1997, **40**(2):145—153

[9] Hesse M, Birn J. MHD modeling of magnetotail instability for anisotropy pressure. *J. Geophys. Res.*, 1992, **97**(A7):10 643—10 654

[10] Kulsrud R M. MHD description of plasma. In: Galeev A A, Sudan R N ed. Handbook of Plasma Physics. Amsterdam: North-Holland, 1983. 170—190

[11] Eddy J A. Observation of a possible neutral sheet in the corona. *Solar Phys.*, 1973, **30**(2):385—394

[12] Crooker N U *et al.* Multiple heliosphereic current sheets and coronal streamer belt dynamics. *J. Geophys. Res.*, **98**(A8):9 371—9 381

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

THE EVOLUTION OF MULTIPLE CURRENT SHEET IN ANISOTROPIC PLASMA

MA Yingjuan JIA Yingdong WANG Shui

(*Department of Earth and Space Science, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026)

Abstract

The evolution of periodic multiple current sheets in the presence of a pressure anisotropy is numerically simulated based on a two-dimensional three component magnetohydrodynamic method. It is found out that when the plasma parameter $\beta \ll 1$, a slight anisotropy can only expedite the magnetic reconnection process. When the plasma parameter $\beta \approx 1$ (means that the thermal pressure is comparable with the magnetic pressure), slight perpendicular anisotropy can not only expedite the magnetic reconnection process, but also change the position of X line in reconnection. The magnetic filed changes gradually from an anti-symmetric configuration to a symmetric shape, which will further evolve into an anti-symmetric configuration in opposite phase with initial configuration. Large perpendicular anisotropy or parallel anisotropy will enhance the growth rate dramatically. But the magnetic field configuration does not have fundamental change in parallel anisotropy. There are only some irregular disturbs in the center of the current sheet. The magnetic islands that formed in the anisotropy plasma with periodical current sheets are smaller than those formed in isotropic periodical current sheets with same parameters.

Key words Anisotropy, Periodic current sheets, Magnetic reconnection

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com