第21卷 第4期 空 间 科 学 学 报 Vol.21, No.4
2001 年 10月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Oct., 2001

1998 年 5 月日冕三维结构的数值模拟*

叶占银 魏奉思 冯学尚 石 勇 姚久胜
(中国科学院空间科学与应用研究中心 北京 100080)

摘 要

采用三维理想磁流体力学 (MHD) 模式, 内边界条件把二维投影特征线边界方法推广应用到三维计算, 有效地稳定了数值计算并保证稳态解的自洽性; 初始猜解磁场由 1935 卡林顿周光球磁场观测数据得到, 这样计算得到的 1998 年 5 月份期间日冕三维结构比较符合实际. 计算结果表明: (1) 计算得到的源表面非径向磁场量值在磁中性线附近不超过 2 μT, 表明源表面磁场基本径向. (2) 模拟得到的源表面径向磁场量值除了在磁中性线附近的区域外变化不大, 这和观测一致. (3) 由源表面磁场按平方反比的规律计算出 1 AU 处磁场量值更接近观测值. (4) 计算得到的日冕结构和观测定性一致. 三维数值模拟结果还表明, 日冕的三维大尺度背景结构主要是由磁场决定的, 在闭磁场处或者电流片附近, 太阳风的密度高, 速度低; 在开场区, 太阳风的密度低, 速度高.

关键词 太阳风—磁流体力学— MHD 数值模拟

1 引言

通过研究日冕背景结构特征, 基本上能够把握日地空间太阳风背景结构的特征. 这是因为在 18 个太阳半径 (R_s) 以外, 太阳风是超快波速、超慢波速和超 Alfven 波速流动, 太阳风大尺度背景结构特征由 18 R_s 处的分布特征决定的, 而这个分布特征是在日冕内形成的, 它是太阳引力、 Lorentz 力和热压力等共同作用的结果. 因此采用三维 MHD 模式模拟日冕的背景结构是关键的一步, 也是数值模拟的难点. 困难主要集中在两个方面. 一个是计算日冕三维结构时, 内边界是跨快波速、跨慢波速和跨 Alfven 波速流动, 需要采用合适算法以保证迭代计算的稳定性和最终解的自洽性. 另外一个是需要恰当选取初始猜解磁场和太阳风参数, 以使计算结果接近观测.

针对第一个问题, 推广二维无反射投影特征线边界方法 [1] 到三维情况, 这样既有利于计算的稳定性, 又保证了三维解的自洽性. 针对第二个问题, 猜解太阳风参数采用 Parker 解, 猜解磁场由势磁场模型给出, 势函数是一些 Legendre 函数的叠加, 自然满足拉普拉斯方程. 针对具体算例即 1998 年 5 月份日冕结构数值模拟, 充分利用 1935 卡林顿周光球磁场观测数据, 确定 Legendre 函数项的展开系数, 得到猜解磁场, 通过猜解磁场和猜解流场的相互作用, 最终得到三维稳态自洽解. 这样得到稳态解的磁场继承了势场模型的优点, 即采用势场模型给出的源表面磁中性线位置, 可以比较准确预报 1 AU 处径向磁场分量的方向, 同时又改进了势场模型的两个不足, 也就是源表面磁场量值偏低和在源表面上远离磁中性线的位置磁场量值变化大.

* 中国科学院空间科学与应用研究中心所长基金资助 (992002)
2001-01-18 收到原稿, 2001-08-08 收到修定稿

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2 三维 MHD 方程组和数值算法

球坐标系下时变的、非守恒三维 MHD 方程组可以写成如下形式:

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t}+\boldsymbol{A}\frac{\partial}{\partial r}\boldsymbol{U}+\boldsymbol{B}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\boldsymbol{U}+\boldsymbol{C}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\boldsymbol{U}=\boldsymbol{S}. \tag{1}$$

这里,

$$\boldsymbol{U}=\begin{pmatrix}\rho\\ u_r\\ u_\theta\\ u_\phi\\ B_r\\ B_\theta\\ B_\phi\\ p\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}u_r & \rho & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & u_r & 0 & 0 & 0 & \frac{B_\theta}{\rho\mu_0} & \frac{B_\phi}{\rho\mu_0} & \frac{1}{\rho}\\ 0 & 0 & u_r & 0 & 0 & -\frac{B_r}{\rho\mu_0} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & u_r & 0 & 0 & -\frac{B_r}{\rho\mu_0} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_r & 0 & 0 & 0\\ 0 & B_\theta & -B_r & 0 & 0 & u_r & 0 & 0\\ 0 & B_\phi & 0 & -B_r & 0 & 0 & u_r & 0\\ 0 & \rho c_s^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_r\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}u_\theta & 0 & \rho & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & u_\theta & 0 & 0 & -\frac{B_\theta}{\rho\mu_0} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & u_\theta & 0 & \frac{B_r}{\rho\mu_0} & 0 & \frac{B_\phi}{\rho\mu_0} & \frac{1}{\rho}\\ 0 & 0 & 0 & u_\theta & 0 & 0 & -\frac{B_\theta}{\rho\mu_0} & 0\\ 0 & -B_\theta & B_r & 0 & u_\theta & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_\theta & 0 & 0\\ 0 & 0 & B_\phi & -B_\theta & 0 & 0 & u_\theta & 0\\ 0 & 0 & \rho c_s^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_\theta\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}u_\phi & 0 & 0 & \rho & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & u_\phi & 0 & 0 & -\frac{B_\phi}{\rho\mu_0} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & u_\phi & 0 & 0 & -\frac{B_\phi}{\rho\mu_0} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & u_\phi & \frac{B_r}{\rho\mu_0} & \frac{B_\theta}{\rho\mu_0} & 0 & \frac{1}{\rho}\\ 0 & -B_\phi & 0 & B_r & u_\phi & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -B_\phi & B_\theta & 0 & u_\phi & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_\phi & 0\\ 0 & 0 & 0 & \rho c_s^2 & 0 & 0 & 0 & u_\phi\end{pmatrix},$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\boldsymbol{S}=\begin{pmatrix} -\dfrac{2\rho u_r}{r}-\dfrac{\rho u_\theta \cot\theta}{r} \\ -\dfrac{GM_{\rm sun}}{r^2}+\dfrac{u_\phi^2+u_\theta^2}{r}-\dfrac{1}{\rho\mu_0}\dfrac{B_\phi^2+B_\theta^2}{r}+f_r \\ -\dfrac{u_r u_\theta}{r}+\dfrac{u_\phi^2}{r}\cot\theta+\dfrac{1}{\rho\mu_0}\left[\dfrac{B_r B_\theta}{r}-\dfrac{B_\phi^2}{r}\cot\theta\right]+f_\theta \\ -\dfrac{u_r u_\phi}{r}-\dfrac{u_\theta u_\phi}{r}\cot\theta+\dfrac{1}{\rho\mu_0}\left[\dfrac{B_r B_\phi}{r}+\dfrac{B_\theta B_\phi}{r}\cot\theta\right]+f_\phi \\ -\dfrac{2u_r B_r}{r}-\dfrac{u_\theta B_r}{r}\cot\theta \\ -\dfrac{u_r B_\theta+u_\theta B_r}{r}-\dfrac{u_\theta B_\theta}{r}\cot\theta \\ -\dfrac{u_r B_\phi+u_\phi B_r}{r}-\dfrac{u_\phi B_\theta}{r}\cot\theta \\ -\dfrac{\rho c_{\rm s}^2}{r}[2u_r+u_\theta\cot\theta] \end{pmatrix}.$$

其中，ρ 是太阳风等离子体的密度．u_r,u_θ,u_ϕ 分别是 r,θ,ϕ 方向的速度分量，B_r,B_θ,B_ϕ 分别是在 r,θ,ϕ 方向上磁感应强度矢量分量，压强 p，G 是万有引力常数，$M_{\rm sun}$ 是太阳质量，μ_0 是真空中磁导率，$c_{\rm s}=\sqrt{\dfrac{\gamma p}{\rho}}$ 是流体声速，γ 是定压比热与定容比热之比．f_r,f_θ,f_ϕ 是惯性离心力和科氏力的矢量和在球坐标系下不同坐标方向上的分量．

离散方程组 (1) 采用二阶精度的 MacCormack II[1]* 差分格式．在 (i,j,k) 点，时间推进计算公式为

$$\begin{aligned} U_{i,j,k}^{(1)} =& U_{i,j,k}^{n}-\frac{\Delta t}{\Delta r_i}A_{i,j,k}^{n}(U_{i,j,k}^{n}-U_{i-1,j,k}^{n})-\frac{\Delta t}{r_i\Delta\theta_j}B_{i,j,k}^{n}(U_{i,j,k}^{n}-U_{i,j-1,k}^{n})- \\ & \frac{\Delta t}{r_i\sin\theta_j\Delta\phi_k}C_{i,j,k}^{n}(U_{i,j,k}^{n}-U_{i,j,k-1}^{n})+\Delta t\times S_{i,j,k}^{n}, \\ U_{i,j,k}^{(2)} =& U_{i,j,k}^{(1)}-\frac{\Delta t}{\Delta r_i}A_{i,j,k}^{(1)}(U_{i+1,j,k}^{(1)}-U_{i,j,k}^{(1)})-\frac{\Delta t}{r_i\Delta\theta_j}B_{i,j,k}^{(1)}(U_{i,j+1,k}^{(1)}-U_{i,j,k}^{(1)})- \\ & \frac{\Delta t}{r_i\sin\theta_j\Delta\phi_k}C_{i,j,k}^{(1)}(U_{i,j,k+1}^{(1)}-U_{i,j,k}^{(1)})+\Delta t\times S_{i,j,k}^{(1)}, \\ U_{i,j,k}^{n+1} =& \frac{1}{2}(U_{i,j,k}^{n}+U_{i,j,k}^{(2)}). \end{aligned} \tag{2}$$

计算时间步长要满足 CFL 条件，即一个时间步长内磁流体波传播的距离不能超过一个网格间距：

$$\Delta t=\min_{i,j,k}(\Delta t_r,\Delta t_\theta,\Delta t_\phi),\quad \Delta t_r=\frac{\Delta r}{|\lambda_r|},\Delta t_\theta=\frac{r\Delta\theta}{|\lambda_\theta|},\qquad \Delta t_\phi=\frac{r\sin\theta\Delta\phi}{|\lambda_\phi|}.$$

这里，$\lambda_r,\lambda_\theta,\lambda_\phi$ 分别是方程组 (1) 中矩阵 $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ 中绝对值最大的特征根．

为了格式的计算稳定性，加入了 Lapidus 形式的人工黏性，黏性系数同文献 [1].

* 李敬群，非对称日冕物质抛射数值模拟．中国科学院空间科学与应用研究中心博士论文，2000

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

3 网格划分和初边值条件

3.1 网格划分

计算域 $r\times\theta\times\phi=(1,20)\times(-5,185)\times(0,360)$, 网格划分为 $r\times\theta\times\phi=34\times34\times65$, θ,ϕ 方向均匀划分网格. 由于内边界处物理量变化大, r 方向需要采用非均匀网格, 使内边界处网格加密.

3.2 初边值的确定

初始猜解磁场由势磁场模型给出, 是一些 Legendre 函数的叠加, 自然满足拉普拉斯方程, 叠加系数由 1935 卡林顿周光球视向磁场分量的观测值来确定 [3]. 这样得到猜解磁场的径向分量在 $2.5\,R_s$ 处等值线图就是文献 [4] 给出的源表面磁场等值线图 (见图 1).

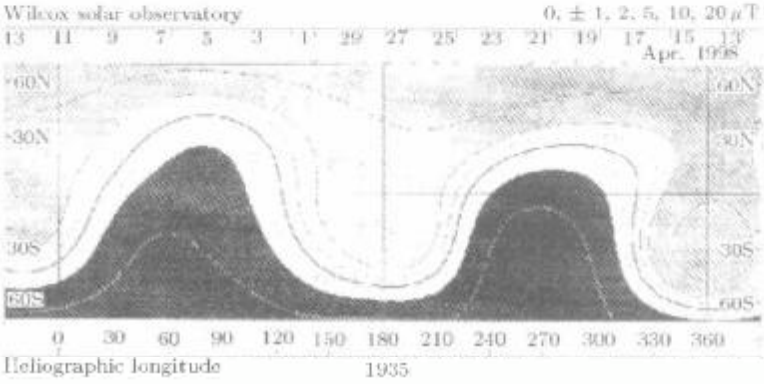


图 1 SGD 报告中源表面的磁场等值线

Fig.1 Contour of magnetic field on source surface from SGD

初始猜解太阳风等离子体参数采用一维球对称 Parker 解. 内边界处参数取为

$$\rho_0=3.75\times10^{-13}\,\mathrm{kg/m^3},\qquad T_0=1.56\times10^6\,\mathrm{K},\qquad V_0=2.802\,\mathrm{km/s}.$$

为了得到满足 MHD 方程组的稳态自洽解, 还需要采用恰当的边界条件. 极区边界可以采用延拓边界条件. 外边界是超快波速、超慢波速和超 Alfven 波速流动, 直接线性外推即可. 内边界处一般为跨快波速、跨慢波速和跨 Alfven 波速流动, 采用无反射投影特征线边界条件, 这既有利于数值计算稳定性又保证最终稳态解的自洽性. 无反射投影特征线边界条件在一维 MHD 模式稳态解计算中取得了很好的效果, 目前在三维日冕计算中还没有发现文献采用这种内边界条件, 我们把一维 MHD 方程组无反射投影特征线内边界条件推广到三维, 具体做法如下:

$$\frac{\partial U}{\partial t}=-A'\frac{\partial U}{\partial r}+B'S'. \tag{3}$$

这里, $S'=S-\frac{1}{r}B\frac{\partial U}{\partial\theta}-\frac{1}{r\sin\theta}C\frac{\partial U}{\partial\phi}$; $\frac{\partial U}{\partial\theta}$ 和 $\frac{\partial U}{\partial\phi}$ 离散采用中性差分, $\frac{\partial U}{\partial r}$ 离散采用靠近边界三点的二阶精度偏心差分. $A'=RA_1L$, $B'=RA_2L$, $A_1=\mathrm{diag}\{\lambda_1^1,\lambda_2^1,\cdots,\lambda_8^1\}$,

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\boldsymbol{\Lambda}_2 = \mathrm{diag}\{\lambda_1^2, \lambda_2^2, \cdots, \lambda_8^2\},$$

$$\lambda_i^1 = \begin{cases} \lambda_i, & \lambda_i \text{ 特征走出流场;} \\ 0, & \lambda_i \text{ 特征走入流场.} \end{cases} \qquad \lambda_i^2 = \begin{cases} 1, & \lambda_i \text{ 特征值走出流场;} \\ 0, & \lambda_i \text{ 特征值走入流场.} \end{cases}$$

这里，$\lambda_i (i = 1, 2, \cdots, 8)$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值，$\boldsymbol{R}$ 是归一化的右特征向量组成的矩阵，$\boldsymbol{L}$ 是归一化的左特征向量组成的矩阵 [5]，特征向量的位置与特征值位置相对应．时间项离散采用欧拉前差，内边界的计算公式为

$$U_{i,j,k}^{n+1} = U_{i,j,k}^{n} - \Delta t A_{i,j,k}^{\prime n} \left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)_{i,j,k}^{n} + \Delta t B_{i,j,k}^{\prime n} S_{i,j,k}^{\prime n}.$$

4　计算结果与讨论

计算迭代 17 000 步，$t = 27\mathrm{h}$ 计算结果基本稳定，得到了稳态的自洽解．

在源表面 ($2.5\,\mathrm{R_s}$) 处，计算得到的磁中性线附近非径向磁场量值不超过 $2\,\mu\mathrm{T}$，表明在源表面处磁场基本径向．图 2 给出了采用 MHD 模式计算得到源表面处的径向磁场等值线分布，从图中可以看出磁场中性线基本保持图 1 的形状，它在低纬的位置和图 1 很接近，采用这个图预报 1 AU 处径向磁场分量的正负和采用图 1 的结果没有多大区别，因此它继承了势场模型的优点．从图 2 可以看出，磁场量值整体上比图 1 大，采用图 2 方式预报 1 AU 处磁场量值从定量上讲比图 1 要好得多．例如图 1 给出极区的磁场量值为 $5\,\mu\mathrm{T}$，按平方反比给出 1 AU 处径向磁场量值为 0.68 nT，量值偏小．图 2 给出极区的磁场量值达到 $10\,\mu\mathrm{T}$，比图 1 的结果增加近 1 倍，按平方反比给出 1 AU 处径向磁场量值为 1.36 nT 更接近 1 AU 处的观测．从图 2 还可以看出，磁中性线附近磁场量值上变化大，从 $-4\mu\mathrm{T}$ 变化到 $4\,\mu\mathrm{T}$．远离磁中性线，磁场量值变化不大．这和 Ulysess 观测一致 [2]，Ulysess 观测发现，远离电流片径向磁场量值变化很小．

图 3 给出了源表面的太阳风等离子体密度分布，比较图 2 和图 3 可以看出，密度分布的结构和磁场分布的结构很相似，在中性线附近，密度高，在两极密度低．从图 3 还可

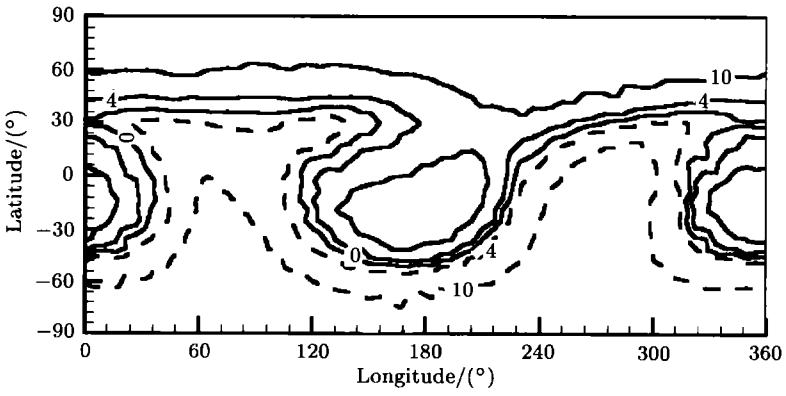


图 2　采用三维 MHD 方程组计算出源表面的磁场等值线图 (μT)

Fig.2　Contour of radial magnetic field component on source surface by 3-D MHD numerical model (μT)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

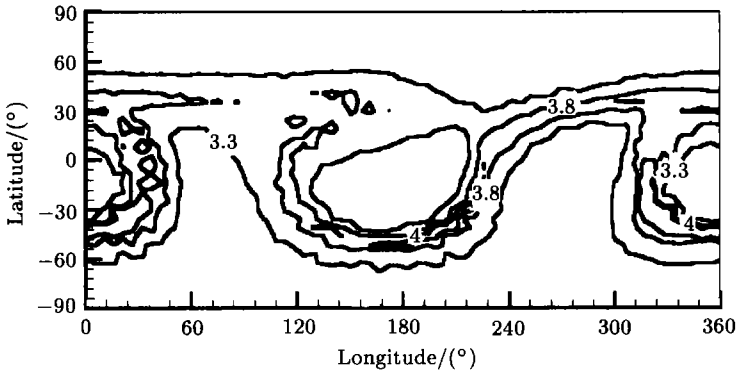


图 3 采用三维 MHD 方程组计算出的源表面密度图 ($10^6/cm^3$)

Fig.3 Distribution of density on source surface by 3-D MHD numerical model ($10^6/cm^3$)

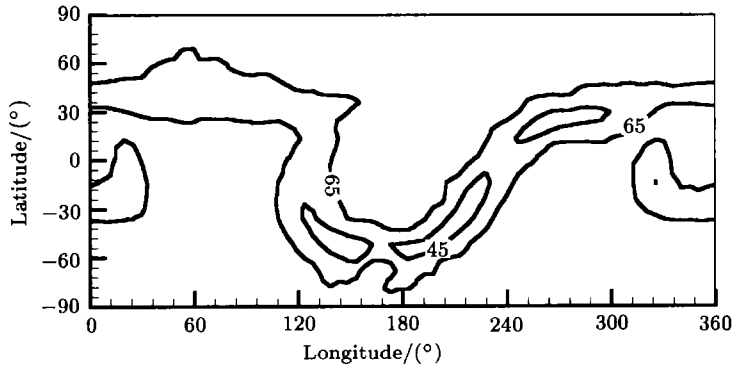


图 4 采用三维 MHD 方程组计算出源表面的速度图 ($km \cdot s^{-1}$)

Fig.4 Distribution of solar wind speed on source surface by 3-D MHD numerical model ($km \cdot s^{-1}$)

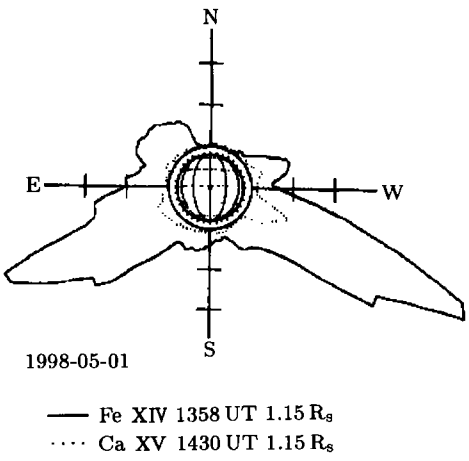


图 5 5 月 1 日 Fe XIV 谱线观测日冕结构

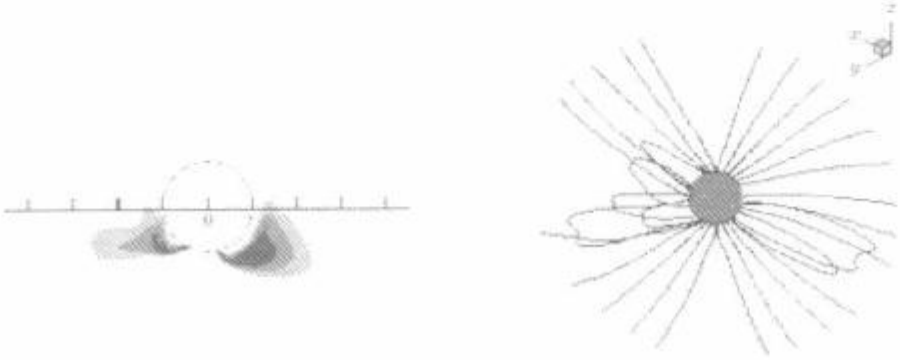
Fig.5 Observation of solar corona at 1st May by Fe XIV

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

以看出，在赤道附近，卡林顿经度 170° 处存在一个冕洞，这和 SGD 报告的 FE XIV 观测一致 [4].

同样，源表面速度分布的结构和磁场分布的结构也很相似，从图 4 可以看出，在磁中性线附近，速度低，在两极和冕洞处速度高.

从以上计算结果可知，日冕太阳风大尺度结构是由磁场决定的，因此许多谱线的日冕观测基本能够反映太阳风的三维磁场结构. 图 5 给出了 1998 年 5 月 1 日 Fe XIV 谱线观测的 $4R_s$ 以内日冕亮度图 [4]. 子午面左右两边的卡林顿经度可以由图 1 上边的时间标尺确定，由图 1 可以看出，5 月 1 日地球正对的卡林顿经度约为 130°，子午面左边的卡林顿经度比地球正对的卡林顿经度少 90°，为 40°，右边多 90°，应为 220°. 图 6(a) 和 (b) 分别给出了对应这个日冕观测图的相对密度 $(\rho-\rho_0)/\rho_0$ 和三维磁场结构，这里 ρ_0 是初始计算时的密度值. 从图可以看出观测和模拟基本一致.



(a)　　(b)

图 6　对应观测图 5 的三维计算结果 (1—4.5R_s)　(a) $(\rho-\rho_0)/\rho_0$ 灰度图，(b) 三维磁力线图

Fig.6　3-D numerical results corresponding to Fig.5 (1—4.5 R_s)

(a) grayscale image of $(\rho-\rho_0)/\rho_0$, (b) 3-D magnetic field

5　结论

本文充分利用光球磁场观测数据，采用三维 MHD 数值模式，模拟了 1998 年 5 月 1935 卡林顿周日冕的三维结构. 由于在内边界处理上，把二维无反射投影特征边界条件推广应用到三维，很好地稳定了数值计算，并保证最终稳态解的自洽性. 得到稳态解的计算结果和观测基本定性一致. 模拟结果表明，在源表面 2.5R_s 处磁中性线附近非径向磁场分量不超过 2 μT，源表面上的磁场基本是径向的. 模拟结果还表明，日冕大尺度结构由磁场决定，其他物理量的空间分布结构和磁场结构存在相似性，在闭磁场区内或者电流片附近，太阳风密度高，速度低；在开磁场区，太阳风密度低，速度高. 这与日冕两维定态结构模拟的结论一致 [6,7].

参　考　文　献

[1] 张金虹，魏奉思. 日球子午面内背景太阳风流场和磁场的相互作用. 中国科学 (A 辑)，1993，23(4)：427—436

[2] 卢先河等. Ulysses 的观测与太阳风加热机理初议. 地球物理学报，1998，14(4)：437—446

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

[3] Martin D A, Gordon N J R. Magnetic fields and the structure of the solar corona. *Solar Phys.*, 1969, **9**:131—149
[4] Solar-Geophysical Data Prompt Reports, No.647, 1998, 41
[5] Roe P L, Balsara D S. Notes on the Eigensystem of Magnetohydrodynamics. *SIAM J. Appl.*, 1996, **56**(1):57—67
[6] 李敬群, 魏奉思. 磁场强度对日冕定态结构的影响. 空间科学学报, 2000, **20**(4):297—302
[7] 叶占银, 魏奉思, 冯学尚, 石勇, 姚久胜. 1998 年 5 月 2 日日冕亮度观测图的数值研究. 空间科学学报, 2001, **21**(2):105—113

THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL CORONAL MODEL OF CARRINGTON ROTATION 1935 AT MAY 1998

YE Zhanyin WEI Fengsi FENG Xueshang SHI Yong YAO Jiusheng
(*Center for Space Science and Applied Research, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080)

Abstract

Three-dimensional coronal structure of Carrington rotation 1935 at May 1998 is obtained by using a three-dimensional numerical model of ideal magnetohydrodynamic equations. In this numerical model, MacCormark-Ⅱ scheme is employed for the discretization of the governing equations in computational domain and non-reflecting projected-characteristic condition is adopted at inner boundary to keep the simulation stable and the solution self-consistent. With the numerical model, iteration is carried out with initial magnetic field constructed from photosphere observation at 1935 Carrington rotation by Legendre series expansion and finally approaches a steady state. The iteration results show that: (1) magnetic field on source surface is nearly in radial direction with non-radial magnetic field component no more than 2 μT near the neutral line. (2) The value of radial magnetic field component on source surface has no much variation except near the neutral line. This agrees with Ulysess observation. (3) The magnitude of radial magnetic field component at 1 AU, calculated from that on source surface by rule of r^{-2}, approximates observation better than that obtained by potential model. (4) 3-D numerical coronal structure agrees qualitatively with observation. The 3-D numerical results also show that magnetic field dominates global solar wind structure, in which density of solar wind is high and speed is low in close magnetic field and near current sheet, while density is low and speed is high at open magnetic field.

Key words Corona, Solar wind, Magnets hydrodynamics, MHD numerical simulation

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com