第21卷 第4期 空 间 科 学 学 报 Vol.21, No.4
2001 年 10月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Oct., 2001

卫星精密轨道抗差估计的研究 *

文援兰[1] 杨元喜[2] 王 威[1]
[1](国防科技大学航天与材料工程学院 长沙 410073)
[2](西安测绘研究所)

摘 要

建立了卫星精密轨道抗差估计批处理的模型，给出了抗差估计权函数，并从权函数、影响函数等方面论述了抗差估计批处理的抗差性，从理论上说明了抗差估计批处理能充分利用有效观测，限制了利用可用观测，排除了有害粗差影响，得到了正常模式下的最佳估值；给出了抗差估计批处理的计算步骤；应用激光测距数据对 Lageos 卫星进行了精密定轨. 结果表明，抗差估计比经典最小二乘估计得到的卫星轨道更稳定，由实际情况进一步说明了抗差估计批处理具有明显的抗差性.

关键词 卫星精密轨道确定—抗差估计—抗差性

1 引言

精密轨道确定需要高精度的观测数据. 尽管目前的观测精度已大大提高，但在实际观测中，由于各种因素的影响，观测数据中往往存在一定数量的错误数据，或者准确度和精确度不高的数据，这些数据称之为粗差. 所以在轨道确定之前，对原始观测数据的预处理就显得格外重要. 在一般的预处理中，并未考虑观测数据与轨道动力学模型的吻合情况[1]，只是剔除大野值，但仍有相当一部分质量不好的数据保留了下来，然后进行初步定轨，并由此进行残差分析. 由于卫星跟踪测量存在常数偏差和时间偏差[2,3]，所以残差分析的过程为：首先对初步定轨所得的初步残差进行常数偏差和时间偏差改正，再对改正后的残差进行多项式拟合，最后对拟合后剩余残差较大者予以剔除，以消除其中的粗差. 或者直接对初步残差进行多项式拟合，对拟合后的残差较大者予以剔除[1].

因观测误差中存在偶然误差和系统误差，而且由于模型不准，上述方法难以奏效，对预处理过的卫星激光测距 (SLR) 的数据进行统计分析表明，还有大量的粗差存在 **.

基于卫星观测的数据量十分庞大，经过预处理后还存在着大量的粗差，美国航空与宇宙航行局 (NASA) 激光测卫工作组建立了一个激光测卫数据质量自动控制系统 (AQC)，负责对全球的激光测卫数据进行检验，发现观测数据的问题，查出问题原因并进行改正，对粗差予以剔除. 该系统是基于对 Lageos 卫星的激光测距数据进行检验的，因为 Lageos 卫星轨道非常稳定，全球卫星观测站对其激光测距数据精度比较高[4]. 通过对 Lageos-1 和 Lageos-2 共 5 年 (1988—1993 年) 的观测，对 11 167 个弧段的数据统计分析，建立了检

* 国家杰出青年科学基金资助项目 (49825107)

** 吴杰. 自适应最小 p 范数估计及其在天文、大地测量中的应用. 中国科学院上海天文台博士学位论文, 1996. 66–85

2000-06-21 收到原稿, 2001-08-28 收到修定稿

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

验模型和检验标准. 该系统接受全球各观测站的激光测卫数据的前提是, 观测数据只能有5% 的粗差, 有问题的数据必须提供距离偏差改正、时间偏差改正和气压改正信息, 否则予以剔除. 该系统检验分为两级: 粗略检验和精细检验 [5].

粗略检验的标准是: 各子弧段的定轨均方差大于 5 cm 或校准轨道均方差大于 5 cm, 或校准轨道均方差小于 5 cm 而校准偏差大于 5 cm, 所有满足上述标准的数据均视为粗差, 是有害信息, 应予以剔除.

通过了粗略检验的数据后还需进行精细检验. 精细检验的标准是: 子弧段的定轨均方差大于 1 cm, 或校准轨道均方差大于 0.8 cm, 或者校准轨道均方差小于 0.5 cm 而校准偏差大于 0.5 cm.

通过精细检验的观测数据是有效观测, 通过了粗略检验而未通过精细检验的数据仍然是很有用的, 是可用观测, 只是它的准确度下降了. 若此情况持续一段时间, 则要研究此数据存在的问题.

数据质量自动控制系统对 Lageos 卫星的激光测距实测数据的检验表明, 15% 的激光测卫数据存在问题, 仅有 5% 能被探测到, 而 10% 有问题的数据要靠其他手段探测 [5].

数据预处理和激光测卫数据质量自动控制系统都难以完全剔除粗差. 美国德克萨斯大学空间研究中心卫星精密定轨与动力学测地软件 UTOPIA 对各卫星观测台站软硬件进行综合评价, 对精度较低的台站予以降权; 对误差较大的观测数据或观测弧段予以剔除. 其他的卫星精密定轨软件数据预处理与 UTOPIA 类似. 我们认为, 对观测台站予以降权或者剔除一些观测数据存在人为性, 理论不够完备, 容易剔除一些观测精度很高的观测数据, 数据利用率较低. 而经典最小二乘法是在观测数据服从正态分布时, 具有无偏、一致和优效性, 但是当观测数据受到异常污染时, 最小二乘法又具有负面效应, 即估值不具备抗干扰性, 单个测值的偏差也可能导致解的面目全非. 所以, 轨道确定抗干扰的估计理论得到广泛研究, 如人卫光学观测中大异常值的剔除方法 [7], 自适应最小 p 范数估计方法. 本文研究卫星精密轨道的抗差估计方法.

抗差估计是在 20 世纪 50、60 年代随着计算机的发展而得到深入研究的理论, 现已形成体系, 在理论和应用方面都在逐步深入发展. 国内的研究也已具有一定的深度和广度, 如抗差估计的 IGG 方案 [8].

抗差估计是在粗差不可避免的情况下, 选择适当的估计方法使参数估值尽可能减免粗差的影响, 得出正常模式下的最佳估值. 由于事先不大可能准确知道观测数据中有效观测和有害信息所占比例, 以及它们具体包含在哪些观测中, 抗差估计的主要目标是获得较可靠的、具有实际意义的、较有效的估值 [8,9].

本文首先建立了卫星精密轨道抗差估计批处理的模型, 给出了抗差估计权函数, 并从权函数、影响函数等方面论述了抗差估计批处理的抗差性, 从理论上说明了抗差估计批处理能够充分利用有效观测, 限制利用可用观测, 排除有害粗差影响, 得到正常模式下的最佳估值; 给出了抗差估计批处理的计算步骤; 通过对 Lageos 卫星的实测数据处理表明, 抗差估计批处理的轨道比经典最小二乘估计批处理的轨道更稳定, 由实际情况说明了卫星轨道抗差估计批处理具有明显的抗差性.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2　卫星轨道抗差估计模型

设卫星某一时刻的运动状态向量为

$$\boldsymbol{X}(t)=[\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{R}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}. \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{X}$ 为 n 维状态向量，$\boldsymbol{R}$、$\dot{\boldsymbol{R}}^{\mathrm{T}}$ 为卫星在惯性坐标系中的位置和速度矢量，$\boldsymbol{\alpha}$ 为力学模型参数向量，且 $\dot{\boldsymbol{\alpha}}=0$.

已知某一参考运动状态向量 $\boldsymbol{X}^{*}(t)$，令 $\boldsymbol{x}(t)$ 为运动状态向量与参考运动状态向量之差，即状态向量改进量为

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{X}(t)-\boldsymbol{X}^{*}(t). \tag{2}$$

对卫星的运动方程进行积分，则可得卫星的运动状态方程 [1,6]:

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{\phi}(t,t_0)\boldsymbol{x}(t_0), \tag{3}$$

式中 $\boldsymbol{\phi}(t,t_0)$ 为状态转移矩阵.

一般观测量是运动状态的非线性函数，用下式表示：

$$\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{G}(X_i,t_i)+\boldsymbol{v}_i,$$

式中，$\boldsymbol{Y}_i$ 是 t_i 时刻的观测向量，$\boldsymbol{v}_i$ 是观测残差向量，经线性化得线性观测方程：

$$\boldsymbol{y}_i=\tilde{\boldsymbol{H}}_i x_i+\boldsymbol{v}_i, \tag{4}$$

式中，

$$\boldsymbol{y}_i=\boldsymbol{Y}_i-\boldsymbol{G}(X_i^{*},t_i),$$
$$\tilde{\boldsymbol{H}}=\partial\boldsymbol{G}/\partial\boldsymbol{X}|_{X^{*}}. \tag{5}$$

(4) 式只能求出各个观测时刻的状态向量改进量 $\boldsymbol{x}(t)$，卫星轨道批处理是确定某一历元时刻的状态向量改进量 $\boldsymbol{x}(t_0)$，简写为 $\boldsymbol{x}_0$. 将 (3) 式代入 (4) 式可得：

$$\boldsymbol{y}_i=\boldsymbol{H}_i\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{v}_i. \tag{6}$$

式中，$\boldsymbol{H}_i=\tilde{\boldsymbol{H}}_i\boldsymbol{\phi}(t_i,t_0)$. 设各个观测时刻的观测向量为 $\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{y}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{y}_m^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，残差向量为 $\boldsymbol{V}=[\boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{v}_m^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，观测系数矩阵为 $\boldsymbol{H}=[\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{H}_m^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，则 (6) 式可以写为

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{V}. \tag{7}$$

根据 (7) 式，利用带有残差或噪声向量 $\boldsymbol{V}$ 的观测数据 $\boldsymbol{y}$，对不精确的初始状态 $\boldsymbol{X}_0$，可以求出某种意义下的状态向量改进量“最佳”估值 $\boldsymbol{x}_0$，通过 (3) 式和 (2) 式，即可得任一时刻的状态向量 $\boldsymbol{X}$，从而测定了一种统计意义下的“最佳”轨道 [1,6].

在一般情况下，假设观测残差向量具有下列统计特性：

$$\boldsymbol{E}[v_j]=0,$$
$$\boldsymbol{E}[v_i,v_j]=\sigma_i^2\delta_{i,j},\qquad i,j=1,2,\cdots,m. \tag{8}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

式中， σ_i^2 为观测中误差. $\delta_{i,j}$ 为 Kronecker 记号：当 $i=j$ 时， $\delta_{i,j}=1$, 当 $i\neq j$ 时, $\delta_{i,j}=0$.

令观测值的先验权 $p_i=\sigma^2/\sigma_i^2$, 先验权矩阵为 $\boldsymbol{P}=\mathrm{diag}\,(p_1,p_2,\cdots,p_m)$, 式中 σ^2 为观测值的先验中误差. 则 (7) 式的最小二乘解为

$$\boldsymbol{x}_0=(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{y}. \tag{9}$$

(9) 式就是卫星轨道最小二乘估计批处理的模型.

2.1 卫星轨道抗差估计批处理模型

在实际情况中，残差 $\boldsymbol{V}$ 并不满足 (8) 式的条件， $\boldsymbol{V}$ 中含有大量的粗差. 在一般情况下， $\boldsymbol{V}$ 服从受污染的正态分布 [8,9]:

$$\boldsymbol{G}=(1-\varepsilon)\boldsymbol{F}+\varepsilon\boldsymbol{H}. \tag{10}$$

式中， $\boldsymbol{G}$ 为受污染的正态分布，主体部分 $\boldsymbol{F}$ 为正态分布，次要部分 $\boldsymbol{H}$ 为干扰分布， ε 为污染率.

为了克服粗差的影响，引进抗差估计理论，按抗差 M 估计原理 [8,9], 取极值准则函数为

$$\sum_{i=1}^{m}p_i\rho(v_i)=\sum_{i=1}^{m}p_i\rho(y_i-H_ix_0)=\min.$$

式中， p_i 为观测值的先验权元素，常用的 ρ 函数是对称的、凸的或在正半轴上非降的函数. 上式对 x_0 求导，并令其为零，同时令

$$\psi(v_i)=\partial\rho(v_i)/\partial v_i,$$

则有

$$\sum_{i=1}^{m}p_i\psi(v_i)h_i=0. \tag{11}$$

令等价权和等价权矩阵分别为

$$\bar{p}_i=p_iw_i, \tag{12}$$

$$\overline{\boldsymbol{P}}=\mathrm{diag}(\bar{p}_1,\bar{p}_2,\cdots,\bar{p}_m). \tag{13}$$

式中 $w_i=\psi(v_i)/v_i$, 则 (11) 式可写为 $\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{V}=0$, 将 (7) 式代入得:

$$x_0=(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{y}. \tag{14}$$

采用等价权法可以较简单地计算出观测中误差 σ^2 和协方差矩阵 $\sum_{X_0}$ 的抗差解 [8,9]:

$$\hat{\sigma}^2=\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{V}/(m'-n)\qquad(m'\text{ 为不计 }\bar{p}_i=0\text{ 的测值数}); \tag{15}$$

$$\sum_{X_0}=[\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{H}]^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{P}^{-1}\overline{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{H}[\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{H}]^{-1}\hat{\sigma}^2. \tag{16}$$

(14) 、 (15) 和 (16) 式即为卫星轨道抗差估计批处理模型.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2.2　权函数

抗差估计的抗差性主要取决于所使用的 ρ 函数或 ψ 函数，即权函数. 而权函数的选择应由观测数据的结构来决定. 就卫星测量而言，有测距、测速、测角，还可能有 GPS 测量，而且测量的精度也不一样. 所以对权函数选取要有一定的针对性，要尽量满足下列条件：

1) 常用的 ρ 函数是对称的、凸的或在正半轴上非降的函数，而且是有界的.

2) 卫星观测数据经过预处理的数据虽然近于正态分布，但还是属于 (10) 式的污染分布，相应的 ψ 函数应分段选取，对 $|v|$ 较小的正常段，取 $\psi(v)=\alpha v$ $(\alpha>0)$, 即参数估计取最小二乘估值；对 $|v|$ 较大的尾段，让 $\psi(v)$ 有界，超界则淘汰； v 分布的中间段，是数据的可用观测部分. 如果这一部分属于拉普拉普拉斯分布，应取相应的中位数解 (或 L_1 范数极小解), 因为中位数是拉普拉斯分布的极大似然估计. 这样的分段组合的 $\psi(v)$ 函数对应的 M 估计，既有抗差性，又有较高的效率.

经过计算和比较，下面列出几种适合卫星轨道确定的权函数 [8,9].

① Huber 法

$$\rho(v_i)=\begin{cases} v_i^2/2, & |v_i/\sigma_{v_i}|\leqslant k; \\ k|v_i|-k^2/2, & |v_i/\sigma_{v_i}|>k. \end{cases} \tag{17}$$

$$\psi(v_i)=\frac{\partial\rho(v_i)}{\partial v_i}=\begin{cases} v_i, & |v_i/\sigma_{v_i}|\leqslant k; \\ k/\mathrm{sign}(v_i), & |v_i/\sigma_{v_i}|>k. \end{cases} \tag{17'}$$

Huber 估计的 ψ 函数是最小二乘估计 (中间部分) 和中位数估计 (两尾部分) 的组合，当 $k=0$ 时， Huber 估值退化为中位数，当 $k=+\infty$ 时， Huber 估值变为最小二乘估值.

② IGG Ⅲ 方案

$$\psi(v_i)=\begin{cases} v_i, & |v_i/\sigma_{v_i}|\leqslant k_0; \\ k_0d^2, & k_0<|v_i/\sigma_{v_i}|\leqslant k_1; \\ 0, & |v_i/\sigma_{v_i}|>k_1. \end{cases} \tag{18}$$

式中 $d_i=(k_1-|v_i|)/(k_1-k_0)$, k_0 和 k_1 可分别取 1.5—3.0 和 2.5—8.0. 由上式可写出 (12) 式的等价权函数

$$\bar{p}_i=\begin{cases} p_i, & |v_i/\sigma_{v_i}|\leqslant k_0; \\ p_iw_i, & k_0<|v_i/\sigma_{v_i}|\leqslant k_1; \\ 0, & |v_i/\sigma_{v_i}|>k_1. \end{cases} \tag{18'}$$

式中 $w_i=k_0d_i^2/|v_i|$, $0\leqslant w_i\leqslant 1$, $0\leqslant d_i\leqslant 1$.

IGG Ⅲ 方案对应的权函数采用三段法，即正常段采用最小二乘估计 (以提高估值效率), 对可用观测采用 w_i 降权， w_i 中的 $k_0/|v_i|$ 类似于 L_1 范数的权函数， d_i 是在 [0,1] 之间变化的因子，当 $|v_i/\sigma_{v_i}|$ 达到淘汰界 k_1 时， $d_i=0$; 当 $|v_i/\sigma_{v_i}|$ 位于正常界 k_0 时， $d_i=1$; 对可用观测 d_i 总是小于 1. 这样，等价权 $\bar{p}_i$ 总是在最小二乘估计权 p_i 和淘汰权 $p_i=0$ 之间变化， $|v_i/\sigma_{v_i}|$ 越大， $\bar{p}_i$ 越小. 这种估计方案充分考虑了卫星观测的实际情况，是一种适合处理卫星观测数据的抗差方案.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2.3 抗差性

抗差估计与经典的估计理论一样，要研究估值的无偏性、一致性和优效性，但内容与最小二乘估计有所区别. 按照 Fisder 一致条件，若观测数据服从 (10) 式的污染正态分布，则抗差估计结果应与在主体分布处的极大似然估值一致 [8,9]. 除此之外，抗差估计还要研究估计的抗差性. 但一般而言，估值的抗差性与效率常互相抵触，最小二乘估计在正态分布数据情况下效率最佳，但不具备抗差性. 而估值的抗差性较强时，则效率通常较低. 如前所述，抗差估计通过建立恰当的权函数，使估值既有较强的抗差性，又有较高的效率.

估值的抗差性可由影响函数反映. 根据影响函数的定义 [10,11]，影响函数描述了大样本下，任一附加观测之误差对参数估计量的影响. 影响函数越小，估值对粗差越不敏感. 如果一个估计量的影响函数无界，则表明粗差对该估计量的影响可能相当严重. 经过推导，我们可以得到最小二乘估计和抗差估计的影响函数 [8,9].

1) 最小二乘估计的影响函数为

$$IF_{\mathrm{LS}}(y_i, x_0) = -(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}} p_i v_i. \tag{19}$$

显然，如果 v_i 含有较大的粗差，影响函数将相当大，故最小二乘估计没有抗差能力.

2) 抗差估计的影响函数为

$$IF_{\mathrm{Robust}}(y_i, x_0) = -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}} p_i \psi(v_i). \tag{20}$$

式中 $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{Z}$ 是对角矩阵，对角元素为 $p_i E\{\psi'(v_i)\}$. 显然，影响函数受 ψ 函数的影响，如果 v_i 含有粗差，ψ 函数将减小，影响函数也将减小. 特别是当 v_i 的绝对值超过淘汰点时，ψ 函数将为 0，影响函数也将为 0，即粗差对估值影响很小，即估计具有很强的抗差性.

2.4 计算方法

从计算公式的形式看，抗差估计与最小二乘估计没有很大的区别，但因等价权是残差的函数，计算开始时一般得不到精确的残差，故需迭代 n 次使等价权的准确度得到改善. 如果 ρ 函数是严格凸函数，准则函数有惟一解，迭代过程能收敛到这个惟一解，当 ψ 函数单调、非降时，利用牛顿法迭代计算，对于 Huber 估计和加权最小二乘估计等是收敛的，一般选最小二乘估计结果作为初值.

但当 ρ 函数不是严格凸函数，或当 ψ 函数不具单调性，可能含有局部极值点，如果迭代初值选得不当，迭代有可能收敛到非要求的极小点，因此对于零尾的 ψ 函数，选好迭代初值尤其重要 [8].

另外，从 (2) 式和 (3) 式可以看出，初值的选取会影响卫星的参考运动状态，进而影响卫星的力学模型的求取，所以从力学模型方面考虑，也要求我们选取好初值.

为此我们设计了卫星轨道抗差估计批处理的计算步骤 [8]:

1) 预备解，作最小二乘估计，淘汰 $|v_i| > 1.5\sigma_{v_i}$ 观测值.

2) 初始解，用淘汰后的观测进行最小二乘估计，得到的解作为初值.

3) 抗差解. 利用所有的观测数据进行轨道抗差估计，采用迭代求解. 假设已迭代解到第 k 次，得到新的运动状态，然后积分得到状态转移矩阵，并由 (12) 式求出第 $(k+1)$ 步

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

等价权 $\bar{p}_i^{k+1}$,

$$\bar{p}_i^{k+1} = p_i w_i^k = p_i \psi(v_i^k)/v_i^k.$$

最后由 (14) 式得 $(k+1)$ 步迭代解:

$$x_0^{k+1} = (\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{P}}^{k+1}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{P}}^{k+1}\boldsymbol{y}.$$

3　计算分析

如果力学模型不准，也会影响 (3) 式中的状态转移矩阵 ϕ 和状态向量改进量 $\boldsymbol{x}$, 进而影响 (6) 式中的设计矩阵 $\boldsymbol{H}_i$ 和残差 $\boldsymbol{v}_i$, 使残差 $\boldsymbol{v}_i$ 出现较严重的污染分布，所以要力求准确的力学模型，以克服力学模型不准造成的影响. 基于 Lageos 卫星的轨道比较稳定，受大气的影响比较小，我们采用 Lageos 卫星的激光测距数据进行试验. 在对卫星运动方程的积分过程中，考虑了除大气摄动以外的其他摄动影响：地球形状摄动考虑到 30×30 阶；地球形变摄动 (固体潮摄动、海潮摄动、地球自转形变摄动)；N 体摄动 (日、月引力摄动和太阳系其他行星的引力摄动)；类阻力摄动；光压摄动 (太阳辐射压摄动，地球反照辐射压摄动)；广义相对论效应 [1,6]. 并采用短弧段的观测数据，因为短弧段几乎不受力学模型误差所引起的附加摄动的影响 *, 采用的弧长见表 1 和表 2.

表 1　最小二乘估计批处理结果

弧长 (d)	Δa (m)	Δe (10^{-6})	$\Delta i('')$	$\Delta\omega('')$	$\Delta\Omega('')$	$\Delta M('')$
2	0.003406	0.005697	−0.018047	0.111007	−0.023121	−0.098121
3	0.003332	0.009416	−0.006173	0.036222	−0.02170	−0.021227
4	0.003593	0.008814	−0.005005	0.024309	−0.019362	−0.010303
5	0.003885	0.008883	−0.004976	0.020427	−0.019433	−0.005713
6	0.003905	0.009209	−0.005022	0.021217	−0.019459	−0.006352
7	0.003913	0.009161	−0.005018	0.023290	−0.019188	−0.00862
8	0.003899	0.009141	−0.005001	0.023542	−0.019186	−0.008924
9	0.003912	0.009141	−0.005001	0.023109	−0.019203	−0.008414
10	0.004066	0.008938	−0.005116	0.028235	−0.019110	−0.013076
11	0.004426	0.008458	−0.005120	0.026217	−0.019201	−0.009419

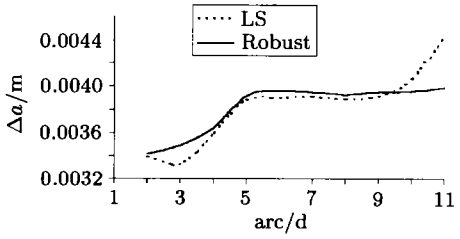


图 1　不同弧长估计的 Δa

Fig.1　Δa estimated from different arc

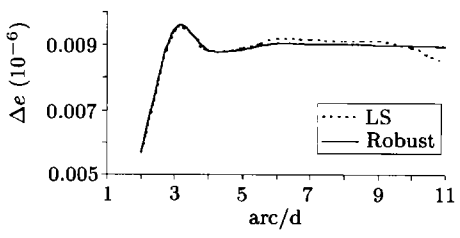


图 2　不同弧长估计的 Δe

Fig.2　Δe estimated from different arc

* 周建华. 卫星统计定轨与力学模型误差的补偿. 南京大学博士学位论文, 1992. 44—58

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

本研究取观测历元时刻为 1995 年 4 月 1 日 0 时 0 分 0 秒 (UTC 时), 采用了全球 14 个观测站对 Lageos 卫星激光测距不同弧长的数据 (已经过预处理), 比较卫星轨道最小二乘估计批处理和抗差估计批处理计算得到历元时刻的 6 个轨道元素, 即半长轴 a 、偏心率 e 、轨道倾角 i 、近地点辐角 ω 、升交点赤经 Ω 和平近点角 M, 并与初始值进行比较, 得到 6 个轨道元素改进值 Δa 、 Δe 、 Δi 、 $\Delta\omega$ 、 $\Delta\Omega$ 、 ΔM, 结果见表 1 和表 2.

进行抗差估计时采用了 (18) 式的 IGG Ⅲ 方案等价权函数 (k_0 和 k_1 分别取 2.0 和 7.0), 采取了本文给出的三个计算步骤.

表 2 抗差估计批处理结果

弧长 (d)	Δa (m)	Δe (10^{-6})	$\Delta i('')$	$\Delta\omega('')$	$\Delta\Omega('')$	$\Delta M('')$
2	0.003417	0.005697	−0.017662	0.109521	−0.022808	−0.096765
3	0.003486	0.009471	−0.006383	0.024689	−0.020165	−0.010163
4	0.003637	0.008828	−0.005014	0.020979	−0.019492	−0.006677
5	0.003911	0.008866	−0.004968	0.018731	−0.01953	−0.003687
6	0.003954	0.009047	−0.005044	0.019132	−0.019464	−0.004534
7	0.003951	0.009015	−0.005068	0.022763	−0.019168	−0.007862
8	0.003930	0.009003	−0.005042	0.023425	−0.019154	−0.008612
9	0.003943	0.008979	−0.005057	0.022897	−0.019163	−0.008022
10	0.003954	0.008986	−0.005063	0.023476	−0.019167	−0.008554
11	0.003996	0.008949	−0.005106	0.022943	−0.019194	−0.007811

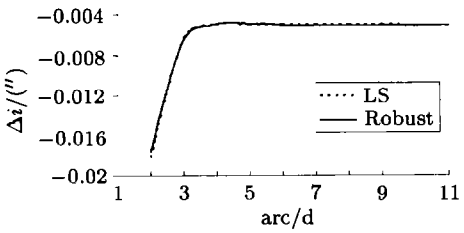


图 3 不同弧长估计的 Δi

Fig.3 Δi estimated from different arc

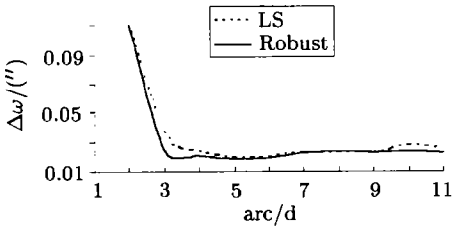


图 4 不同弧长估计的 $\Delta\omega$

Fig.4 $\Delta\omega$ estimated from different arc

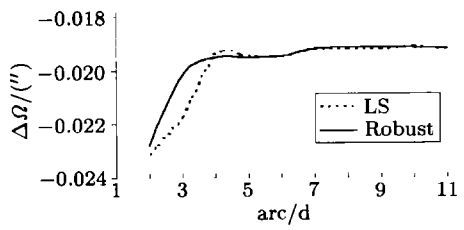


图 5 不同弧长估计的 $\Delta\Omega$

Fig.5 $\Delta\Omega$ estimated from different arc

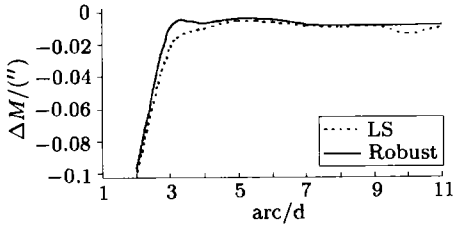


图 6 不同弧长估计的 ΔM

Fig.6 ΔM estimated from different arc

比较表 1 和表 2 可以看出, 虽然观测数据经过了预处理, 但抗差估计批处理结果还是比最小二乘估计批处理结果更加稳定. 为了更直观地看出它们的变化, 我们绘出了不同

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

观测弧长估计得到的 Δa 、 Δe 、 Δi 、 $\Delta \omega$ 、 $\Delta \Omega$ 、 ΔM 变化图，见图 1—6, 图中实线是由抗差估计得到的结果，虚线是由最小二乘估计得到的结果. 从图中可以看出，抗差估计的的结果比最小二乘估计的结果平稳，可靠性更高，说明抗差估计削弱了尚还存在的粗差影响，具有明显的抗差性.

4　结论

从抗差估计的模型、权函数、影响函数等方面说明了卫星轨道抗差估计批处理具有抗差性，它能削弱粗差的影响，得到正常模式下的最佳估值；文中给出了卫星轨道抗差估计批处理计算步骤；最后通过对 Lageos 卫星的实测数据处理，表明抗差估计的轨道比经典最小二乘估计的轨道更稳定，由实际情况进一步说明了卫星轨道抗差估计批处理具有明显的抗差性.

参　考　文　献

[1] 李济生. 人造卫星精密轨道确定. 北京：解放军出版社， 1995. 3—241

[2] Schillak S. Accuracy of the satellite laser ranging. In: Proc. 10th Intern. Workshop Laser Ranging Instrumentation, Shanghai, 1996, 208—211

[3] Yang Y, Cheng M K, Shum C K, Tapley B D. Robust estimation of system errors of satellite laser ranging. *J. Geodesy*, 1999, **73**:345—349

[4] Husson V. Global SLR performance evaluation. In: Proc. 10th Intern. Workshop Laser Ranging Instrumentation, Shanghai, 1996. 52—60

[5] Husson V. Automated quality control NASA SLR data. In: Proc. 10th Intern. Workshop Laser Ranging Instrumentation, Shanghai, 1996. 533—537

[6] 刘林. 人造地球卫星轨道力学. 北京：高等教育出版社， 1992

[7] 吴连大，贾沛璋. 人卫光学观测中大异常值的剔除方法. 天文学报， 1994, **35**(2):119—123

[8] 周江文，黄幼才，杨元喜，欧吉坤. 抗差最小二乘法. 武汉：华中理工大学出版社， 1997

[9] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用. 北京：八一出版社， 1993

[10] Hampel F R, Ronchetti E M, Rousseeuw P J, Stahel W A. Robust Statistics, the Approach Based on Influence Function. New York: Wily, 1986

[11] Yang Y. Estimators of covariance matrix at robust estimation based on influence functions. *Zeitschrift fuer Vermessungswesen*, 1997, **122**(4):166—174

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

RESEARCH ON SATELLITE PRECISION ORBIT ROBUST ESTIMATION

WEN Yuanlan[1] YANG Yuanxi[2] WANG Wei[1]

[1](*College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha* 410073)

[2](*Xian Research Institute of Surveying and Mapping*)

Abstract

In this paper, a model is established and weight functions are given for robust batch processor in satellite precision orbit determination. The effects no robustuess weight functions. It is shown that the robust batch processor can give the best estimate results from normal observations by making full use of effective observations, finding limitations of useable observations and eliminating deleterious gross errors. The robust computations steps are also given. Finally, satellite laser ranging (SLR) data of satellite Lageos were processed, the satellite orbit estimated from the robust estimation is more stable than that from least square estimation and this verifies the good robustness of robust batch processor in practice.

Key words Satellite orbit precision determination, Robust estimation, Robustness

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com