第22卷 第1期 空 间 科 学 学 报 Vol.22, No.1
2002 年 1月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Jan., 2002

一种确定模拟的行星际 MHD 激波局地参数的新方法*

向长青[1,2] 王敬芳[2] 魏奉思[1] 黄为民[2] 熊东辉[2]

[1](中国科学院空间科学与应用研究中心 北京 100080)

[2](武汉大学电子信息学院空间物理系)

摘 要

简要阐述了分析模拟的行星际磁流体力学 (MHD) 激波的局部性质时，采用无厚度局部平面激波这一假设的合理性，说明了在激波未扰动区域 (激波上游)，物理量在几个小时内的变化很小这一事实. 利用平面激波的分析方法，提出了分析模拟的行星际 MHD 激波的新方法，包括激波位置的确定，上下游状态参数的选择，激波局部参数的计算以及激波的分类，最后应用这种方法对一个二维的 MHD 模拟结果进行了分析. 结果证实了过去文献关于磁流体力学混合激波空间连接和时间演化的链式规则，而且说明位于太阳赤道附近的慢激波和中间激波最终会发展为快激波.

关键词 行星际模拟 MHD 激波—局地参数

1 引言

统计研究表明，具有前沿激波的行星际日冕物质抛射事件是最有效地触发大或特大地磁暴的源 [1]. 最近的 MHD 模拟研究结果指出，发生在日面上的一些扰动可在近日区形成能够传播到行星际空间的日冕物质抛射和激波 (CME/SHOCK) 系统 [2]. 一共有三种模式的磁流体力学激波：快激波、慢激波和中间激波. 但几乎所有在地球附近观测到的激波都为快激波 [3]. 因此研究 CME 事件中 MHD 激波的演化问题具有重要意义. 胡友秋 [4] 通过研究 MHD 模拟中间激波面的形状特征得到了 MHD 混合激波各组成部分的空间连接方式和时间演化过程应遵循的链式规则. 但是很少有文献讨论如何定量分析模拟的 MHD 激波以及怎样确定混合激波的局地参数. 该问题的主要困难在于，MHD 模拟得到的激波面被展宽了而且太阳风是不均匀的，这在近日区更为严重，因为此处的不均匀尺度较小. 另外，在二维和三维模拟中，激波面不是一个平面. 本文中，我们提出在分析 MHD 激波的局地性质和确定其局部参数时可以采用如下两个假设：一个是激波面是无厚度的；另一个是激波在局部来看是近似平面的. 基于这两个假设，本文利用平面激波的分析方法发展了一种确定模拟的行星际 MHD 激波的局地参数进而对其分类的新方法. 最后以一个处理二维模拟的 MHD 激波的例子说明该方法的应用效果.

* 国家自然科学基金资助项目 (49990452, 49874038)
中国科学院空间天气学开放研究实验室
2001-03-03 收到原稿，2001-10-28 收到修定稿

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2　平面 MHD 激波的跃变关系

MHD 激波是一种有质量流过的间断面. 平面 MHD 激波满足以下跃变关系 [5,6].

$$\{\rho\} \neq 0, \quad \rho v_n \neq 0,$$

$$\rho_1 v_{n1} = \rho_2 v_{n2} = J_m \neq 0, \tag{1}$$

$$B_{n1} = B_{n2} = B_n, \tag{2}$$

$$J_m\{\boldsymbol{v}_t\} = \frac{B_n}{\mu_0}\{\boldsymbol{B}_t\}, \tag{3}$$

$$\{p\} + J_m^2\left\{\frac{1}{\rho}\right\} + \frac{1}{2\mu_0}\{\boldsymbol{B}_t^2\} = 0, \tag{4}$$

$$B_n\{\boldsymbol{v}_t\} = J_m\left\{\frac{\boldsymbol{B}_t}{\rho}\right\}, \tag{5}$$

$$J_m\left\{e + \frac{p}{\rho} + \frac{J_m^2}{2\rho} + \frac{v_t^2}{2} + \frac{B_t^2}{\mu_0\rho}\right\} = \frac{B_n}{\mu_0}\{\boldsymbol{B}_t \cdot \boldsymbol{v}_t\}, \tag{6}$$

此处用大括号包括的量为激波面两侧的该量之差，ρ 为密度，p 为热压力，e 为单位体积的内能，μ_0 为真空中的磁导率，v_n 和 $\boldsymbol{v}_t$ 分别为速度在激波面的法向分量和切向分量，B_n 和 $\boldsymbol{B}_t$ 分别为磁场的法向分量和切向分量.

由 (3) 和 (5) 式，可得

$$J_m^2\left\{\frac{\boldsymbol{B}_t}{\rho}\right\} = \frac{B_n^2}{\mu_0}\{\boldsymbol{B}_t\}. \tag{7}$$

由于激波面两侧的密度不相等，上式表明激波面两侧磁场的切向分量是互相平行的，也就是说，激波面两侧的切向磁场和激波面的法线是共面的.

经过一些简单计算，可以得到著名的 MHD 激波的 Rankine-Hugoniot 关系：

$$(e_2 - e_1) + \frac{1}{2}(p_2 + p_1)\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right) + \frac{1}{4\mu_0}\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)(B_{t2} - B_{t1})^2 = 0. \tag{8}$$

上式我们略去了切向磁场的矢量标记，因为它们互相平行. 下标 1 表示该量是激波的上游 (未扰态) 的量，下标 2 表示激波下游 (扰动后) 的量.

3　行星际 MHD 激波的两个假设

行星际空间 MHD 激波的真实厚度大约是 10^2—10^3 km[7]，而日地空间 MHD 模拟中采用的空间网格步长通常是 10^4—10^6 km(一般说来，离太阳越近，采用的空间网格步长越小)，两相比较，前者小得可以忽略不计. 因为我们的目的是通过数值模拟这种手段研究发生在行星际空间中的真实过程，所以在分析模拟激波的性质和确定其局地参数时可以采用激波面是没有厚度的这一假设.

从模拟结果的图像 (参看表 2) 来看，太阳附近的 MHD 激波通常在日心距为两个太阳半径之外形成，而且激波面的曲率半径常常与它所处位置的日心距相当，远大于激波面

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

的实际厚度，因此，从局部来看，激波面可以认为是平面的. 因此在考察激波的局部特性时，我们将采用局部平面激波假设. 事实上，这一假设已为其他作者所采用 [8].

现在来讨论行星际空间任一点在激波面到达前的几个小时物理量的变化情况. 当我们用数值模拟的方法研究扰动在行星际空间传播和演化问题的时候，经常是选定一个近似的稳态作为初始状态，再在该状态上施加扰动进行模拟. 而由激波的进化理论，从激波面上只能向其上下游发出小振幅波，与激波扰动相比，它们很小，可以忽略. 因此可以推断这些小扰动在激波未经过的区域几个小时所引起的变化是不显著的. 表 1 给出我们将在第 5 节处理的那个模拟例子中，激波到达前的 6 个小时内计算区域中激波未扰区 (激波上游) 物理量的最大变化. 它是通过比较初态和模拟结果每 5 分钟的取样数据得到的. 该表确实说明小扰动在激波未经过的区域几个小时内所引起的变化是很小的. 表中，v_r 和 v_θ 为速度在径向和子午方向的分量，B_r 和 B_θ 是磁场在这两个方向上的分量，ρ 为等离子体密度，p 为热压力. 这样，如果我们选取激波到达前的几个小时的状态作为激波的上游状态，这样得到的结果与真实的激波只存在很小的差异.

表 1 6 h 以内激波未到达区域的物理量的最大变化的绝对值

物理量	ρ	p	v_r	v_θ	B_r	B_θ
最大变化	2.1%	1.7%	1.2 km/s	0.3 km/s	0.03%	1.8%

上面两个假设可以简化对行星际激波局地特性的分析. 一方面我们可以适当地选择激波面的上下游状态，另一方面可以利用大家已经熟悉的平面激波分析方法来分析行星际空间 MHD 激波的局地特性和参数，并进一步确定其类型.

4 确定模拟的 MHD 激波局地参数的方法

我们引入以下符号，$\boldsymbol{B}$ 为磁场，v 为太阳风在实验室坐标系中的速度，U 为激波在实验坐标系中向外的传播速度，其他符号和下标 1 、 2 的含义同第 2 节.

基于第 3 节的两个假设，我们应用平面激波分析方法确定激波的局地参数. 下面对这个算法作出具体描述.

第一步，在待研究的方向上适当地选取激波的上下游状态. 首先我们作出计算区域的相对密度变化等值线图或磁场位形图，以便对要研究的激波的可能位置和激波面大致形状有一个初步了解；接着确定一条可以穿过激波波阵面的线，它与激波波阵面的交点为待研究的位置，夹角最好大于 45°，为方便起见，最好选取某一条坐标线，一般说来，在日地空间 MHD 模拟中，从原点出发的径向线是一个较为恰当和简便的选择；接下来我们作出沿上述所选的方向的相对密度或径向速度剖面图，一般采用相对密度剖面；在这个剖面图上我们选取相对密度或是速度从一个极值突然很快地下降到稳态值的转折点，也就是极值点作为激波的 “真实” 位置，如图 1 中的 A 点. 最后我们选取真实位置待研究时刻的状态作为所求位置激波的下游状态，而选择真实位置的稳态或是激波到达两到三个小时前的状态作为激波的上游状态.

第二步，确定激波面的法向. 令 $\boldsymbol{B}_d$ 表示激波上下游磁场的差矢量，我们有

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\boldsymbol{B}_d = \boldsymbol{B}_2 - \boldsymbol{B}_1. \tag{9}$$

因为激波上下游的磁场和激波面法向位于同一平面, 而且上下游磁场在法向上的分量相等, 所以可以求得激波面的法向 $\boldsymbol{n}$ 和单位法向矢量 $\hat{\boldsymbol{n}}$ 如下:

$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{B}_d \times (\boldsymbol{B}_1 \times \boldsymbol{B}_2), \tag{10}$$

$$\hat{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{n}/|\boldsymbol{n}|. \tag{11}$$

第三步, 确定激波的局地参数. 这些需要确定的局地激波参数为激波强度 η, 激波传播速度 U, 激波上下游法向阿尔芬马赫数 M_{A1} 和 M_{A2}. 根据定义激波强度可以计算

$$\eta = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \tag{12}$$

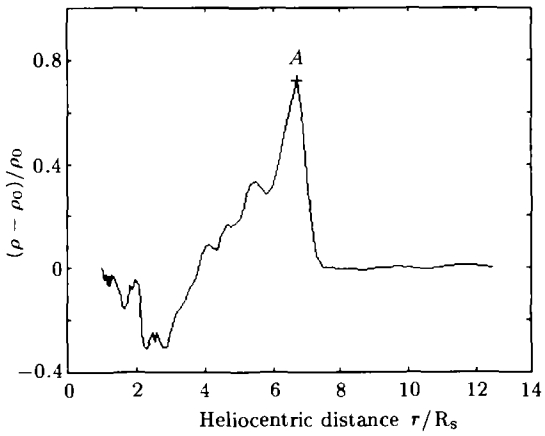


图 1　相对密度变化图

Fig.1　The profile of the variation of the relative density

将上下游太阳风速度沿法向分解

$$v_{n1} = \hat{\boldsymbol{n}} \cdot \boldsymbol{v}_1, \tag{13}$$

$$v_{n2} = \hat{\boldsymbol{n}} \cdot \boldsymbol{v}_2. \tag{14}$$

如果 $v_{n2} < 0$, 那么用 $-\hat{\boldsymbol{n}}$ 代替 $\hat{\boldsymbol{n}}$(下同) 并代入到 (13) 和 (14) 重新计算. 将速度在切向上分解, 可以得到

$$\boldsymbol{v}_{t1} = \boldsymbol{v}_1 - v_{n1}\hat{\boldsymbol{n}}, \tag{15}$$

$$\boldsymbol{v}_{t2} = \boldsymbol{v}_2 - v_{n2}\hat{\boldsymbol{n}}. \tag{16}$$

由方程 (1), 可得

$$\rho_1(v_{n1} - U) = \rho_2(v_{n2} - U). \tag{17}$$

于是

$$U = \frac{\rho_2 v_{n2} - \rho_1 v_{n1}}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{\eta v_{n2} - v_{n1}}{\eta - 1}. \tag{18}$$

将磁场也分解到上述两个方向上,

$$B_{n1} = B_{n2} = \hat{\boldsymbol{n}} \cdot \boldsymbol{B}_2 = B_n, \tag{19}$$

$$\boldsymbol{B}_{t1} = \boldsymbol{B}_1 - B_n\hat{\boldsymbol{n}}, \tag{20}$$

$$\boldsymbol{B}_{t2} = \boldsymbol{B}_2 - B_n\hat{\boldsymbol{n}}. \tag{21}$$

于是激波上下游的法向阿尔芬速度 v_{A1} 和 v_{A2} 为

$$v_{A1} = |B_n|/\sqrt{\mu_0\rho_1}, \tag{22}$$

$$v_{A2} = |B_n|/\sqrt{\mu_0\rho_2} = v_{A1}/\sqrt{\eta}. \tag{23}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

因此激波的上下游法向阿尔芬马赫数分别为

$$M_{A1} = (U - v_{n1})/v_{A1}, \tag{24}$$

$$M_{A2} = (U - v_{n2})/v_{A2} = M_{A1}/\sqrt{\eta}. \tag{25}$$

(12), (15), (24) 和 (25) 就是确定所求位置激波的局地参数的公式. 我们可以利用 M_{A1} 和 M_{A2} 对激波的局部的类型作出划分. 如果都大于 1, 则为快激波; 若都小于 1, 则为慢激波; 如果 M_{A1} 大于 1, 而 M_{A2} 小于 1, 则为中间激波.

5 应用举例

在此给出一个用上述方法处理近日区二维 MHD 模拟结果的例子, 用以说明上述方法的应用, 并检验其可行性和正确性. 模拟时在日面赤道附近加上一个持续时间为 1000 s, 激波强度为 4 的慢激波扰动, 模拟的初态和模拟方法的细节可以参看文献 [2]. 我们用第四部分的方法来分析所得到的结果. 表 2 是沿纬度为 10.5° 方向扰动后不同时刻激波的位置, 上下游法向阿尔芬马赫数和激波类型, 表 3 是扰动后 14 400 s 时的激波参数及激波类型. 两个表中 F 表示快激波, I 表示中间激波, S 表示慢激波. 从表 2 和表 3 中可以看出, 一方面, 模拟所得到的混合激波在空间连接和某一部分随时间的演化都是符合文献 [4] 中的链式规则的, 即慢激波 ←→ 中间激波 ←→ 快激波, 从图 2 的 14 400 s 时的磁场位形图来看, 一方面激波面在赤道附近具有凹向日面的位形, 与表 3 所示的中间激波是一致的; 另一方面, 慢激波和中间激波在向外传播的过程中, 在近日区就转变成了快激波, 因而在行星际空间中就应该很少被观测到. 这个结果说明我们提出的算法是正确的.

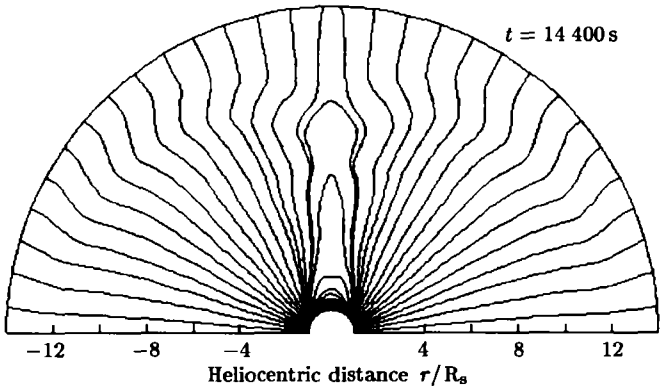


图 2 扰动后 14 400 s 时的磁场位形图

Fig.2 The topology of the magnetic field 14 400 s after the perturbation

虽然在均匀媒质中, 慢激波不可能转化为中间激波. 但是这里研究的背景是非均匀的, 尤其背景磁场也不是匀强磁场, 其他文献 [4,9] 也表明慢激波可以演化为中间激波进而发展为快激波. 另外, 可以用上面得到的上下游法向阿尔芬数根据

$$\xi = B_{t2}/B_{t1} = (M_{A1}^2 - 1)/(M_{A2}^2 - 1) \tag{26}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

计算出上下游切向磁场之比，并与公式 (20), (21) 进行比较，但是，由于我们模拟采用的是差分方法，计算过程中，各物理量在同一空间格点并不是同步变化 [9]，计算初期尚不显著，计算时间越长，这种影响越大，因此在中后期，这种检验并不可行. 但是因为在计算中后期，磁感应强度已经不大，所以用本文的激波位置确定方法所造成的法向阿尔芬速度的误差不会太大，但是考虑了间断面两侧的速度和密度跃变等关键因素，因此计算出的上下游法向阿尔芬数不会与实际相差太大. 因而所确定的激波类型也是符合实际的.

表 2　沿纬度为 10.5° 方向不同时刻激波参数

时间 /s	1800	3600	3900	4500	4800	5700	7200	9000	9900
日心距 /R_s	2.2785	3.3924	3.5949	3.8987	4.1241	4.7595	5.6456	6.6902	7.0886
M_{A1}	4.2997	1.8949	1.6795	1.2839	1.0008	1.4785	1.1562	1.0644	0.9430
M_{A2}	2.8219	1.1835	0.9950	0.7431	0.6420	0.9732	0.7476	0.7081	0.6396
激波类型	F	F	I	I	I	I	I	I	S
时间 /s	10 200	10 500	10 800	12 600	14 400	16 500	18 000	20 400	21 000
日心距 /R_s	7.3038	7.5316	7.7215	8.9114	9.9873	11.165	12.190	14.058	14.446
M_{A1}	0.9869	1.0809	1.1208	1.1456	1.1778	1.4079	1.4225	1.7026	1.7254
M_{A2}	0.6765	0.7383	0.7886	0.8123	0.8537	1.0189	1.0366	1.2764	1.3010
激波类型	S	I	I	I	I	F	F	F	F

表 3　扰动后 14 400 s 时的激波参数

纬度 /(°)	1.5	4.5	7.5	10.5	13.5	16.5	19.5	22.5	25.5
M_{A1}	1.9649	1.3280	0.9431	1.1778	1.1778	1.2330	1.2029	1.0943	1.0613
M_{A2}	1.4346	0.9715	0.6557	0.8537	0.8353	0.8977	0.8519	0.7511	0.7275
激波类型	F	I	S	I	I	I	I	I	I

6　结论和讨论

通过考察行星际空间激波的真实性质，简要论述了在分析模拟的行星际 MHD 激波的局地特性时，可以采用激波面无厚度近似和局部平面激波近似的两个假设，基于这两个近似，提出了可以确定模拟的 MHD 激波局地参数的新方法. 用该算法分析了一个二维 MHD 模拟的结果，其结果证实了前人结论，说明这种算法可行，分析结果可靠.

因为有限差分法使得各物理量不同步变化，所以没有检验用法向阿尔芬数计算的切向磁场之比与模所得到的切向磁场之比的符合程度，也没有讨论用提出的算法给出的激波与 MHD 激波的 Rankine-Hugoniot 关系的符合程度，事实上，由于上述不同步变化的原因，一般只能用熵增加确定激波所在的区间范围 [9]，很难与 Rankine-Hugoniot 关系很好地符合. 这些问题有待在以后的工作中解决.

参　考　文　献

[1] Golsling J T, Mccomas D J, Phillips S L, Bame S L. Geomagnetic activity associated with earth passage of interplanetary shock disturbances and coronal mass ejections. *J. Geophys. Res.*, 1991, **96**:7831—7839

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

[2] Zhang Beichen, Wang Jingfang. The simulation of the coronal mass ejection-shock system in the inner corona. *J. Geophys. Res.*, 2000, **105**:12 593—12 603
[3] Richter A K. Interplanetary shocks. Proc of the Sixth International Solar Wind Conference,Vol II. USA: HAO/NCAR, 1987. 411—440
[4] 胡友秋. 行星际中间激波. 地球物理学报, 1991, **34**(4):397—403
[5] 徐家鸾, 金尚先. 等离子体物理学. 北京: 原子能出版社, 1981
[6] 魏奉思. 磁流体力学激波跃变条件的无量纲化. 空间科学学报, 1984, **4**(1):22—33
[7] 傅竹风, 胡友秋. 空间等离子体数值模拟. 合肥: 安徽科学技术出版社, 1995
[8] 胡文瑞. 宇宙磁流体力学. 北京: 科学出版社, 1987
[9] 吕建永, 魏奉思. 开闭磁场位形中慢激波的传播. 中国科学 (A 辑), 1999, **29**(1):69—76

A NEW APPROACH TO DETERMINE LOCAL PARAMETERS OF INTERPLANETARY SIMULATED MHD SHOCKS

XIANG Changqing[1,2] WANG Jingfang[2] WEI Fengsi[1]
HUANG Weimin[2] XIONG Donghui[2]
[1](*Center for Space Science and Applied Research, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080)
[2](*College of Electronic Information, Wuhan University*)

Abstract

Firstly, it is accounted for the validity of the hypothesis that interplanetary MHD shocks can be treated as locally planar with no thickness when analyzing their local properties, and the fact is demonstrated that the variations of the physical quantities can be ignored in the area where no shock perturbs (in the upper reach of the shock) within a few hours. Then making use of the method to analyze planar MHD shocks. In doing so, a new approach is developed to determine local parameters of interplanetary simulated MHD shocks. The proposed approach includes defining the location of the shock, selecting the state parameters in the upper and lower reaches of the shock, computing the shock's local parameters, and classifying the shock according to its upstream and downstream Alfvévn Mach numbers. Finally, the proposed method is used to deal with the result of a two-dimensional MHD simulation. The analyses confirm the linkage law of hybrid MHD shocks' spatial connection and temporal evolution in the past reference and reveal that the slow and intermediate shocks near the solar equator finally evolve into fast shocks during their outward propagation.

Key words Interplanetary simulated MHD shock, Local parameters

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com