第5卷 第3期 空间科学学报 Vol. 5, No. 3
1985年7月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE July, 1985

MD型行星际磁场螺旋扇形过渡区中的不稳定性

朱 烈 王 水
(中国科学技术大学地球和空间科学系)

赵 学溥
(北京大学地球物理系)

摘 要

本文采用六层模式,讨论了MD型行星际磁场螺旋扇形过渡区的稳定性. 结果表明,MD型过渡区仍然是不稳定的,在MD型过渡区中仍可激发大尺度波动. 文中还讨论了MD型和ME型过渡区稳定性的差异.

一、引 言

行星际磁场的扇形结构已发现多年[1]. 扇形过渡区的内部结构及其对地球磁层的影响,也已广泛引起人们的注意[2,3]. 近来,赵学溥等同时考察了行星际磁场方位角的变化和纬度角的变化,推论在相邻的两个螺旋扇形之间存在着一个对应的过渡区,并根据其内部结构将过渡区大致分为MD和ME两种类型[4]. 为了研究行星际磁场螺旋扇形过渡区的动力学性质及其对地球磁层的可能影响,我们讨论了ME型过渡区的稳定性,发现在ME型过渡区中可激发沿着过渡区传播的大尺度扰动波[5]. 这种大尺度波动传播到地球磁层顶附近后,又可以激发磁层顶的不稳定性或被磁层顶所放大,进而引起地面观测到的地磁扰动. 统计研究结果表明,不同类型扇形边界对地磁活动指数 D_{st} 都有着明显的影响[6]. 本文进一步讨论了MD型行星际磁场螺旋扇形过渡区的稳定性.

二、定态模式和色散关系

行星际磁场螺旋扇形过渡区的真实观测结果是十分复杂的,其中速度、密度和磁场分布虽有一定的变化趋势,但仍伴有微小的涨落。参照文献[4]中总结出的过渡区内及其附近区域的平均物理性质,同时考虑到便于数学处理,我们将MD过渡区的定常态取为下列形式:

本文于1984年6月6日收到.

$$\begin{cases} \boldsymbol{B}_q = B_y(x)\boldsymbol{i}_y + B_z(x)\boldsymbol{i}_z, \\ \boldsymbol{V}_q = V_q(x)\boldsymbol{i}_z, \\ \rho_q = \rho_q(x). \end{cases} \tag{1}$$

且

$$B_y = \begin{cases} 0, \\ 0, \\ B_0\left(1 - \dfrac{x}{d_1}\right), \\ B_0\left(1 + \dfrac{x}{d_1}\right), \\ 0, \\ 0; \end{cases} \qquad B_z = \begin{cases} B_1, & d_2 \leqslant x < \infty \text{ (I 区)}, \\ B_1, & d_1 \leqslant x \leqslant d_2 \text{ (II 区)} \\ B_1 \dfrac{x}{d_1}, & 0 \leqslant x \leqslant d_1 \text{ (III 区)} \\ B_2 \dfrac{x}{d_1}, & -d_1 \leqslant x \leqslant 0 \text{ (IV 区)} \\ -B_2, & -d_2 \leqslant x \leqslant -d_1 \text{ (V 区)} \\ -B_2; & -\infty < x \leqslant -d_2 \text{ (VI 区)} \end{cases} \tag{2}$$

$$V_q = \begin{cases} V_1, \\ \dfrac{d_2V_0 - d_1V_1}{d_2 - d_1} + \dfrac{V_1 - V_0}{d_2 - d_1}x, \\ V_0, \\ V_0, \\ \dfrac{d_2V_0 - d_1V_2}{d_2 - d_1} - \dfrac{V_2 - V_0}{d_2 - d_1}x, \\ V_2; \end{cases} \qquad \rho_q = \begin{cases} \rho_1, & d_2 \leqslant x < \infty \text{ (I 区)} \\ \rho_1, & d_1 \leqslant x \leqslant d_2 \text{ (II 区)} \\ \rho_0 + \dfrac{\rho_1 - \rho_0}{d_1}x, & 0 \leqslant x \leqslant d_1 \text{ (III 区)} \\ \rho_0 + \dfrac{\rho_0 - \rho_2}{d_1}x, & -d_1 \leqslant x \leqslant 0 \text{ (IV 区)} \\ \rho_2, & -d_2 \leqslant x \leqslant -d_1 \text{ (V 区)} \\ \rho_2; & -\infty < x \leqslant -d_2 \text{ (VI 区)} \end{cases}$$

图 1 是我们所取的 MD 型过渡区定常基态示意图.

为了讨论 MD 型过渡区的稳定性，可以采用与文献[5]类似的方法. 由不可压缩、理想导电的磁流体力学方程组出发，取小扰动形式为 $q_1(x)\exp[i(k_y y + k_z z - \omega t)]$，可将所有扰动量用扰动的总压力 Φ 来表达，且函数 Φ 满足下列二阶变系数的常微分方程[5]

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} + \left(\frac{k_z}{\omega^*}\frac{dV_q}{dx} - \frac{1}{\alpha}\frac{d\alpha}{dx}\right)\frac{d\Phi}{dx} - k^2\Phi = 0, \tag{3}$$

式中

$$\begin{cases} \Phi = p_1 + \dfrac{1}{4\pi}(b_y B_y + b_z B_z), \\ \omega^* = \omega - k_z V_q, \\ k^2 = k_y^2 + k_z^2 \\ \alpha = i\omega^*\rho_q - \dfrac{i}{4\pi\omega^*}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{B}_q)^2, \end{cases} \tag{4}$$

其它符号具有通常的意义.

方程(3)需分区求解. 在远离过渡区两侧的 I 和 VI 区中，方程(3)简化为

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} - k^2\Phi = 0. \tag{5}$$

考虑到 $x \to \pm\infty$ 时解必须为有限值，即得到指数衰减的解，在 II 至 V 区中，方程(3)可以改写为

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2}+f(x)\frac{d\Phi}{dx}-k^2\Phi=0, \tag{6}$$

且

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{8\pi\omega^*k_za_1\rho_1}{4\pi\omega^{*2}\rho_1-k_z^2B_1^2}, & (\text{II 区})\\ -\dfrac{4\pi\omega^{*2}b_1x-2[k_yc_2(d_1-x)+k_zc_1x](k_zc_1-k_yc_2)}{4\pi\omega^{*2}(\rho_0+b_1x)-[k_yc_2(d_1-x)+k_zc_1x]^2}, & (\text{III 区})\\ -\dfrac{4\pi\omega^{*2}b_2x-2[k_yc_2(d_1+x)+k_zc_3x](k_yc_2+k_zc_3)}{4\pi\omega^{*2}(\rho_0+b_2x)-[k_yc_2(d_1+x)+k_zc_3x]^2}, & (\text{IV 区})\\ -\dfrac{8\pi\omega^*k_za_2\rho_2}{4\pi\omega^{*2}\rho_2-k_z^2B_2^2}. & (\text{V 区})\end{cases} \tag{7}$$

式中

$$a_1=\frac{V_1-V_0}{d_2-d_1},\ a_2=\frac{V_2-V_0}{d_2-d_1},$$

$$b_1=\frac{\rho_1-\rho_0}{d_1},\ b_2=\frac{\rho_0-\rho_2}{d_1}, \tag{8}$$

$$c_1=\frac{B_1}{d_1},\ c_2=\frac{B_0}{d_1},\ c_3=\frac{B_2}{d_1}.$$

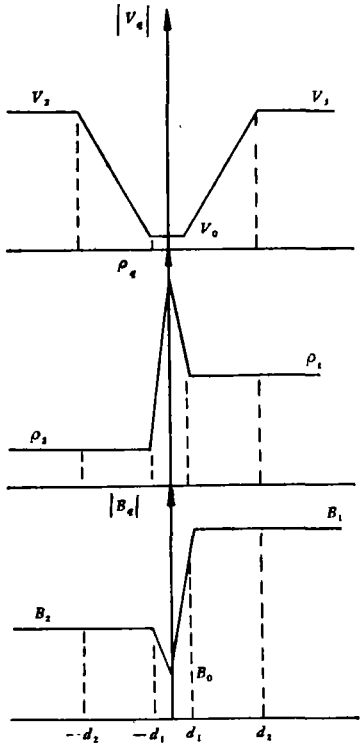


图 1 本文所采用的 MD 型过渡区基态示意图

Fig. 1 The schema of basic state of MD type transition region used in this paper

变系数方程(6)可以化为 Sturm-Liouville 型，且用 WKB 法近似求解[5]. 在分别得到各区中 Φ 解的形式后，即可应用下列边界条件求出色散关系：(1)Φ 在界面上($x=\pm d_1$, $\pm d_2$ 和 0)连续；(2)$\frac{d\Phi}{dx}$ 在界面上($x=\pm d_1$, $\pm d_2$ 和 0)连续. 通过数学运算，得到色散方程：

$$A_{10}\omega^{10}+A_9\omega^9+A_8\omega^8+A_7\omega^7+A_6\omega^6+A_5\omega^5+A_4\omega^4+A_3\omega^3+A_2\omega^2+A_1\omega+A_0=0. \tag{9}$$

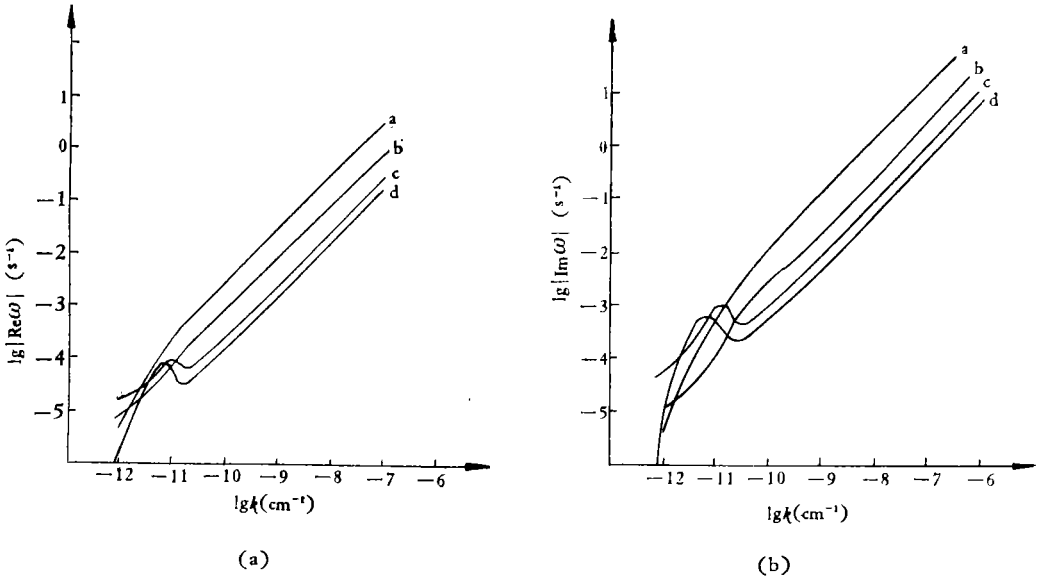
式中系数 A_{10}—A_0 是 k 的函数，由于表达式十分冗长，这里不一一列出.

三、计算结果和讨论

根据方程(1)和(2)所给出的 MD 型螺旋扇形过渡区的模式，数值计算中取下列数据：$B_1=7\times10^{-5}$G，$B_0=4\times10^{-5}$G，$B_2=5\times10^{-5}$G；$V_1=V_2=500$km/s，$V_0=360$km/s；$n_1=14$cm^{-3}，$n_0=18$cm^{-3}，$n_2=6$cm^{-3}；而过渡区的厚度 d_1 取为 10 小时，邻近区域的厚度 d_2 取为 48 小时. 为了便于与文献 [5] 中 ME 型过渡区稳定性分析结果进行比较，扰动波长的范围仍取为 10—10^7km，扰动的波矢量 $\boldsymbol{k}$ 与 $\boldsymbol{i}_z$ 轴相交 45°.

(1) 计算结果表明，色散方程(9)存在四对共轭复根和两个实根. 图 2 (a) 和 (b) 分

别描绘了 ω 的实部和虚部随 k 值的变化曲线．可以看出，MD 型螺旋扇形过渡区中可能激发四种不稳定性，且随着 k 的增加，这些不稳定性的增长率都有增大的趋势．其中两种类型呈单调变化；两种类型分别在 $k = 7 \times 10^{-7}\mathrm{km}^{-1}$ 和 $k = 10^{-6}\mathrm{km}^{-1}$ 处出现增长率的极大值，分别在 $k = 3 \times 10^{-6}\mathrm{km}^{-1}$ 和 $k = 5 \times 10^{-6}\mathrm{km}^{-1}$ 处出现极小值．以上这些性质与 ME 型过渡区相同，且增长率的数值也十分接近．但由图 2 还可看出，有两种类型的



(a)　　(b)

图 2　MD 过渡区中大尺度波 ω 的实部和虚部随 k 值的变化(取 $\theta = 45°$)

Fig. 2　The real part and imaginary part of ω for the large-scale waves as a function of k in MD type transition region ($\theta = 45°$)

不稳定性不存在低频截止，这是与 ME 型过渡区所不同的．

(2) 计算结果表明，ME 和 MD 型过渡区中大尺度波动相速度的范围有着明显的差别：$V_{ME} \sim 5 \times 10$—$1 \times 10^3\mathrm{km/s}$，$V_{MD} \sim 2 \times 10$—$3 \times 10^2\mathrm{km/s}$．由此可以推论，ME 型过渡区中所激发的大尺度波将要较快地影响到地球，而 MD 型过渡区的影响要慢得多．这个结果是与文献 [6] 中关于不同类型扇形边界对地磁活动影响的统计分析结果相一致的．我们进一步发现，过渡区密度分布(过渡区中心密度值和密度梯度值) 是导致两种过渡区中波动相速度明显差别的主要原因；而磁场值的改变，似乎影响并不显著．

(3) 图 3 描绘了不稳定性增长率随波矢量 $\boldsymbol{k}$ 与基态速度 $\boldsymbol{V}_q$(即 $\boldsymbol{i}_z$ 方向)交角 θ

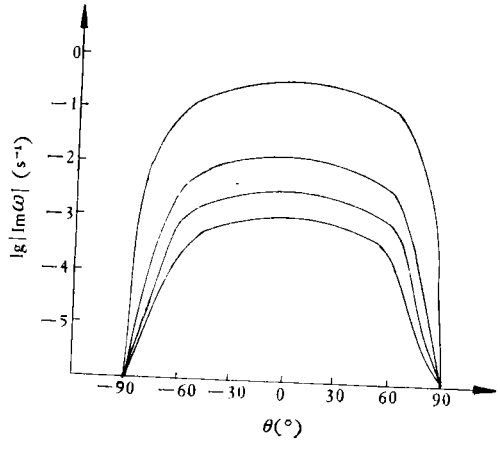


图 3　MD 型过渡区中不稳定性增长率随 θ 的变化(取 $k = 10^{-3}\mathrm{km/s}$)

Fig. 3　The growth rates of instability as a function of θ in MD type transition region ($k = 10^{-3}\mathrm{km/s}$)

的变化．可以看出，四种不稳定性类型具有相同的变化趋势：当 $\boldsymbol{k}$ 与 $\boldsymbol{V}_q$ 方向平行或反平行时，不稳定性最易激发；随着 θ 增大，增长率逐渐降低；当 $\boldsymbol{k}$ 与 $\boldsymbol{V}_q$ 相垂直时 ($\theta = \pm 90°$)，不能激发上述不稳定性．这个性质，与 ME 型过渡区相同，也是与一般的 Kelvin-Helmholtz 不稳定性的结果相一致的．

(4) 还计算了过渡区厚度 d_1 及邻近区域厚度 d_2 对 MD 型过渡区稳定性的影响．结果表明，对于波长远小于 d_1 的扰动，d_1 和 d_2 的变化对不稳定性增长率没有明显的影响．在计算中，取波长 $\lambda = 10^5$km，d_1 在 4 小时至 26 小时区间中取不同值，d_2 分别取为 24、48 和 72 小时．而当扰动波长 $\lambda \gtrsim d_1$ 时，d_1 和 d_2 的改变将对增长率产生明显的影响．但在这种情况下，本文的处理方法似已不再适用，故未作进一步细致的讨论．

当然，上述结果是在一些假设下得到的．例如，将行星际等离子体视为不可压缩的，这肯定会遗漏掉一些波动模式．又如，行星际磁场螺旋扇形过渡区的真实结构是十分复杂的，本文在进行数值计算时，仅仅采用了由观测资料得到的一些平均数据．另外，计算结果虽然表明，ME 型过渡区中所激发的大尺度波将要比 MD 型过渡区中的波较快地影响到地球．然而，行星际磁场扇形边界与地磁场之间的相互作用是个十分复杂的问题．过渡区中的波动到底是通过什么物理机制影响到地磁活动的，这尚需要进一步深入地探讨．

参 考 文 献

[1] Wilcox, J. M. and N. F. Ness, *J. Geophys. Res.*, Vol. **70**, p. 5793, 1965.
[2] Klein, L. W. and L. F. Burlaga, *J. Geophys. Res.*, Vol. **85**, p. 2269, 1980.
[3] Klein, L. W. and L. F. Burlaga, *J. Geophys. Res.*, Vol. **87**, p. 613, 1982.
[4] 赵学溥，J. M. Wilcox and P. H. Scherrer，空间科学学报，第 **3** 卷，第 1 页，1983.
[5] 王水和朱烈，空间科学学报，第 **4** 卷，第 241 页，1984.
[6] 张树理，空间科学学报，第 **3** 卷，第 300 页，1983.

Instabilities in the MD Type Spiral Sector Transition Region of the Interplanetary Magnetic Field

Zhu Lie Wang Shui
(Dept. of Earth and Space Science, University of Science and Technology of China)
Zhao Xue-pu
(Dept. of Geophysics, Peking University)

Abstract

By using a six-layer model, the stabilities of MD type spiral sector transition region in the interplanetary magnetic field are discussed. The results show that the MD type transition region is also unstable, the large-scale waves may be excited in MD type transition region. The differences between MD and ME type transition region stabilities are discussed, too.