第20卷 第2期 空 间 科 学 学 报 Vol.20, No.2
2000 年 4月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Apr., 2000

借助月球引力发射地球静止卫星研究 *

曾国强[1] 郗晓宁[2] 任 萱[1]

[1](国防科技大学航天与材料工程学院 长沙 410073)

[2](中国科学院上海天文台)

摘 要

提出了借助月球引力从高纬度地区发射地球静止卫星的方法. 利用圆锥曲线拼接法对地球静止卫星的发射问题作初步分析, 然后采用精确数学模型进行精确分析. 研究表明, 当发射场纬度大于 28° 时, 采用借助月球引力的发射方法可以节省能量. 发射场的纬度越高, 节省得越多.

关键词 月球引力—地球静止卫星

1 引 言

1997 年 12 月 25 日, 原 Asiasat-3 通讯卫星由俄罗斯天顶号运载火箭从拜科努尔航天中心发射升空, 由于第 4 级意外地提前关机, 卫星进入一条近地点高度 350 km, 远地点高度 36 000 km 的大倾角椭圆轨道. 此次发射被定为 "完全失效". 休斯公司将卫星重新命名为 HGS-1 后, 提出利用月球引力和卫星本身的动力实施连续变轨, 最终将卫星转移到地球同步轨道的方案. 挽救行动从 1998 年 4 月 10 日星上火箭发动机点火开始, 卫星最终于 6 月 17 日进入一条倾角仅几度的地球同步轨道. 这样, 休斯公司将本已判为 "完全失效" 的卫星挽救为可以用于海事通信、新闻采集等业务的卫星, 相当于白捡了 1 颗卫星, 创造了航天史上的一大奇迹 [1].

其实, 不但可以巧妙地利用月球的引力来挽救失败的通讯卫星, 也可以利用月球引力能改变卫星轨道倾角的特性, 从高纬度地区发射地球静止卫星. 传统的地球静止卫星的发射需要从停泊轨道进入一条椭圆转移轨道, 在该转移轨道的远地点施加速度增量使卫星倾角变为零 [2], 而这种轨道倾角的改变需要较大的速度增量 (特别是从高纬度地区发射). 借助月球引力发射地球静止卫星也就是由月球来提供这个速度增量, 从而达到比传统方法节省能量的目的. 发射地区纬度越高, 节省的速度增量就越多.

2 借助月球引力发射地球静止卫星的初步分析

2.1 圆锥曲线拼接法

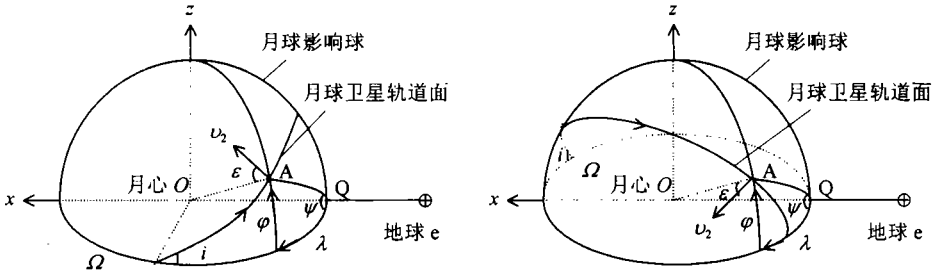
下面采用圆锥曲线拼接法对借助月球引力发射地球静止卫星的问题进行初步分析. 该简化分析方法的基本内容有: 近似认为地球和月球绕其公共质心作圆运动; 当卫星在月

* 国家高技术 863-2 资助项目 863-2-5-3.3
1999-07-25 收到原稿, 2000-02-15 收到修定稿

球影响球之外时，认为只受地球中心引力的作用，其轨迹为地心圆锥曲线；当卫星在月球影响球之内时，认为只受月球中心引力的作用，其轨迹为月心圆锥曲线；在月球影响球边界，将两条圆锥曲线拼接成完整的运动轨迹；忽略太阳引力、地月摄动、光压摄动等次要因素的影响 [3−6].

2.2 初步分析数学模型

借助月球引力的地球静止卫星转移轨道必穿过月球影响球 [7]，在月球影响球内的卫星可以视为月球卫星. 如图 1 所示，$Oxyz$ 为月心白道坐标系，取探测器进入月球影响球瞬时的白道面为基本平面，O 为月心，Ox 轴由地球指向该时刻的月球，Oz 轴垂直白道面、方向同该时刻月球绕地球公转动量矩方向，Oy 轴与二者构成右手系，$Oxyz$ 为惯性坐标系.



(a) 升段到达影响球　　(b) 降段到达影响球

图 1 月球卫星轨道示意图

Fig.1 Sketch of lunar satellite orbit

探测器到达月球影响球时可能处于月球卫星轨道的升段 (图 1a 所示)，也可能处于月球卫星轨道的降段 (图 1b 所示).

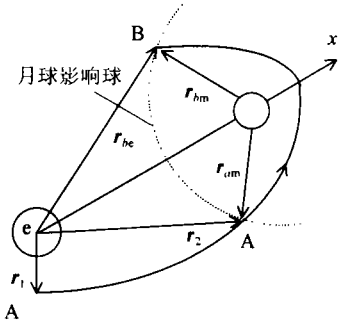


图 2 飞行示意图

Fig.2 Sketch of flight

A 点为卫星飞进月球影响球时与影响球的交点 (下称入口点),B 点为卫星飞出月球影响球时与影响球的交点 (下称出口点). 设立如下参数：入口点地心矢量 $\boldsymbol{r}_2$，出口点地心矢量 $\boldsymbol{r}_{be}$(图 2 所示). 定义在白道基准面的 A 点经纬度 λ、φ，月球卫星轨道倾角 i，入口点 A 处探测器相对月球速度矢量与探测器的位置矢量反方向夹角 ε，月球卫星轨道近月距 r_{p}，月球影响球半径 ρ，探测器近地距 r_{10}，地月距 R_{el}.

当给定探测器的近地距 r_{10}、入口点 A 的经纬度 λ、φ、地月距为 R_{el}、月心轨道倾角 i 以及探测器在入口点处对月速度与月心矢反方向夹角 ε 时，可以利用解析公式求出地心轨道转移初速 $\boldsymbol{v}_1$、加速点地心矢径 $\boldsymbol{r}_1$、入口点 A 的对地速度 $\boldsymbol{v}_2$ 和位置 $\boldsymbol{r}_2$、近月距 r_{p} 以及飞行时间等参数 (具体推导参见文献 [8]).

A、B 为月心轨道和地心轨道的拼接点，在 A、B 点进行对地、对月参数的转换是

圆锥曲线拼接法的基本思想. 由 A 点的对地参数 $\boldsymbol{v}_2$ 和位置 $\boldsymbol{r}_2$ 减去月球对地的速度与位置，可得 A 点对月参数 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{am}}$ 、 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{am}}$，进而依据二体轨道理论由下式求出 B 点的对月参数 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{bm}}$ 、 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{bm}}$[9]:

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{bm}} = \left[1 - \frac{\rho}{P}(1 - \cos \mathrm{d}f)\right] \cdot \boldsymbol{r}_{\mathrm{am}} + \frac{\rho^2}{\sqrt{\mu_L P}} \sin \mathrm{d}f \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{am}},$$

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{bm}} = \left[\frac{\boldsymbol{r}_{\mathrm{am}} \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{am}}}{P\rho}(1 - \cos \mathrm{d}f) - \frac{1}{\rho}\sqrt{\frac{\mu_L}{P}} \sin \mathrm{d}f\right] \cdot \boldsymbol{r}_{\mathrm{am}} + \left[1 - \frac{\rho}{P}(1 - \cos \mathrm{d}f)\right] \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{am}}.$$

其中 μ_L 为月球引力常数， P 为双曲线的半通径， $\mathrm{d}f$ 为从点 A 到点 B 的月心扫角.

求出 B 点的对月参数后，加上月球对地的速度与位置获得点 B 处对地参数 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{be}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{be}}$. 由于前面讨论的都是基于白道平面，求出的 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{be}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{be}}$ 也只能以月心白道坐标系的分量表示. 而地球静止卫星的倾角 (0°) 是相对地球赤道平面的，所以要引入白道的以下参数 (由历表查得): 白道对地球赤道倾角 i_{m} 、白道升交点赤经 Ω_{m} 、月球对升交点角距 u_{m}. 引入 3 个参数后， B 点对地参数在 J2000 地心天球坐标系中分量为

$$\text{位置：}\ M_z[-\Omega_{\mathrm{m}}] \cdot M_X[-i_{\mathrm{m}}] \cdot M_z[-u_{\mathrm{m}}] \cdot \boldsymbol{r}_{be},$$

$$\text{速度：}\ M_z[-\Omega_{\mathrm{z}}] \cdot M_X[-i_{\mathrm{m}}] \cdot M_z[-u_{\mathrm{m}}] \cdot \boldsymbol{v}_{be}.$$

由地心天球坐标系的分量可求出卫星返回地球时的倾角 i_{ret} 、近地距 r_{pret} 等参数[10].

从上面的论述可知：给定 r_{10} 、 λ 、 φ 、 R_{eL} 、 i 、 ε 以及白道参数 i_{m} 、 Ω_{m} 、 u_{m} 时，可以利用解析公式求出地心轨道转移初速 $\boldsymbol{v}_1$ 、卫星返回地球时的倾角、近地距等参数. 要使卫星返回地球时满足倾角为 0° 、近地距为 42 000 km 的地球静止卫星的要求，需要进行参数搜索. 搜索中将 r_{10} 、 R_{eL} 、 i_{m} 、 Ω_{m} 和 λ 设为常数. 下面简要介绍一下搜索过程.

第一层搜索，将 u_{m} 和 r_{p} 固定，调整 ε 和 φ 可搜索到满足 r_{p} 和 i 的轨道;

第二层搜索，将 r_{p} 固定，调整 ε 、 φ 、 i 和 u_{m} 可搜索到满足 i_{ret} 的轨道;

第三层搜索，调整 ε 、 φ 、 i 、 u_{m} 和 r_{p} 可搜索到满足 i_{ret} 和 r_{pret} 的轨道;

在搜索过程中获得了转移初速 $\boldsymbol{v}_1$ 和 u_{m}. 由 u_{m} 查历表得到探测器到达入口点的时刻，除去飞行时间就可获得探测器的加速点时刻. 在初步分析中获得的加速时刻和转移初速，可以作为精确分析中的轨道搜索的初值. 虽然初步分析中是一个多维的搜索过程，但由于以上的计算都是基于解析公式，故求解一条地球静止卫星转移轨道仅需要数秒 (P 266 机器) 的时间，从而可以很方便地分析转移轨道的特性. 这也正是采用圆锥曲线拼接法分析问题的最大优点.

2.3　初步分析算例

以 1997 年 6 月为例，计算借助月球引力发射地球静止卫星的算例. 在月份定好后，可以认为白道面在该月内基本不变，查历表得： $i_{\mathrm{m}} = 18.41°$ 、 $\Omega_{\mathrm{m}} = 1.54°$. u_{m} 为待定参数，取决于到达入口点的日期. 算例中取停泊轨道高度 200 km 、停泊轨道倾角 43°, 计算结果见表 1.

仍以 1997 年 6 月为例，考虑从不同倾角的停泊轨道上借助月球引力发射地球静止卫星，算例如表 2 所示.

表 1 借助月球引力发射地球静止卫星算例 1

入口点		转移	飞行	卫星倾角 (°)		近月距	近地距	月球对	总的速
经度 (°)	纬度 (°)	初速 (m/s)	时间 (h)	返回地球	相对白道	(km)	(km)	升交点角距 (°)	度增量 (m/s)
70.0	1.490	10912.0	120.8	0.002	17.91	11038	41971	168.89	4215.2
70.0	0.853	10911.6	123.6	0.001	17.50	13738	24025	168.14	4293.8
70.0	−0.010	10911.4	126.6	0.001	17.59	16738	13952	167.31	4364.6
70.0	−0.700	10911.3	128.6	0.005	17.93	18738	10123	166.73	4402.3
60.0	0.054	10910.9	108.8	0.004	20.88	13838	42207	168.06	4212.5
60.0	−0.965	10910.2	111.1	0.001	21.02	16738	26963	167.20	4275.0
60.0	−2.210	10909.6	113.4	0.001	21.55	19738	17938	166.27	4329.9
60.0	−3.175	10909.3	114.9	0.002	22.14	21738	14074	165.63	4360.8
50.0	−2.027	10911.4	97.9	0.002	24.28	16438	42180	167.44	4216.1
50.0	−3.190	10910.5	99.4	0.000	24.77	18738	31842	166.71	4253.4
50.0	−4.310	10909.8	100.7	0.002	25.35	20738	25441	166.04	4283.5
50.0	−6.236	10909.0	102.4	0.001	26.52	23738	18780	164.98	4323.3
40.0	−4.925	10914.9	86.8	0.001	28.06	18238	42396	167.34	4231.9
40.0	−6.020	10914.0	87.7	0.001	28.65	19738	36408	166.82	4247.3
40.0	−7.606	10913.0	88.7	0.001	29.54	21738	30112	166.10	4269.9
40.0	−9.350	10912.1	89.7	0.002	30.57	23738	25236	165.34	4291.4

表 2 借助月球引力发射地球静止卫星算例 2

入口点	停泊轨	转移	飞行	卫星倾角 (°)		近月距	近地距	月球对	总的速
经度 (°)	道倾角 (°)	初速 (m/s)	时间 (h)	返回地球	相对白道	(km)	(km)	升交点角距 (°)	度增量 (m/s)
70.0	65	10912.0	117.6	0.001	20.81	9318	42175	169.30	4225.5
70.0	60	10912.3	118.4	0.003	20.33	9738	42043	169.16	4222.8
70.0	50	10912.1	119.9	0.003	19.04	10538	41967	168.95	4218.1
70.0	43	10912.0	120.8	0.002	17.91	11038	41971	168.89	4215.2
70.0	40	10912.0	121.2	0.001	17.37	11238	41923	168.88	4214.4
70.0	30	10911.9	122.1	0.001	15.47	11738	42105	169.01	4211.3

从表 1 、表 2 可见:

(1) 由于月球的影响球半径只有 66 200 km, 要利用月球的引力改变轨道倾角, 就必须抬高停泊轨道的高度, 使卫星进入月球影响球, 表中的转移初速在 10 910 m/s 左右.

(2) 算例中月球对白道升交点的角距约为 170°, 说明月球正处在白道的降交点附近, 月球的赤纬接近 0°, 对应的时间为 1997 年 6 月 13 日. 也只有当卫星与月球的交会点在地球赤道平面附近时, 才可能将卫星的倾角降低到 0°. 事实上, 要利用月球引力来发射地球静止卫星, 只可能选择月球在白道升交点附近或降交点附近. 也就是说, 一个月中只有 2 天可以用来发射.

(3) 卫星与月球交会有 2 种情况: 第 1 种情况是交会时卫星与月球同在轨道的升交点

附近或同在轨道降交点附近；第 2 种情况是交会时卫星与月球一个在升交点附近、一个在降交点附近. 表 1 中的算例都属于第 2 种情况.

(4) 对于不同经度的入口点，其转移初速大小基本相同，但从加速点到近月点的飞行时间却有很大的差别. 入口点经度值越大 (越靠西)，飞行时间越长，经度为 70° 的飞行时间比经度为 40° 的约长 30 h.

(5) 表 2 显示了借助月球引力发射地球静止卫星的又一个特点：从不同倾角 (30°—65°) 的停泊轨道发射静止卫星，所需的速度增量基本相等 (相差仅 14 m/s). 而采用传统方法发射静止卫星所需的速度增量则明显地随轨道倾角增大而增大. 从不同倾角的停泊轨道上发射卫星，只需选取不同的加速时机，加速到基本相同的速度向月球飞去，在月球引力下基本上都可以将卫星轨道倾角降到 0° 附近. 正是这个特点才使得发射场纬度越高，节省的速度增量越多.

(6) 对给定的入口点经度，对应无限多条地球静止卫星转移轨道. 这些轨道对应的近月距各不相同，近月距越小，返回地球时的近地距越大. 这是因为近月距越小，卫星飞过月球影响球所获得的速度增量越大，将卫星的近地距抬高得越多. 合适地选取近月距，可以使卫星再次返回地球时既满足倾角为 0°，又满足近地距为 42 000 km 的静止卫星的要求，这是该入口点经度下速度增量最小的情况. 不同的入口点经度对应的最小速度增量差别不大，表 1 中以入口点经度为 60° 时的速度增量最小： $\Delta v = 4\,212.5$ m/s.

如果用传统的方法发射静止卫星：

当停泊轨道倾角为 25.7°, $\Delta v' = 4212.5$, 二者速度增量需求相等；

当停泊轨道倾角为 31.0°, $\Delta v' = 4324.0$, 借力飞行节省 2.6% 的速度增量；

当停泊轨道倾角为 43.0°, $\Delta v' = 4617.3$, 借力飞行节省 8.7% 的速度增量；

当停泊轨道倾角为 65.0°, $\Delta v' = 5219.9$, 借力飞行节省 19.3% 的速度增量.

由此可见，只要停泊轨道倾角大于 25.7°, 借助月球引力发射地球静止卫星的方法就能节省速度增量. 并且发射场的纬度越高，节省的速度增量越多. 由于卫星进入静止卫星轨道后轨道保持需要的推进剂消耗很少，因此在发射时节省下来的推进剂将提高静止卫星的使用寿命、增加卫星的效益.

3　精确模型下的地球静止卫星算例

精确的数学模型中考虑了各种作用力的影响，包括地、月、日的中心引力及地、月摄动力，大气阻力和光压作用力. 采用 6×6 阶的 GEM-T3 地球引力场模型和 10×10 阶的月球引力场模型. 对时间系统也作了精细考虑. 地、月、日位置计算都通过查 JPL 历表获得. 数值积分采用变步长、单步的 RKF7(8) 方法 [11].

经过搜索，求出如下一条借助月球发射的地球静止卫星转移轨道. 卫星于 1997 年 6 月 8 日 203028.42(格林尼治标准时间，下同) 进入停泊轨道，停泊轨道的倾角为 43° 、轨道高度 200 km. 卫星在停泊轨道上滑行 698.456 s 后，加速到 10 915.51 m/s 的速度飞向月球. 卫星于 6 月 13 日 170313.06(飞行 116.55 h) 进入月球影响球. 在到达月球近月点之前的一段，月球引力的影响使卫星轨道倾角一直增大，到 6 月 14 日 102313.06(飞行 133.71 h) 倾

角增大到 123.29°. 卫星于 6 月 14 日 110313.06(飞行 134.55 h) 到达距月心 8 416 km 的近月点. 在卫星飞过月球近月点后, 月球引力使卫星轨道倾角迅速减小, 在短短的 5 h 内 (飞至距月心 20 000 km 处) 倾角锐减至 22.20°. 6 月 15 日 050313.06(飞行 152.55 h) 卫星飞出月球影响球, 此时卫星倾角已减至 4.78°. 卫星飞出月球影响球后进入半长轴为 280 000 km、周期 17 天的椭圆轨道. 6 月 27 日 095313.06 卫星回到地心距为 42 000 km(地球静止卫星高度) 的近地点, 此时轨道倾角已经减小到 0.38°, 卫星轨道倾角已经基本满足要求. 卫星在近地点施加负向速度增量, 同时使轨道圆化和进一步减小倾角到 0°, 最终成为地球静止卫星.

卫星飞行过程如图 3 所示, 倾角变化图如图 4 所示. 卫星本来的半长轴为 200 000 km, 经过月球的加速作用后半长轴增大到 280 000 km, 近地距也由原来的 6 578 km 增大到 42 000 km(地球静止卫星高度). 图 4 中卫星轨道在近月点附近的拐点就是半长轴的变化点. 从图 4 可以清楚地看到卫星轨道对地球赤道倾角的变化规律, 是一个先逐步变大 (一度增大到 123.29°), 然后快速减小的过程. 卫星倾角在 4 h 内减小到 30°, 在 10 h 内减小到 10°.

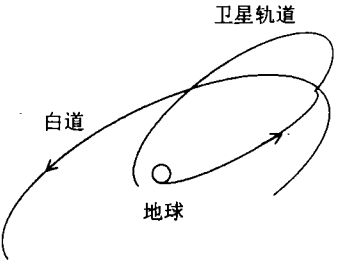


图 3 卫星飞行轨迹图
Fig.3 Flight course of satellite

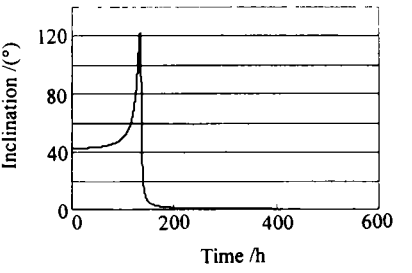


图 4 卫星轨道倾角变化图
Fig.4 Tendency chart of inclination of satellite

下面计算本算例中的能量需求. 卫星在 200 km 的停泊轨道上的圆轨道速度为 7 784 m/s, 加速到绕月轨道需要的速度增量 $\Delta v_1 = 10\,915 - 7\,784 = 3\,131$ m/s; 卫星回到近地点的速度大于静止卫星的轨道速度, 在近地点应施加的负向速度增量约 $\Delta v_2 = 1\,107$ m/s; 卫星再次回到地球时的近地点高度不严格等于静止卫星的高度、倾角也略大于 0°, 修正近地点高度和轨道圆化共需速度增量约 $\Delta v_3 = 21$ m/s. 故利用月球引力发射地球静止卫星所需的总速度增量为: $\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 = 4\,259$ m/s.

如果用传统的方法发射静止卫星:

当停泊轨道倾角为 28.0°, $\Delta v' = 4\,259$, 二者速度增量需求相等;

当停泊轨道倾角为 31.0°, $\Delta v' = 4\,324$, 借力飞行节省 1.5% 的速度增量;

当停泊轨道倾角为 43.0°, $\Delta v' = 4\,617$, 借力飞行节省 7.8% 的速度增量;

当停泊轨道倾角为 65.0°, $\Delta v' = 5\,220$, 借力飞行节省 18.4% 的速度增量.

由此可见, 如停泊轨道倾角大于 28°, 借助月球引力发射地球静止卫星的方法就能节省速度增量, 这个结论与初步分析中的结论基本一致. 由于 1997 年 6 月 14 日地月距 397 819 km 大于初步分析中采用的地月平均距离 384 400 km, 并且精确模型下的轨道搜索很难找到返回地球时卫星倾角严格为 0° 的例子, 因此本算例中的 Δv 比初步分析中要稍

微大一些. 初步分析与精确模型下的结论一致也验证了简化模型在本问题中的实用性. 由于精确模型下的发射地球静止卫星的轨道需要进行大量的搜索，搜索一条转移轨道可能要花上数天的时间，利用简化模型可以大大加快分析速度，得出正确的结果.

4　结　　论

由前面的初步分析和精确轨道分析可知，借助月球引力发射地球静止卫星的方法在停泊轨道倾角大于 28° 时，可以节省速度增量. 发射场的纬度越高，节省的速度增量越多，该方法对于中、高纬度纬度发射场有很重大的意义.

利用月球引力发射地球静止卫星的窗口很小，每月仅有两天的日窗口，在这两天中发射卫星使得与月球交会时月球基本在赤道附近. 如果月球不是处于白道的升交点或降交点 (赤纬为零), 不论如何选择发射时机，都不可能利用月球将卫星倾角基本减小到零.

上面的分析都忽略了卫星飞行过程中的控制和制导问题. 如果考虑这些因素，借助月球引力的发射方法将受一定的技术条件的限制. 但是，只要掌握深空探测的关键技术，此方法将有良好的实际应用价值.

参　考　文　献

[1] 云帆. 休斯公司成功挽救原亚洲卫星 -3. 国际太空，1998, **10**: 6—8

[2] 任萱. 人造地球卫星轨道力学. 长沙：国防科技大学出版社，1988. 170—178

[3] 任萱，陈建祥. 垂直着月轨道的特性分析及其近似解. 国防科技大学学报，1997, **19**(6):1—8

[4] Robert H T. Geometrical Characteristics of Lunar Orbits Established from Earth-Moon Trajectories. NASA TN D-1780:1—20

[5] 易照华，赵德滋. 击中月球的火箭轨道设计问题. 南京大学学报，1964, **8**(3):367—375

[6] 易照华，朱耀鑫. 击中月球火箭的月面击中点分布问题. 南京大学学报，1964, **8**(4):481—492

[7] 肖峰. 球面天文学与天体力学基础. 长沙：国防科技大学出版社，1989. 145—148

[8] 曾国强，任萱，郗晓宁. 快速设计月球卫星转移轨道的一种代数法. 国防科技大学学报，2000, **22**(2):1—6

[9] Battin R H. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics. New York: Am. Ins. Aeron. Astron. Inc., 1987. 128—130

[10] 曾颖超主编. 航天器飞行力学. 西安：西北工业大学出版社，1993. 38—41

[11] 刘林. 人造地球卫星轨道力学. 北京：高等教育出版社，1992. 546—553

A STUDY ON LAUNCHING GEOSTATIONARY SATELLITE AT HIGH LATITUDE BY TAKEN ADVANTAGE OF THE MOON'S GRAVITATION

ZENG Guoqiang[1] XI Xiaoning[2] REN Xuan[1]

[1](*College of Aerospace and material engineering, National University of Defense Technology, Changsha* 410073)

[2](*Shanghai Astronomical Observatory, The Chinese Academy of Sciences*)

Abstract

A method of make use of Lunar Gravitation (LG) to launch Geostationary Satellite (GS) at high latitude is presented. At first, preliminary analysis of the problem of launching GS is given using patched-conic technique. Then, precise analysis is given in a mathematical model. It is indicated that less energy is needed to launch GS from launch site with latitude higher than 28° using LG method than the traditional. The higher the launching site is, the more energy is saved.

Key words Lunar gravitation, Geostationary satellite