第20卷 第2期 空 间 科 学 学 报 Vol.20, No.2
2000 年 4月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Apr., 2000

基于遗传算法的空间机械臂运动规划的最优控制*

戈新生 张奇志
(北京机械工业学院基础部 100085)
刘延柱
(上海交通大学工程力学系)

摘 要

讨论了空间机械臂系统运动规划问题. 利用系统的非完整特性, 将空间机械臂运动规划转化为非线性系统最优控制问题. 在最优控制中引入遗传算法, 替代传统的牛顿迭代方法, 提出基于遗传优化方法的运动规划最优控制数值算法. 通过仿真计算, 表明该方法的有效性.

关键词 空间机械臂—运动规划—最优控制—遗传算法

1 引 言

现代航天技术广泛采用机械臂以完成抓取和释放卫星及科学探测仪器等各种操作任务. 当航天器载体姿态控制系统处于关闭状态时, 航天器自由飘浮于空间而变为典型的自由多体系统. 因此机械臂的相对运动必将引起载体位姿的改变. 与地面固定基机械臂运动规划不同, 在自由飘浮空间机械臂运动规划中运动学与动力学问题相互耦合. 忽略微弱的重力梯度力矩, 系统相对质心的动量矩守恒而使空间机械臂系统成为非完整系统 [1]. 利用这一特性, 对机械臂和载体进行运动规划研究已引起重视并提出多种方法 [2−5], 其中文献 [2] 利用最优控制的梯度算法研究了空间机械臂系统运动规划问题. 遗传算法 [6] 作为一种新型的、模拟生物进化过程的随机化搜索和优化方法, 近 10 年来在优化领域得到广泛的研究和应用, 并已在解决诸多优化问题中显示了良好的性能和效果. 本文利用遗传算法, 解决非完整运动规划最优控制中的寻优与搜索问题, 以取代传统的牛顿迭代方法. 通过对两例空间机械臂的运动规划数值仿真, 表明本文提出的基于遗传算法的非完整运动规划最优控制方法是有效的.

2 动力学方程

设空间机械臂系统由载体 B_1 、臂杆件 B_i $(i=2,3,\cdots,n)$ 等 n 个刚体以 $n-1$ 个单自由度转动铰 O_j $(j=2,3,\cdots,n)$ 联结组成的无根单链系统 (见图 1). 以系统的总质心 O_c

* 国家自然科学基金资助项目 19782003
1999-03-15 收到原稿, 2000-02-02 收到修定稿

为原点建立惯性基 e_0, 以各分体质心 O_{ci} 为原点建立连体基 e_i $(i=1,2,\cdots,n)$. 无力矩状态下系统的动量矩守恒原理有

$$\sum_{j=1}^{n}(\boldsymbol{J}_j\cdot\boldsymbol{\omega}_j+m_j\boldsymbol{\rho}_j\times\dot{\boldsymbol{\rho}}_j)=\boldsymbol{H}_0. \tag{1}$$

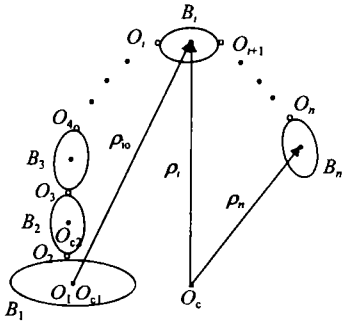


图 1 无根单链多体系统

Fig.1 Mutibody system with no fixed base

其中 m_j, $\boldsymbol{J}_j$ 分别为分体 B_j 的质量和中心惯量张量, $\boldsymbol{\omega}_j$ 为 B_j 的角速度, $\boldsymbol{\rho}_j$ 为各分体质心 O_{cj} 相对 O_c 的矢径, 它可由增广体铰矢量 $\boldsymbol{b}_{ij}$ $(i,j=1,2,\cdots,n)$ 表示为 [1]

$$\boldsymbol{\rho}_j=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{b}_{ij}. \tag{2}$$

将 (2) 式代入 (1) 式得到

$$\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{I}_j\cdot\boldsymbol{\omega}_j=\boldsymbol{H}_0. \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{I}_j$ 为分体 B_j 的等效惯量张量, 可表示为增广体惯量张量 $\boldsymbol{K}^*_{ij}$ $(i,j=1,2,\cdots,n)$ 的求和式 [7]

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{I}_j=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{K}^*_{ij}, \qquad (j=1,2,\cdots,n),\\
&\boldsymbol{K}^*_{ij}=\delta_{ij}\boldsymbol{K}^*_i-(1-\delta_{ij})m[(\boldsymbol{b}_{ji}\cdot\boldsymbol{b}_{ij})\boldsymbol{E}-\boldsymbol{b}_{ji}\cdot\boldsymbol{b}_{ij}],\\
&\boldsymbol{K}^*_i=\boldsymbol{J}_j+\sum_{k=1}^{n}m_k(b^2_{ij}\boldsymbol{E}-\boldsymbol{b}_{ik}\boldsymbol{b}_{ik}).
\end{aligned} \tag{4}$$

其中 δ_{ij} 为 Kronecker 符号. 将载体相对 e_0 的姿态角 θ_{1r} $(r=1,2,3)$ 和相应的转轴基矢量 $\boldsymbol{p}_{1k}$ 相对 e_1 的投影列阵 $\boldsymbol{p}_{1r}$ $(r=1,2,3)$ 构成列阵 $\boldsymbol{\theta}_1$ 和方阵 $\boldsymbol{p}_1$

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{\theta}_1=(\theta_{11},\theta_{12},\theta_{13})^{\mathrm{T}},\\
&\boldsymbol{p}_1=(\boldsymbol{p}_{11},\boldsymbol{p}_{12},\boldsymbol{p}_{13})^{\mathrm{T}}.
\end{aligned} \tag{5}$$

将 O_j 铰关联的邻接刚体 B_j 相对 B_{j-1} 的转角 θ_j $(j=2,3,\cdots,n)$ 构成列阵 $\boldsymbol{\theta}_*$,

$$\boldsymbol{\theta}_*=(\theta_2,\theta_3,\cdots,\theta_n)^{\mathrm{T}}. \tag{6}$$

设 $\boldsymbol{p}_j$ $(j=2,3,\cdots,n)$ 为 O_j 铰的转轴基矢量相对 e_j 的投影列阵, $\boldsymbol{A}_{ij}$ 为 e_j 相对 e_i 的方向余弦矩阵, 则分体 B_j 的角速度 ω_j 相对 e_j 的投影列阵 $\boldsymbol{\omega}_j$ 为

$$\boldsymbol{\omega}_i=\sum_{j=1}^{i}\boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{p}_j\dot{\boldsymbol{\theta}}_j, \qquad (i=1,2,\cdots,n). \tag{7}$$

将 (7) 式代入 (3) 式, 设起始动量矩 $\boldsymbol{H}_0$ 为零, 导出系统非完整约束方程

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_1+\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}_*=0, \tag{8}$$

其中

$$\boldsymbol{J}=(J_2,J_3,\cdots,J_n),\boldsymbol{J}_i=\boldsymbol{p}_1^{-1}\Big(\sum_{k=1}^{n}\boldsymbol{A}_{1k}\boldsymbol{I}_k\boldsymbol{A}_{k1}\Big)^{-1}\Big(\sum_{k=1}^{n}\boldsymbol{A}_{1k}\boldsymbol{I}_k\boldsymbol{A}_{ki}\Big)\boldsymbol{p}_i,\qquad(i=2,3,\cdots,n).$$

3　运动规划的最优控制问题

设载体与空间机械臂的位形 $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\theta}_*^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ 为系统状态变量，选取机械臂相对转动角速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_*$ 为输入控制变量，以列阵表示

$$\boldsymbol{u}=\dot{\boldsymbol{\theta}}_*=(\dot{\theta}_2,\dot{\theta}_3,\cdots,\dot{\theta}_n)^{\mathrm{T}}.\tag{9}$$

则系统状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{B}(x)\boldsymbol{u}.\tag{10}$$

其中 $\boldsymbol{B}(x)=\begin{pmatrix}-\boldsymbol{J}\\ \boldsymbol{E}\end{pmatrix}$，式中 E 为 $(n-1)\times(n-1)$ 单位阵. 方程 (10) 体现出系统的非完整约束特性，即以机械臂 $(n-1)$ 个关节相对角速度变量控制载体姿态和臂关节相对转角的 $(r+n-1)$ 个变量. 对于给定空间机械臂系统初始和终端状态，通过优化指标寻找最优控制输入 $\boldsymbol{u}(t),t\in[0,T]$，确定系统状态转移的最优轨线. 根据最小能量控制原理，选择机械臂各关节耗散能为最优控制指标，目标函数为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{u})=\int_0^T\langle\boldsymbol{u},\boldsymbol{u}\rangle\mathrm{d}t,\tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{u}(t)$ 为 Hilbert 空间 $L_2([0,T])$ 可测向量函数，实际计算时，考虑有限维情况，利用 Fourier 基向量 $\{\boldsymbol{a}_i\}_{i=1}^N$ 的线性组合表示为

$$\boldsymbol{u}=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{a}_i\boldsymbol{\alpha}_i=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\alpha},\tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{\alpha}_i$ $(i=1,2,\cdots,N)$ 为函数 $\boldsymbol{u}$ 在 $\{\boldsymbol{a}_i\}_{i=1}^N$ 基上的投影，$\boldsymbol{\Phi}$ 为 Fourier 基向量组成的 $n\times N$ 矩阵. 考虑 Fourier 基向量的正交性，并引入罚因子 λ, (11) 式的目标函数为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\alpha},\lambda)=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{\alpha}_i^2+\lambda\|\boldsymbol{x}(T)-\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}\|^2.\tag{13}$$

其中 $\boldsymbol{x}(T)$ 是方程 (10) 在给定控制输入 $\boldsymbol{u}$ 时系统在 $t=T$ 时的状态，显然 $\boldsymbol{x}(T)$ 是 $\boldsymbol{\alpha}$ 的函数，设 $\boldsymbol{x}(T)=f(\boldsymbol{\alpha})$, 当 N 和 λ 给定时，(13) 式可写为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\alpha})=\langle\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\alpha}\rangle+\lambda\|f(\boldsymbol{\alpha})-\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}\|^2.\tag{14}$$

因此，寻找控制输入 $\boldsymbol{u}$ 使 (11) 式的值最小问题就转化为寻找使目标函数 (14) 式的值为最小问题.

4 最优控制的遗传算法

利用遗传算法，通常需要对优化变量进行二进制编码，当变量维数过高且取值范围大时，二进制编码串过长将使遗传算法的收敛速度大大降低. 本文在遗传算法中使用实数编码[8]，它具有精度高、便于大空间搜索等优点. 下面结合空间机械臂运动规划的最优控制问题，设计相应的遗传算法，以求解系统运动的最优轨迹和相应的控制输入规律，其方法步骤为

(1) 参数编码　利用遗传算法的并行搜索机制，直接对 (12) 式中函数 $\boldsymbol{u}$ 在 Fourier 基上的投影 α 采用实数编码，染色体编码为所有 $\boldsymbol{\alpha}_i(k)$ $(i=1,2,\cdots,N)$ 组成的 N 维向量

$$\boldsymbol{\alpha}(k)=[\alpha_1(k),\alpha_2(k),\cdots,\alpha_N(k)]^T, \tag{15}$$

其中，$\boldsymbol{\alpha}_i(k)$ 为实数，变量 k 称为“代”数，初始时 $k=1$.

(2) 初始群体设定　使用随机方法产生 N 个可能解 $\alpha_i(k)$ $(1\leqslant i\leqslant N)$ 组成初始解群，即对 $\boldsymbol{\alpha}_i(k)$ 的 N 个分量初始化为零均值、方差为 1 的标准正态分布随机数.

(3) 适应度函数计算　对于每 1 个体 $\boldsymbol{\alpha}_i(k)$, 计算其适应度即

$$f(\boldsymbol{\alpha}_i(k))=1/\boldsymbol{J}(\alpha_i(k)). \tag{16}$$

(4) 选择　对每 1 个体 $\boldsymbol{\alpha}_i(k)$, 计算其生存概率

$$p_i(k)=f(\alpha_i(k))\Big/\sum_{i=1}^{N}f(\alpha_i(k)) \tag{17}$$

设计 1 个随机选择器，依据 $p_i(k)$ 以一定的随机方法产生配种个体 $\alpha_i(k)$.

(5) 产生下一代解群　选取 2 个配种个体 $\alpha_1(k)$, $\alpha_2(k)$, 并依据一定的组合规则 (如交叉、变异等) 将组合成 2 个新一代的个体 $\alpha_1(k+1)$, $\alpha_2(k+2)$, 直至新一代 N 个个体形成完毕.

(6) 重复 3—5 步，直至求出满足精度要求或最大进化代数的最优解.

5 数值仿真算例

以空间机械臂平面运动为例，设 $r=1,n=3$, 系统的质量几何参数为 $m_1=50\,\mathrm{kg}$, $m_2=m_3=5\,\mathrm{kg}$, $J_1=7.8\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $J_2=J_3=0.52\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $l_1=O_1O_2=0.5\,\mathrm{m}$, $l_2=O_2O_3=1\,\mathrm{m}$, $l_3=O_3O_4=1\,\mathrm{m}$. 载体与机械臂完成规定动作时间 $T=5\,\mathrm{s}$. 遗传算法的控制参数分别设定为：群体规模 $M=48$, 染色体长度 $N=10$, 交叉概率 $P_\mathrm{c}=0.8$, 变异概率 $P_\mathrm{m}=0.06$, 进化代数 $R=200$.

算例 1　要求载体的初始和终端位形保持不变，机械臂前杆由初始位形 $\pi/4$ 转到终端位形 $\pi/2$, 末杆由初始位形 $\pi/6$ 转到终端位形 $\pi/3$. 设系统初始和终端位形分别为

$$\boldsymbol{x}_0=[0,\pi/4,\pi/6]^{\mathrm{T}},\quad \boldsymbol{x}_\mathrm{f}=[0,\pi/2,\pi/3]^{\mathrm{T}}.$$

仿真结果见图 2, 图 3 所示，其中图 2 中实线分别为载体姿态和机械臂关节角的优化轨线，曲线两端点为载体和机械臂的初始和终端位形. 图 3 中实线分别为机械臂最优控制输入规律. 图中虚线为牛顿迭代法计算结果.

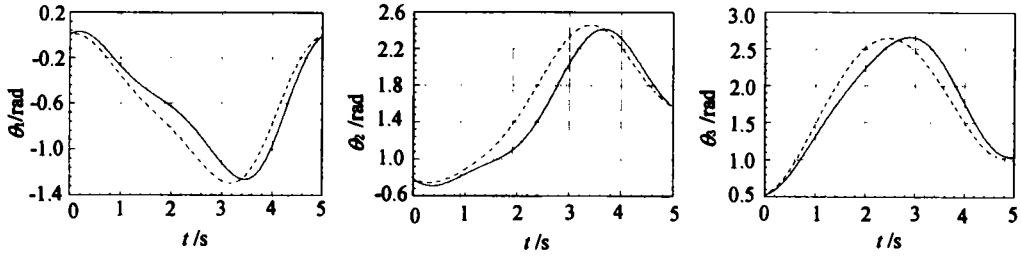


图 2　载体姿态和机械臂关节角优化轨迹

Fig.2　Optimal trajectory for the space vehicle and manipulator

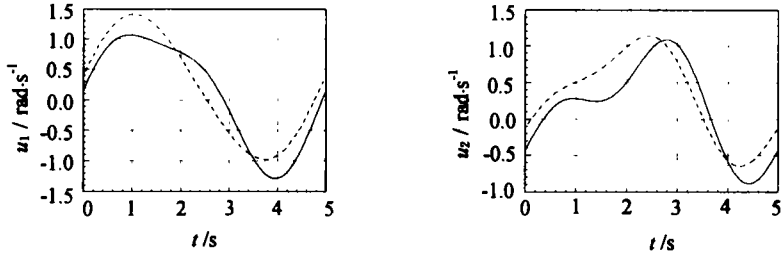


图 3　最优控制输入规律

Fig.3　Optimal control inputs for the first example

算例 2　要求载体由初始位形 0° 转动 $\pi/4$ 到终端位形，机械臂初始与终端位形与算例 1 相同. 设系统初始和终端位形分别为

$$\boldsymbol{x}_0 = [0, \pi/4, \pi/6]^{\mathrm{T}}, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{f}} = [\pi/4, \pi/2, \pi/3]^{\mathrm{T}}.$$

图 4 实线分别为载体姿态和机械臂关节角的优化轨线，图 5 实线为机械臂最优控制输入规律. 虚线为牛顿迭代法的计算结果. 在仿真计算中，选取 10 个 Fourier 正交基向量，$\{\boldsymbol{a}_i(t)\}_{i=1}^{5}$ 为

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} \sin t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} \cos t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} \sin 2t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_5 = \begin{bmatrix} \cos 2t \\ 0 \end{bmatrix},$$

$\{\boldsymbol{a}_i(t)\}_{i=6}^{10}$ 由上式各基向量行轮换得到. 遗传操作中选用正比于适应度的比例选择机制 (赌轮选择), 随机选点的一点交叉技术和位点随机变异加高斯分布随机数方法. 算例 1 通过 200 代遗传算法运算得到目标函数最优值为 $J(\alpha) = 4.33143$, 算例 2 进化 200 代的目标函数最优值为 $J(\alpha) = 6.59695$.

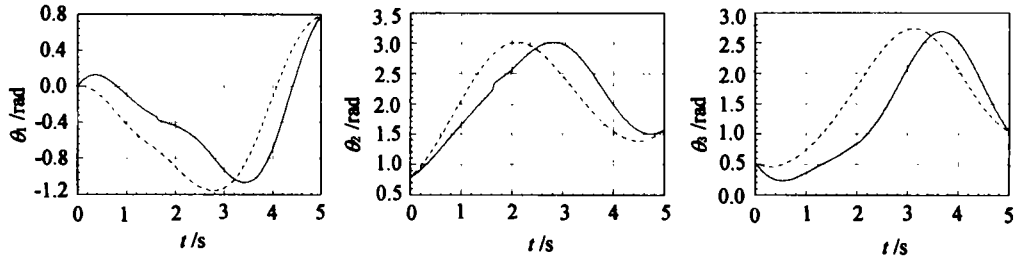


图 4 载体姿态和机械臂关节角优化轨迹

Fig.4 Optimal trajectory for the space vehicle and manipulator

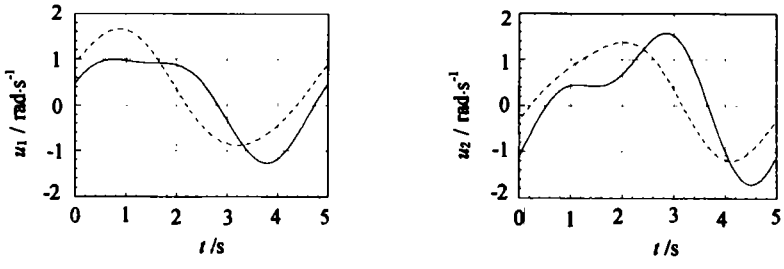


图 5 最优控制输入规律

Fig.5 Optimal control inputs for the second example

6 结 论

(1) 利用遗传算法的优化方法，将其引入非线性系统最优控制中，这是一种新的有益的尝试. 通过仿真计算表明，遗传算法对解决空间机械臂非完整运动规划的最优控制问题是有效的.

(2) 在遗传算法中采用实数编码尽管在理论上没有二进制编码成熟，但对于研究多个实参数优化问题，无论从方法的实现，还是从计算精度考虑，实数编码为一合适的选择.

(3) 与传统的迭代算法相比，遗传算法不需要导数信息，对目标函数的连续性要求较低，使用范围比传统的迭代算法广泛，而且是一种全局优化算法.

(4) 本文利用遗传算法研究空间机械臂运动规划最优控制问题，这一工作也为其它最优控制问题提供了新的途径.

参　考　文　献

[1] 刘延柱. 航天器姿态动力学. 北京：国防工业出版社，1995. 201—205
[2] 戈新生，陈力，刘延柱. 空间机械臂非完整运动规划的最优控制. 应用力学学报，1998, 15(4):6—11
[3] 刘延柱，顾晓勤. 空间机械臂逆动力学的 Liapunov 方法. 力学学报，1996, 28(5):558—563
[4] Fernands C, Gurvits L, Li Zexiang. A variational approach to optional nonholonomic motion planning. Proc. IEEE Inter. Conf. Robot. Autorn, 1991. 680—685
[5] Nakamura Y, Mukherjee R. Nonholonomic path planning of space robots via a bidirectional approach. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1991, 7(4):500—514
[6] 陈国良等. 遗传算法及其应用. 北京：人民邮电出版社，1996. 3—14
[7] 刘延柱，洪嘉振，杨海兴. 多刚体系统动力学. 北京：高等教育出版社，1989. 155–164
[8] Michalewicz Z, Janckow C Z, Krawczyk J B. A modified genetic algorithm for optional control problems. *Comp. Math. Appl.*, 1992, 23(12):83—94

AN OPTIMIZED METHOD TO CONTROL THE MOTION PLANNING OF SPACE MANIPULATORS BASE GENETIC ALGORITHM

GE Xinsheng　ZHANG Qizhi

(*Division of Basic Courses, Beijing Institute of Machinery*, 100085)

LIU Yanzhu

(*Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University*)

Abstract

The problem of nonholonomic motion planning of space manipulator system is discussed in this paper. The problem of nonholonomic motion planning of space manipulator is transformed into the optimized control of nonlinear system by using the nonholonomic characters of the system. The genetic algorithm is introduced to solve the optimized control problem. Based on genetic algorithm for optimized control of nonholonomic motion planning of space manipulator is proposed. The effectiveness of the method is proved by the numerical simulation examples.

Key words　Space manipulator, Motion planning, Optimized control, Genetic algorithm