0254-6124/2012/32(6)-855–07 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Zhu Min, Zhang Yonghe, Yin Zengshan. Parameter identification and improvement in empirical model of flywheel disturbance. *Chin. J. Space Sci.*, 2012, **32**(6): 855-861

飞轮扰动经验模型参数的识别与改进 *

朱 敏 张永合 尹增山

(中国科学院上海微系统与信息技术研究所 上海微小卫星工程中心 上海 201213)

摘 要 对飞轮扰动模型参数的精确识别是研究光学卫星高稳定度、高分辨率成像的基础. 目前, 飞轮的扰动模型识别主要有两种: 经验模型和分析模型. 经验模型需要识别的参数是谐波级数和幅值系数, 而当前存在的参数识别算法忽略了时域截断的影响, 导致幅值系数识别存在较大偏差, 这会引起扰动响应分析的不确定性. 针对上述情况, 提出了窗函数法和与其相关的频域恢复技术, 有效弥补了时域截断的影响. 通过实验仿真结果可见, 该方法大幅度提高了幅值系数的识别精度.

关键词 飞轮扰动, 参数识别, 时域截断, 窗函数法

中图法分类号 V 414

Parameter Identification and Improvement in Empirical Model of Flywheel Disturbance

ZHU Min ZHANG Yonghe YIN Zengshan

(*Shanghai Engineering Center for Microsatellites, Shanghai Institute of Micro-system and Information Technology, Shanghai* 201213)

Abstract It is a basic and key technology for high stability and high resolution optical satellite to identify the parameter of flywheel disturbance model accurately. There are two main disturbance models of the flywheel, *i.e.*, empirical model and analytical model. The parameters that need to be identified in empirical model are harmonic numbers and amplitude coefficients. The effects of truncation of the time domain are neglected in traditional parameter identification method when calculating the amplitude coefficients, while the errors of the coefficients are not small sometimes, which can lead to uncertainty to the high frequency jitter response analyses. In order to improve the accuracy and reliability of the disturbance model, this paper presents windowing method and related recovery technique in frequency domain. From the result of simulation, it can be seen that this method improves the accuracy of the parameter significantly.

Key words Flywheel disturbance, Parameter identification, Truncation, Windowing method

* 国家高技术研究发展计划项目资助 (2011AA12A101)

2011-07-18 收到原稿, 2011-11-13 收到修定稿

E-mail: xczmin@mail.ustc.edu.cn

0 引言

随着航天技术的发展, 越来越多的航天任务对卫星的稳定度提出了十分严格的要求, 最为典型的两个领域为天文观测和对地高分辨率成像, 该类型航天器都是以大口径光学望远镜为主载荷, 为保证成像质量, 对姿态控制稳定度及振动抑制水平的要求非常高, 在相机积分时间内, 允许像点在探测器上的像移量非常小.

像点漂移受姿控稳定度与高频扰动两方面因素共同作用, 姿控稳定度表现为像点低频率的像移, 造成图像的整体移动, 而高频扰动, 则由于其频率高于图像的采集频率, 会造成图像的整体模糊, 大大降低图像的质量. 随着卫星性能的提高, 单个像元的角分辨率也越来越小, 高频抖动逐渐成为影响图像质量的主要因素. 卫星的高频扰动主要由各类高速转动部件引起, 其中, 姿态执行机构的核心部件飞轮的高速转动是高频扰动的主要来源.

为更好地预测飞轮扰动对卫星稳定度的影响, 选择合适的振动抑制手段, 需要对飞轮高速转动引起的扰动进行准确建模与参数识别, 这是研究卫星局部减震的基础, 也是提高卫星指向稳定度的重要保证.

国外对于飞轮扰动的建模与参数识别已开展了深入研究 [1−3], 并基于此研究出很多隔振产品, 应用到航天器的研制中, 中国在这方面的研究尚处于起步阶段. 文献 [4] 引入放大系数来体现结构固有频率对扰动的影响, 提出一种半经验半分析反作用轮扰动模型; 文献 [5] 提出能量补偿法来改善实验模型中幅值系数的识别精度.

传统的参数识别方法存在较大误差, 本文针对该情况提出时域加窗技术和频域恢复技术对其进行改进, 并通过实验仿真进行了验证.

1 飞轮扰动模型

NASA 于 20 世纪 80 年代对 HST (哈勃太空望远镜) 的反作用轮扰动进行了深入研究, 根据测试结果推导出一个干扰模型即经验模型, 该模型假设扰振频率是飞轮转速的线性函数, 扰振幅值正比于飞轮转速的平方 [6], 有

$$\boldsymbol{m}(t)=\sum_{i=1}^{n}C_i f^2\sin(2\pi h_i f t+\alpha_i). \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{m}(t)$ 为扰动力或力矩, C_i 为第 i 个谐波函数的幅值系数, f 为飞轮转动频率, h_i 表示第 i 个谐振频率与飞轮转速的比值 (谐波级数), α_i 为随机相位 $(0\sim 2\pi)$. 模型中 C_i 和 h_i 为需要确定的参数.

但是, 经验模型没有考虑结构模态对飞轮的影响, 后来有研究者提出了分析模型, 分析模型在考虑到结构模态的基础上, 加上静动不平衡质量得到微分方程组, 对该方程求解即可得到扰动力, 但分析模型仅能考虑基次谐波.

在卫星工程中, 经验模型比分析模型具有更强的实用性, 可对飞轮进行测量, 并识别出相应的参数, 识别方法的优劣决定了建模的逼真程度, 本文主要针对经验模型中谐波级数和幅值系数的识别进行研究.

2 参数识别

由飞轮测试平台 [2] 可以获得飞轮扰动力和扰动力矩的原始数据, 根据式 (1), 为了更为直观地获得谐波级数、幅值系数与频率的关系, 需要对原始时域数据进行快速傅里叶变换, 得到频谱信息, 然后根据频谱中的峰拟合谐波级数和谐波系数.

2.1 传统识别方法

2.1.1 计算试验数据的频谱

一列长度为 N 的数据的快速傅里叶变换可按如下公式计算:

$$X(k)=\sum_{j=1}^{N}x(j)W_N^{(j-1)(k-1)}. \tag{2}$$

其中, $W_N=\mathrm{e}^{(-2\pi\mathrm{i})/N}$, 而一列离散数据的幅值谱可采用如下公式计算:

$$X(f_k)=\frac{2}{N}\big|F\big[x(k\Delta t)\big]\big|. \tag{3}$$

其中, $X(f_k)$ 为力或力矩的幅值谱, 单位是 N 或 N·m. $F(x)$ 为 x 的快速傅里叶变换, 相应的频率矢量

$$\boldsymbol{f}_k=\frac{k}{T}=\frac{kf_{\mathrm{s}}}{N}=\frac{k}{N\Delta t}. \tag{4}$$

其中, N 为快速傅里叶变换 (FFT) 点数量, T 为时间采样长度, k 为频率指标, f_{s} 为采样频率, 单位 Hz. 频率分辨率 Δt 为采样频率的倒数.

2.1.2 识别谐波级数

图 1 为谐波级数识别算法流程, 首先, 对时域数据进行傅里叶变换, 获得扰动幅值谱, 并将频率点按

轮速归一化, 然后通过幅值谱差分及噪声分析, 获得各个轮速下幅值大于 DT (误差统计限) 的扰动峰值频率矩阵 $\boldsymbol{F}_{\rm peak}$. 而真正的谐波扰动应该对所有轮速都发生在同一个正规化频率处, 因此, 可以使用统计算法搜索 $\boldsymbol{F}_{\rm peak}$, 找出与轮速匹配的频率, 即可获得谐波级数矢量 $\boldsymbol{h}$.

2.1.3　识别幅值系数

图 2 为第 i 个谐波的幅值系数识别流程, 首先根据轮速矢量 $\boldsymbol{\Omega}$, 谐波级数 h_i 和峰值频率矩阵 $\boldsymbol{F}_{\rm peak}$, 从轮速矢量 $\boldsymbol{\Omega}$ 中选择满足在频率界限内并且谐波级数 h_i 可识别的轮速矢量 $\boldsymbol{\Omega}_i$, 然后根据归一化频率矢量 $\boldsymbol{f}^*$, 从幅值谱矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中选择第 i 次谐波第 j 个轮速下的幅值 d_{ij}, 最后通过最小二乘法计算得到幅值系数 C_i.

2.2　窗函数法及频域恢复

传统识别方法不管如何改变噪声大小和各种容错限, 在识别幅值系数时总是存在较大误差. 这是因为把信号的观察时间限制在一定的时间间隔之内, 也就无法取用无限个数据. 而取用有限个数据, 即将信号截断的过程, 就等于将信号乘以窗函数. 如果窗函数是一矩形窗函数, 数据项数被截断, 而窗内各项数据并不改变, 则会导致频谱分量从其正常频谱扩展开来, 即造成泄漏 (见图 3)[7−8].

在进行离散傅里叶变换时, 时域中的截断是必须的, 因此, 泄漏效应是离散傅里叶变换所固有的, 必须设法进行抑制. 而通过上面的分析可知, 要想抑制泄漏, 可以通过窗函数加权抑制离散傅里叶变换的等效滤波器振幅特性的副瓣.

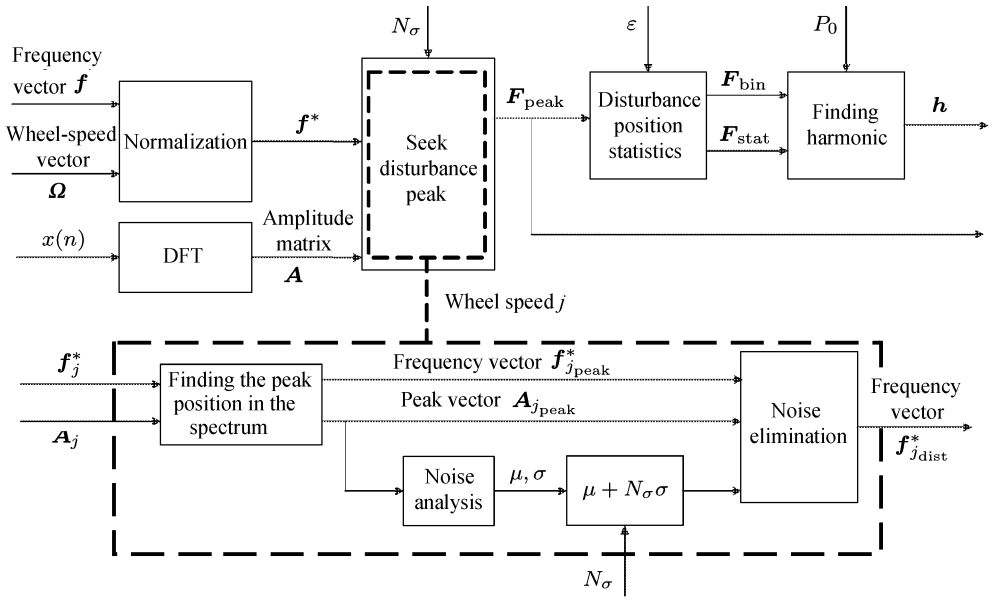

图 1　谐波级数识别流程

Fig. 1　Identification process of the harmonic numbers

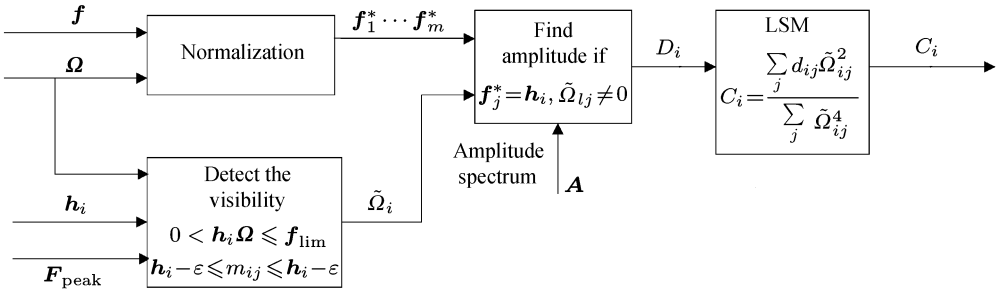

图 2　幅值系数识别流程

Fig. 2　Identification process of the amplitude coefficients

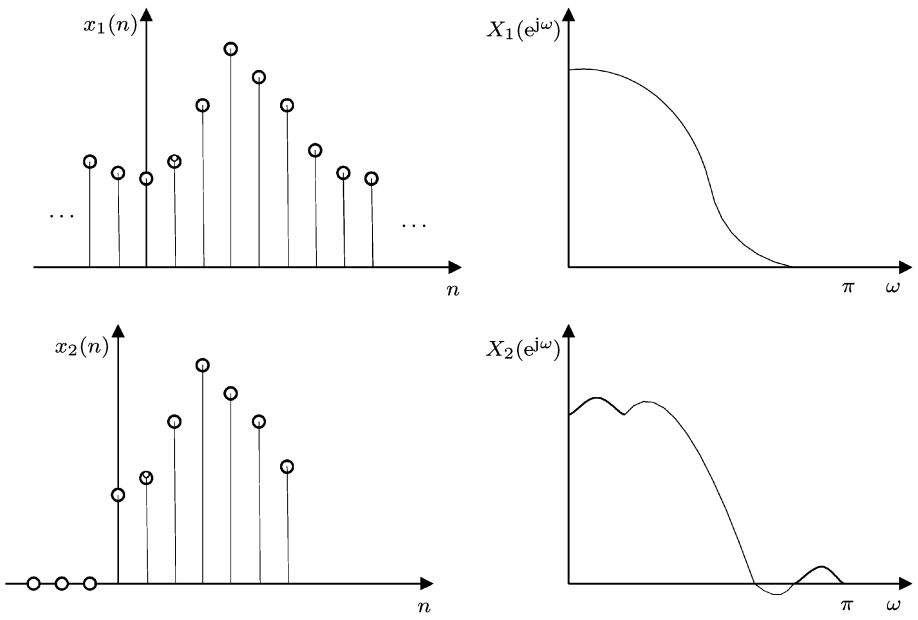

图 3 信号截断时产生的频谱泄露现象

Fig. 3 Spectrum leakage after the truncation of the signal

例如, 选取窗函数为海明窗, 有

$$w(n) = 0.54+0.46\cos\left(\frac{2n}{N}\right),$$
$$n = -\frac{N}{2}, \cdots, -1, 0, 1, \cdots, \frac{N}{2}. \quad (5)$$

由式 (5), 据欧拉公式可得

$$w(n) = 0.54 + 0.46\left(\frac{1}{2}\,e^{j\frac{2n}{N}\pi} + \frac{1}{2}e^{-j\frac{2n}{N}\pi}\right) =$$
$$0.54 + 0.23\,e^{j\frac{2n}{N}\pi} + 0.23\,e^{-j\frac{2n}{N}\pi}. \quad (6)$$

已知矩形窗的频谱函数 $w(n) = 1$, 其对应的频谱为

$$W_R(e^{j\omega}) = \frac{\sin\left(\frac{N\omega}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}e^{j\frac{\omega}{2}}. \quad (7)$$

由离散傅里叶变换的频移定理可得

$$w(n) = 1 \times e^{j\frac{2\pi}{N}n},$$

对应的频谱为

$$W_R[e^{j(\omega-\frac{2\pi}{N}n)}], \quad (8)$$

$w(n) = 1 \times e^{-j\frac{2\pi}{N}n}$, 对应的频谱为

$$W_R[e^{j(\omega+\frac{2\pi}{N}n)}]. \quad (9)$$

得到海明窗的频谱幅度函数为

$$W(\omega) = 0.54W_R(\omega)+$$
$$0.23\left[W_R\left(\omega-\frac{2\pi}{N}\right)+W_R\left(\omega+\frac{2\pi}{N}\right)\right]. \quad (10)$$

用 $X(k)$ 来表达, 有

$$X_W(k) = 0.54X(k)+0.23[X(k-1)+X(k+1)], \quad (11)$$

频谱特性如图 4 和图 5 所示, 是由三个互有频移的不同幅值的矩形窗频谱幅度函数相加而成的, 这将使副瓣大为抵消, 能量更有效地集中在主瓣内, 补偿了时域截断造成的误差.

但是, 时域加窗会导致原来频谱幅值减小, 为了抵消此影响, 需要引入幅值恢复系数. 幅值恢复系数是指在加窗后峰值处的幅值与加同样长度的矩形窗峰值频率处的幅值相等, 但加矩形窗的峰值频率必须是无泄漏的频率成分 [9]. 表 1 列举了几种常用窗函数及其幅值恢复系数.

2.3 应用窗函数法改进飞轮幅值系数识别

由 2.2 节的介绍可知, 窗函数法理论上可以减小时域截断造成的影响, 同时, 传统的参数识别算法都是基于离散傅里叶变换的幅值谱, 幅值系数的识别由于离散傅里叶变换所固有的泄漏效应影响, 必然引起较大误差. 因此, 可以对传统识别算法中计算时域数

据幅值谱模块进行加窗处理, 频域内能量集中在主瓣里, 再通过恢复系数纠正, 即可得到更为准确的识别结果, 具体过程如图 6 所示.

表 1　常用窗函数及幅值恢复系数

Table 1　Common windows and recovery modulus

窗函数	数学表达式	幅值恢复系数
矩形窗	$W(n)=1$	1
汉宁窗	$W(n)=0.5-0.5\cos(2\pi n/N)$	2
海明窗	$W(n)=0.54-0.46\cos(2\pi n/N)$	1.852

3　实验仿真

参见文献 [3] 已经识别出的一组谐波级数和幅值系数 (见表 2), 并假设 FFT 采样时间为 8 s, 采样频率为 1000 Hz, 轮速从 500 r· min^{-1} 到 3400 r·min^{-1}, 按式 (1) 创建时域数据 $m(t)$, 然后加上均值为 0, 方差为 0.5 的高斯白噪声.

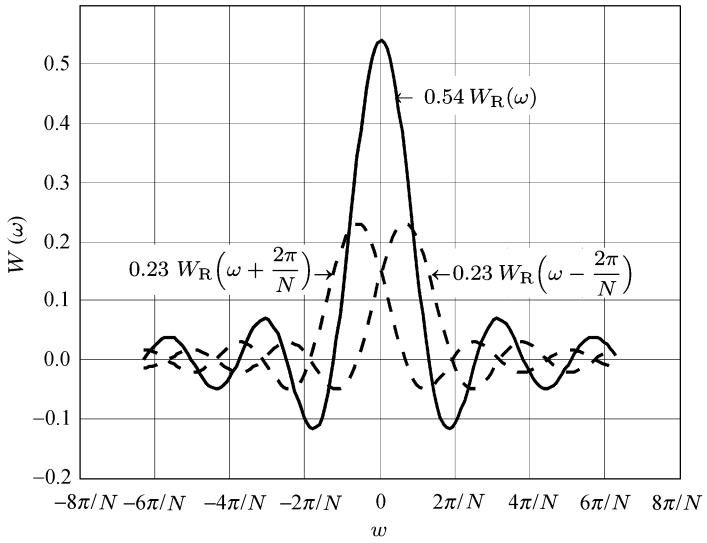

图 4　三个矩形窗幅度谱的叠加

Fig. 4　Summation of three rectangle window's amplitude spectrum

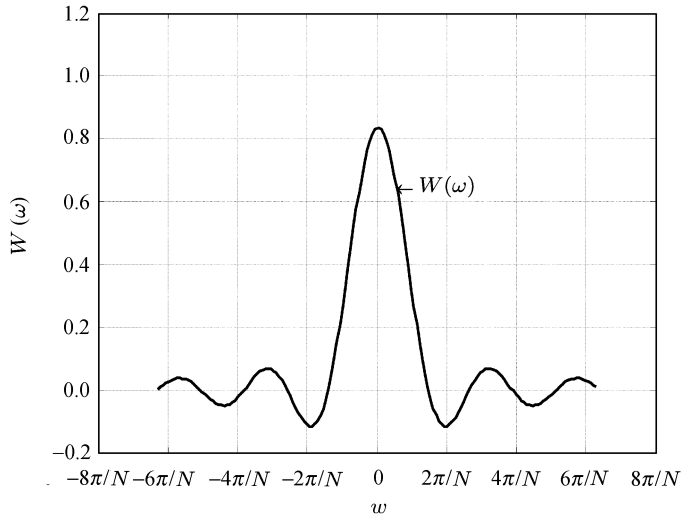

图 5　海明窗频谱 $W(\omega)$

Fig. 5　Frequency spectrum of Hamming window $W(\omega)$

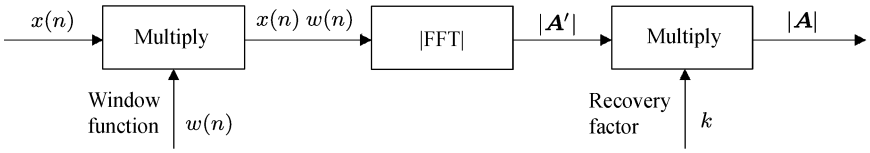

图 6 时域加窗及频域恢复

Fig. 6 Windowing method and recovery in frequency domain

表 2 输入谐波级数和幅值系数

Table 2 Initial harmonic numbers and amplitude coefficients

h_i	1.0	2.0	3.0	4.0	4.43	5.0	5.38	5.60	6.0	6.39
$C_i(\times 10^{-7})/(\mathrm{N\cdot r^{-2}\cdot min^2})$	0.7852	0.2984	0.0777	0.1036	0.1280	0.0849	0.0985	0.1849	0.0618	0.0402

表 3 传统算法识别的谐波级数和幅值系数

Table 3 Identification result using traditional method

h_i	1.0008	2.0006	3.0008	4.0010	4.4312	5.0013	5.3810	5.6016
$C_i(\times 10^{-7})/(\mathrm{N\cdot r^{-2}\cdot min^2})$	0.5889	0.2626	0.0820	0.0913	0.1187	0.0761	0.0851	0.1692

表 4 加窗后算法识别的谐波级数和幅值系数

Table 4 Identification result using windowing method

h_i	1.0006	2.0004	3.0008	4.0011	4.4302	5.0012	5.3816	5.6023
$C_i\ (\times 10^{-7})/(\mathrm{N\cdot r^{-2}\cdot min^2})$	0.7429	0.2774	0.0808	0.1001	0.1201	0.0829	0.0939	0.1617

表 5 两种识别算法的幅值系数误差比较

Table 5 Comparison of the two methods on amplitude coefficients errors

谐波系数		1.0	2.0	3.0	4.0	4.43	5.0	5.38	5.60
谐波系数误差/(%)	加窗前	25.00	12.01	5.56	11.85	7.27	10.41	13.57	8.47
	加窗后	5.39	7.04	3.84	3.38	6.17	2.36	4.67	12.55

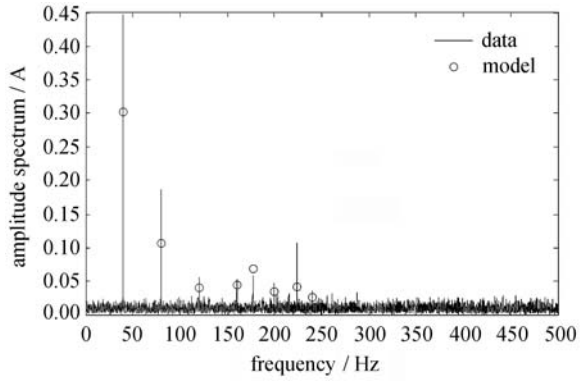

图 7 传统识别方法识别结果 (飞轮轮速为 2400 r·min^{-1})

Fig. 7 Results of identification using traditional method (the wheel speed is 2400 r·min^{-1})

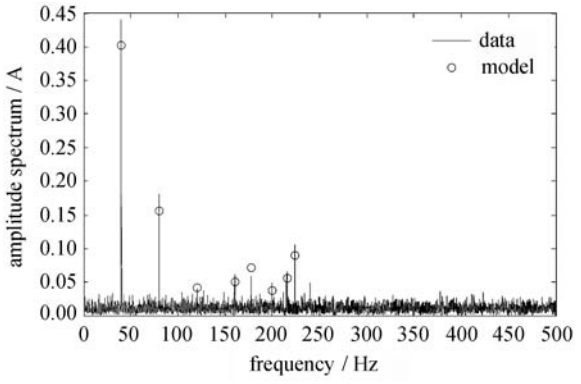

图 8 加窗处理后的识别结果 (飞轮轮速为 2400 r·min^{-1})

Fig. 8 Results of identification using windowing method (the wheel speed is 2400 r·min^{-1})

传统识别算法识别结果列于表 3. 时域加窗并乘以恢复系数后, 识别结果列于表 4.

两种识别算法的幅值系数误差比较列于表 5. 图 7 和图 8 分别为传统识别方法与窗函数法下谐波幅值系数的识别结果. 从表 3 和表 4 中可以看出, 谐波级数的识别误差在 0.1% 左右, 时域加窗没有影响到谐波级数的识别精度. 但是从表 5 中可以看出, 时域加窗后, 谐波系数识别误差普遍在 10% 以下, 基本都小于加窗前的误差. 从图 7 和图 8 还可以明显看出, 加窗后对幅值具有较大幅度补偿, 识别精度可得到明显提高. 但是高次谐波幅值系数误差依然较大, 这是由于高次谐波的幅值系数较小, 受噪声污染后, 不易识别, 与此同时谐波级数的误差虽然小, 但也限制了幅值系数的识别精度.

4 小结

本文针对飞轮高频扰动的实验模型中幅值系数识别精度低的问题, 提出了窗函数法, 并证明了窗函数加权可以减少时域截断对频谱的影响, 同时利用恢复系数来优化幅值系数的识别, 仿真结果表明, 该方法可以明显改善幅值系数的识别精度, 为进一步设计卫星减震隔振系统提供了良好的理论基础.

参考文献

[1] Gutierrez H. Performance Assessment and Improvement of Precision Structures During Conceptual Design [D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1999

[2] Masterson R. Development and Validation of Empirical and Analytical Reaction Wheel Disturbance Models [D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1999

[3] Weck L D O, Miller W D. Integrated Modeling and Dynamic Simulation for the Next Generation Space Telescope [D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1999

[4] Zhang Pengfei, Cheng Wei, Wang He. Disturbance modeling and parameters identification of reaction wheel assembly on spacecraft [J]. *J. Beijing Univ. Aeron. Astron.*, 2010, **36**(1):879-882. In Chinese (张鹏飞, 程伟, 王和. 航天器反作用轮扰动建模及参数辨识 [J]. 北京航空航天大学学报, 2010, **36**(1):879-882)

[5] Sun Jie, Zhao Yang. Identification method to improve disturbance model parameters of reaction wheel [J]. *Chin. J. Space Sci.*, 2006, **26**(1):70-74. In Chinese (孙杰, 赵阳. 改善航天器反作用轮扰动实验模型参数的辨识方法 [J]. 空间科学学报, 2006, **26**(1):70-74)

[6] Hasha M D. Reaction wheel mechanical noise variations [R]//Space Telescope Program. Engineering Memorandum, SSS-218, 1986

[7] Harris F J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform [J]. *Proc. IEEE*, 1978, **66**(1):51-83

[8] Wang Shiyi. Digital Signal Processing (Revision) [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2000. In Chinese (王世一. 数字信号处理 (修订版) [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000)

[9] Jiao Xintao, Ding Kang. Recovery and solution of windowing spectrum analysis [J]. *J. Shantou Univ.*, 2003, **18**(1):26-30. In Chinese (焦新涛, 丁康. 加窗频谱分析的恢复系数及其求法 [J]. 汕头大学学报, 2003, **18**(1):26-30)