0254-6124/2012/32(6)-874–07 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Li Hailin, Wu Dewei. Study on the autonomous celestial navigation of near space vehicles with hypersonic speed based on non-Keplerian orbits. *Chin. J. Space Sci.*, 2012, **32**(6): 874-880

基于非开普勒轨道的高超声速临近空间飞行器自主天文导航研究*

李海林 吴德伟

(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

摘 要 针对航天器自主导航方法不适合高超声速临近空间飞行器的问题, 研究了基于非开普勒轨道的高超声速临近空间飞行器自主天文导航方案. 论述了基于非开普勒轨道的自主天文导航机理, 通过对高超声速临近空间飞行器受力分析, 建立了动力学方程; 利用矢量倒数法则推导出空间运动方程; 设计了基于非开普勒轨道的状态模型和基于星光折射间接敏感地平的观测模型, 采用卡尔曼滤波进行了仿真验证. 仿真结果表明, 基于非开普勒轨道的高超声速临近空间飞行器自主天文导航可达到较高的位置和速度精度.

关键词 非开普勒轨道, 高超声速临近空间飞行器, 天文导航, 星光折射间接敏感地平

中图法分类号 V 429. 32

Study on the Autonomous Celestial Navigation of Near Space Vehicles With Hypersonic Speed Based on Non-Keplerian Orbits

LI Hailin WU Dewei

(*School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an* 710077)

Abstract In allusion to the problem that the aircraft autonomous celestial navigation is not suitable for the near space vehicles with hypersonic speed, an approach of the autonomous celestial navigation of near space vehicles with hypersonic speed based on non-Keplerian orbits is studied. Mechanism of the autonomous celestial navigation based on non-Keplerian is analyzed, and the dynamic equations are developed by analyzing the strength of near space vehicles with hypersonic speed. The space motion equation is educed using the vector derivatives rules. States model based on non-Keplerian orbits and measurement model using the concept of stellar horizon atmospheric refraction are designed, and the Kalman filter simulation is adopted. Results show that the autonomous celestial navigation of near space vehicles with hypersonic speed based on non-Keplerian orbits can meet the requirement of high precision for position and velocity, which is important for further research on the near space vehicles with hypersonic speed.

* 国家自然科学基金项目资助 (61273048)

2011-07-25 收到原稿, 2012-09-07 收到修定稿

E-mail: lihailin-220@163.com

Key words Non-Keplerian orbits, Near Space Vehicles with Hypersonic Speed (NSVHS), Celestial navigation, Stellar horizon atmospheric refraction

0 引言

航天器自主天文导航方法利用地球敏感器和星敏感器的观测信息, 根据轨道动力学模型和测量信息, 采用卡尔曼滤波算法估计航天器位置矢量 [1]. 通常, 航天器的轨道动力学模型是基于开普勒定律建立的, 而高超声速临近空间飞行器飞行在 30 km 以上的空域, 高于飞机的飞行高度, 低于航天器的飞行高度, 使得万有引力定律和开普勒定律都不能独立使用. 因此, 本文研究了一种基于非开普勒轨道高超声速临近空间飞行器自主天文导航方法.

相对于开普勒轨道, 非开普勒轨道是指不符合开普勒三定律的天体或航天器运行轨道以及不符合二体问题解的天体或航天器运行轨道. 广义上定义一切不符合理想开普勒三定律的轨道都是非开普勒轨道. 高超声速临近空间飞行器飞行轨道属于广义非开普勒轨道.

1 基于非开普勒轨道的自主天文导航机理

航天器通过大气层返回地面时, 再入大气层的速度方向与当地水平线的夹角 θ 称为再入角 [3−4], 其大小直接影响到航天器在大气层里所受的气动力加热和过载大小以及返回的航程. 为使航天飞行器能够返回地面, 须控制再入角度, 使其能够进入大气层, 安全返回地面. 高超声速临近空间飞行器利用与航天器返回相反的原理进行工作. 飞行器再入大气层时的速度方向与当地水平线相切, 只能在大气层的边缘漂移跃迁, 而不进入大气层, 从而保持在大气层边界外不断飞行. 如图 1 所示, 高超声速临近空间飞行器进入大气层时, 其周围大气开始压缩, 形成强大阻力, 控制高超声速临近空间飞行器速度 $\boldsymbol{v}_1$ 的大小和方向, 使再入角 θ 较小或为零, 受大气阻力 D 影响, 在当地水平基准的法线方向上增加了一个速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$, 若不考虑其他因素, 根据牛顿定律, 高超声速临近空间飞行器将改变原来的运动方向, 朝向 $\boldsymbol{v}_1$ 和 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的合成矢量方向 $\boldsymbol{v}_2$ 运动, 从而使高超声速临近空间飞行器在大气层边缘从航迹 1 跃迁到航迹 2.

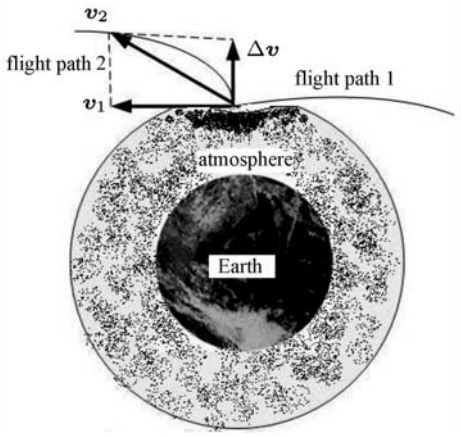


图 1 高超声速临近空间飞行器飞行原理

Fig. 1 Aviation principle of Near Space Vehicles with Hypersonic Speed (NSVHS)

当高超声速临近空间飞行器沿航迹 2 跃迁到一定距离后, 借助重力和发动机推力, 控制高超声速临近空间飞行器再次改变运动方向, 以特定的速度朝向大气层运动, 当其运动至大气层边缘时, 又会受大气阻力 D 影响, 产生速度增量使飞行器再次跃迁. 如此往复, 发动机只需在适当时候进行很少工作, 再加上重力的影响, 就能保证高超声速临近空间飞行器在大气层边缘绕地球做循环波浪式运动, 从而不需要携带大量燃料即可实现长时间高速飞行.

现代空间飞行器天文导航的精度主要受三方面因素影响: 系统方程、量测方程和滤波方法 [5−6]. 系统方程建立在飞行器动力学模型的基础上, 动力学模型直接影响到系统方程的准确性和导航精度. 因此, 建立动力学模型是飞行器自主天文导航的关键. 基于非开普勒轨道的高超声速临近空间飞行器自主天文导航原理, 通过由三个星敏感器组合而成的组合大视场星敏感器同时观测地球边缘的三颗恒星, 采用星图识别技术获得星光穿过大气层时不同于标称值的星光大气折射角和不需要先验知识的高精度水平基准, 通过飞行器、地球、星光切线高度之间的几何关系及星光大气折射模型获得星光的切线高度, 以星光折射角或星光的切线高度为观测量, 结合高超声速临近空间飞行器非开普勒轨道模型, 利用广义卡尔曼滤

波算法, 预测飞行器在地心惯性坐标系中的位置, 进行轨道精度估计, 从而实现高精度自主导航.

2 基于非开普勒轨道自主天文导航方法

应用牛顿力学可以导出高超声速临近空间飞行器 (Near Space Vehicles with Hypersonic Speed, NSVHS) 非开普勒轨道的动力学方程为 [2]

$$\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}+\mu\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}=\boldsymbol{f}_{\mathrm{h}}. \tag{1}$$

2.1 基于非开普勒轨道状态模型的建立

高超声速临近空间飞行器在受到多个力作用的情况下, 可以合成为如图 2 所示的 $\boldsymbol{C}_x$, $\boldsymbol{C}_y$, $\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}}$ 和 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{S}}$ 四个力的矢量. $\boldsymbol{C}_x$ 为作用在飞行器上的控制力矢量, $\boldsymbol{C}_y$ 为作用在飞行器上的空气动力矢量, $\boldsymbol{F}_{\mathrm{S}}$ 为作用在飞行器上的推力矢量, $\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}}$ 为作用在飞行器上的引力矢量.

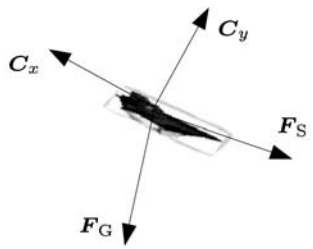


图 2 高超声速临近空间飞行器受力

Fig. 2 Stressing of NSVHS

由牛顿力学可知, 高超声速临近空间飞行器所受合力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}}$ 为 $\boldsymbol{C}_x$, $\boldsymbol{C}_y$, $\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}}$ 和 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{S}}$ 四力的矢量和. 又因为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}}=m\boldsymbol{f}_{\mathrm{h}}$, 设 $\boldsymbol{r}_0$ 是 $\boldsymbol{r}$ 的单位矢量, 已知 $\mu=GM$ 和 $F_{\mathrm{G}}=G\dfrac{Mm}{r^2}$, 代入式 (1) 整理得到

$$\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{1}{m}(\boldsymbol{C}_x+\boldsymbol{C}_y+\boldsymbol{F}_{\mathrm{S}}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{C}}-\boldsymbol{r}_0F_{\mathrm{G}}). \tag{2}$$

令 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}}-\boldsymbol{r}_0F_{\mathrm{G}}$, 式 (2) 可写为

$$\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{1}{m}(\boldsymbol{C}_x+\boldsymbol{C}_y+\boldsymbol{F}_{\mathrm{S}}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}}). \tag{3}$$

这里, G 为万有引力常数, M 为地球质量. 由于返回坐标系相对于惯性坐标系以角速度 ω_{e} 转动, 惯性坐标系 $Oxyz$ 原点在地心 O 处, Ox 轴在赤道面内指向平春分点, Oz 轴与地球自转轴重合, 指向北极, Oy 轴的方向是使得该坐标系成为右手直角坐标系的方向. 由矢量导数法则可知

$$m\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=m\frac{\delta^2\boldsymbol{r}}{\delta t^2}+2m\omega_{\mathrm{e}}\frac{\delta\boldsymbol{r}}{\delta t}+m\omega_{\mathrm{e}}(\omega_{\mathrm{e}}\times\boldsymbol{r}),$$

将其带入式 (3) 得到

$$m\frac{\delta^2\boldsymbol{r}}{\delta t^2}=\bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{S}}+\boldsymbol{C}_y+\bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{G}}+\boldsymbol{C}_x-m\boldsymbol{a}_{\mathrm{e}}-m\boldsymbol{a}_k. \tag{4}$$

为了在返回坐标系建立质心动力学方程, 应将式 (4) 各个矢量投影到返回坐标系.

(1) 相对加速度

设 $(v_x,v_y,v_z)^{\mathrm{T}}$ 为质心相对于返回坐标系的相对速度在返回坐标系各轴上的分量, 则相对加速度

$$\frac{\delta^2\boldsymbol{r}}{\delta t^2}=\begin{bmatrix}\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t\\ \mathrm{d}v_y/\mathrm{d}t\\ \mathrm{d}v_z/\mathrm{d}t\end{bmatrix}. \tag{5}$$

(2) 推力矢量

设推力无倾斜, 可假设发动机的推力沿飞行器坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 分解, 设推力在各轴上的投影分别为 $P_{\mathrm{S}x1}$, $P_{\mathrm{S}y1}$, $P_{\mathrm{S}z1}$, 则推力在返回坐标系的投影 $P_{\mathrm{S}x}$, $P_{\mathrm{S}y}$, $P_{\mathrm{S}z}$ 为

$$\begin{bmatrix}P_{\mathrm{S}x}\\ P_{\mathrm{S}y}\\ P_{\mathrm{S}z}\end{bmatrix}=\boldsymbol{O}_{\mathrm{B}}\begin{bmatrix}P_{\mathrm{S}x1}\\ P_{\mathrm{S}y1}\\ P_{\mathrm{S}z1}\end{bmatrix}. \tag{6}$$

其中, $\boldsymbol{O}_{\mathrm{B}}$ 为飞行器坐标系与返回坐标系的方向余弦阵. 返回坐标系 $O_Ox_Oy_Oz_O$ 是与地球固连的动参考系, 坐标系原点是飞行器质心在制动时刻的地心矢与标准地球椭球体表面的交点 O, O_Oy_O 轴沿 O 点与制动时刻飞行器质心连线的方向, O_Ox_O 在返回制动时刻飞行器运行的轨道平面内, 且与 O_Oy_O 相互垂直, 并指向飞行器的运动方向, O_Oz_O 轴与 O_Ox_O, O_Oy_O 轴组成右手直角坐标系. 飞行器坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 原点为飞行器质心 O_1, O_1x_1 轴为飞行器纵轴, 指向头部, O_1y_1 轴在飞行器主对称面内, 该平面在返回制动时刻与返回坐标系 $x_OO_Oz_O$ 平面重合, O_1y_1 轴垂直于 O_1x_1, 而 O_1z_1 轴垂直于主对称面, 沿运动方向看去, O_1z_1 轴指向右方. 两个坐标系可以用三个欧拉角描述, 转动次序是先绕 O_Oz_O 轴转动 φ 角, 然后绕新的 y' 轴正向转 ϕ 角, 最后绕新的 x_1 轴转 γ 角. 在飞行力学中称这种转动次序为先俯仰、后偏航、再滚动. 图 3 给出了两坐标系间的欧拉角关系.

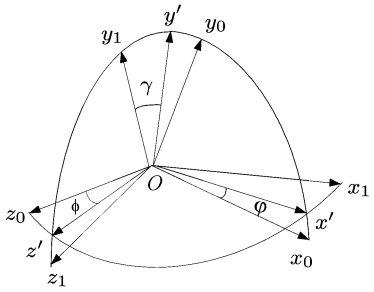


图 3 返回坐标系与飞行器坐标系间的欧拉角关系

Fig. 3 Relation of Eulerian angles between returning cartesian and aerocraft cartesian

如图 3 所示, 角 φ 称为俯仰角, 是飞行器纵轴在 Ox_0y_0 平面上的投影与 Ox_0 之间的夹角; 角 ϕ 称为偏航角, 是轴 Ox_1 与 Ox_0y_0 平面间的夹角; 角 γ 称滚动角, 为飞行器绕 x_1 轴转动的角度. 俯仰角 φ、偏航角 ϕ、滚动角 γ 的正负号可按形成该角的角速度方向来定, 如果与瞬时转动轴同向, 则该角定义为正, 反之为负, 图 3 所示的 φ, ϕ, γ 为正角.

其转换关系为

$$\begin{bmatrix} x_1^0 \\ y_1^0 \\ z_1^0 \end{bmatrix} = B_O \begin{bmatrix} x_O^0 \\ y_O^0 z_O^0 \end{bmatrix}.$$

其中,

$$B_O = \begin{bmatrix} \mathcal{X} & \mathcal{Y} & \mathcal{Z} \\ \mathcal{Q} & \mathcal{R} & \mathcal{S} \\ \mathcal{U} & \mathcal{V} & \mathcal{W} \end{bmatrix}$$

$$O_{\rm B} = \boldsymbol{B}_O^{-1}$$

这里,

$$\mathcal{X} = \cos\varphi\cos\phi,$$

$$\mathcal{Y} = \sin\varphi\cos\phi,$$

$$\mathcal{Z} = -\sin\phi,$$

$$\mathcal{Q} = \cos\varphi\sin\phi\sin\gamma - \sin\varphi\cos\gamma,$$

$$\mathcal{R} = \sin\varphi\sin\phi\sin\gamma + \cos\varphi\cos\gamma,$$

$$\mathcal{S} = \cos\phi\sin\gamma,$$

$$\mathcal{U} = \cos\varphi\sin\phi\cos\gamma + \sin\varphi\sin\gamma,$$

$$\mathcal{V} = \sin\varphi\sin\phi\cos\gamma - \cos\varphi\sin\gamma,$$

$$\mathcal{W} = \cos\phi\cos\gamma.$$

(3) 地球引力矢量

地球引力 $\boldsymbol{F}_{\rm G}$ 可沿地心矢径 $\boldsymbol{r}$ 和地轴 $\omega_{\rm e}$ 方向分解, 有

$$\boldsymbol{F}_{\rm G} = mg_r\boldsymbol{r}^0 + mg_{\omega_{\rm e}}\omega_{\rm e}^0. \tag{7}$$

其中,

$$g_{\rm r} = -\frac{fM}{r^2}\Big[1 + J\Big(\frac{a_{\rm e}}{r}\Big)^2(1 - 5\sin^2\phi)\Big],$$

$$g_{\omega_{\rm e}} = -\frac{2fM}{r^2}J\Big(\frac{a_{\rm e}}{r}\Big)^2\sin\phi. \tag{8}$$

其中, $\mu = fM$ 为地球引力系数, $\mu = 3.986\,005\times10^{14}$; $J = 1.623\,95\times10^{-3}$; $a_{\rm e} = 6\,378\,140\,{\rm m}$, 为地球椭球体长半轴; ϕ 为地心纬度.

又因为 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{R}_O$, 这里 $\boldsymbol{\rho}$ 为飞行器质心任一时刻相对于返回坐标系原点的矢径; $\boldsymbol{R}_O$ 为返回坐标系原点 O 的地心矢径. 故 $\boldsymbol{r}$ 在返回坐标系各轴的分量为

$$\boldsymbol{r} = xx_O^0 + (y + R_O)y_O^0 + zz_O^0,$$

$$r = [x^2 + (y + R_O)^2 + z^2]^{1/2}. \tag{9}$$

地球自转角速度 $\omega_{\rm e}$ 在返回坐标系各轴的分量为

$$\omega_{\rm e} = \begin{bmatrix} \omega_{{\rm e}x} \\ \omega_{{\rm e}y} \\ \omega_{{\rm e}z} \end{bmatrix} = O_{\rm B}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{\rm e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos A_O\cos\phi_O \\ \sin\phi_O \\ -\sin A_O\cos\phi_O \end{bmatrix}\omega_{\rm e}. \tag{10}$$

将式 (9) 和式 (10) 代入式 (7) 可得

$$\bar{\boldsymbol{F}}_{\rm G} = m\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = m\frac{g_r}{r}\begin{bmatrix} x \\ y + R_O \\ z \end{bmatrix} + m\frac{g_{\omega_{\rm e}}}{\omega_{\rm e}}\begin{bmatrix} \omega_{{\rm e}x} \\ \omega_{{\rm e}y} \\ \omega_{{\rm e}z} \end{bmatrix}. \tag{11}$$

(4) 离心惯性力 $m\boldsymbol{a}_{\rm e}$ 及哥氏惯性力 $m\boldsymbol{a}_{\rm k}$

$$\boldsymbol{a}_{\rm e} = \omega_{\rm e}(\omega_{\rm e}\times\boldsymbol{r}),$$

$$\boldsymbol{a}_{\rm k} = 2\omega_{\rm e}v. \tag{12}$$

由式 (9)、式 (10) 和式 (5) 可得

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{e}}=\begin{bmatrix}a_{\mathrm{e}x}\\a_{\mathrm{e}y}\\a_{\mathrm{e}z}\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}x\\y+R_O\\z\end{bmatrix},\tag{13}$$

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{k}}=\begin{bmatrix}a_{kx}\\a_{\mathrm{k}y}\\a_{kz}\end{bmatrix}=\boldsymbol{B}\begin{bmatrix}v_x\\v_y\\v_z\end{bmatrix}.\tag{14}$$

其中, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ 为由 $\omega_{\mathrm{e}x}$, $\omega_{\mathrm{e}y}$, $\omega_{\mathrm{e}z}$ 组成的 3×3 矩阵, 即

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\omega_{\mathrm{e}x}^2-\omega_{\mathrm{e}}^2 & \omega_{\mathrm{e}x}\omega_{\mathrm{e}y} & \omega_{\mathrm{e}x}\omega_{\mathrm{e}z}\\ \omega_{\mathrm{e}x}\omega_{\mathrm{e}y} & \omega_{\mathrm{e}y}^2-\omega_{\mathrm{e}}^2 & \omega_{\mathrm{e}y}\omega_{\mathrm{e}x}\\ \omega_{\mathrm{e}x}\omega_{\mathrm{e}z} & \omega_{\mathrm{e}y}\omega_{\mathrm{e}z} & \omega_{\mathrm{e}x}^2-\omega_{\mathrm{e}}^2\end{bmatrix},\tag{15}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0 & -2\omega_{\mathrm{e}x} & 2\omega_{\mathrm{e}y}\\ 2\omega_x & 0 & -2\omega_{\mathrm{e}x}\\ -2\omega_{\mathrm{e}y} & 2\omega_{\mathrm{e}x} & 0\end{bmatrix}.\tag{16}$$

故离心惯性力和哥式惯性力分别为

$$m\boldsymbol{a}_{\mathrm{e}}=m\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}x\\y+R_O\\z\end{bmatrix},\tag{17}$$

$$m\boldsymbol{a}_{\mathrm{k}}=m\boldsymbol{B}\begin{bmatrix}v_x\\v_y\\v_z\end{bmatrix}=m\boldsymbol{B}\begin{bmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{z}\end{bmatrix}.\tag{18}$$

(5) 空气动力矢量

将空气动力矢量投影到返回坐标系各轴上, 得到

$$\boldsymbol{C}_y=\begin{bmatrix}R_x\\R_y\\R_z\end{bmatrix}=O_{\mathrm{B}}\begin{bmatrix}R_{x1}\\R_{y1}\\R_{z1}\end{bmatrix}=O_{\mathrm{B}}\begin{bmatrix}-C_{\mathrm{A}}qS\\C_{\mathrm{N}}qS\cos\beta\sin\alpha/\sin\eta\\-C_{\mathrm{N}}qS\sin\beta/\sin\eta\end{bmatrix}.$$

其中, C_{A}, C_{N}, q, S, α, β, η 分别代表轴向力系数, 总法向力系数、动压、最大横截面积、总攻角、侧滑角和滚动角 [7].

(6) 控制力矢量

控制力的计算与产生控制力的设备和安装方式有关, 其既可以是火箭发动机, 也可以是空气舵. 一般表达式为

$$\boldsymbol{C}_x=(\,C_{\mathrm{c}x}\quad C_{\mathrm{c}y}\quad C_{\mathrm{c}z}\,)^{\mathrm{T}}.\tag{19}$$

其中, $C_{\mathrm{c}x}, C_{\mathrm{c}y}, C_{\mathrm{c}z}$ 为控制力在返回坐标系各轴间的分量.

因此, 将 $\dfrac{\delta^2}{\delta t^2}$, $\boldsymbol{F}_{\mathrm{S}}, \boldsymbol{C}_y, \boldsymbol{F}_{\mathrm{G}}, \boldsymbol{C}_x, m\boldsymbol{a}_{\mathrm{e}}$ 和 $m\boldsymbol{a}_{\mathrm{k}}$ 代入到式 (4), 可以得到在返回坐标系 $O_Ox_Oy_Oz_O$ 建立的质心动力学方程:

$$\begin{aligned}m\begin{bmatrix}\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t\\\mathrm{d}v_y/\mathrm{d}t\\\mathrm{d}v_z/\mathrm{d}t\end{bmatrix}=&\boldsymbol{O}_{\mathrm{B}}\begin{bmatrix}P_{x1}\\P_{y1}\\P_{z1}\end{bmatrix}+\\ &m\frac{g_r}{r}\begin{bmatrix}x\\y+R_O\\z\end{bmatrix}-m\boldsymbol{B}\begin{bmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{z}\end{bmatrix}+\\ &\boldsymbol{O}_{\mathrm{B}}\begin{bmatrix}-C_{\mathrm{A}}qS\\C_{\mathrm{N}}qS\cos\beta\sin\alpha/\sin\eta\\-C_{\mathrm{N}}qS\sin\beta/\sin\eta\end{bmatrix}-\\ &m\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}x\\y+R_O\\z\end{bmatrix}+\\ &\frac{mg_{\omega_{\mathrm{e}}}}{\omega_{\mathrm{e}}}\begin{bmatrix}\omega_{\mathrm{e}x}\\\omega_{\mathrm{e}y}\\\omega_{\mathrm{e}z}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}F_{\mathrm{c}x}\\F_{\mathrm{c}y}\\F_{\mathrm{c}z}\end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix}\mathrm{d}x/\mathrm{d}t\\\mathrm{d}y/\mathrm{d}t\\\mathrm{d}z/\mathrm{d}t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_x\\v_y\\v_z\end{bmatrix}.$$

由上式可得状态模型为

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{v}_x\\\dot{v}_y\\\dot{v}_z\end{bmatrix}=&\frac{\boldsymbol{O}_{\mathrm{B}}}{m}\begin{bmatrix}P_{x1}\\P_{y1}\\P_{z1}\end{bmatrix}+\frac{g_r}{r}\begin{bmatrix}x\\y+R_O\\z\end{bmatrix}+\\ &\frac{g_{\omega_{\mathrm{e}}}}{\omega_{\mathrm{e}}}\begin{bmatrix}\omega_{\mathrm{e}x}\\\omega_{\mathrm{e}y}\\\omega_{\mathrm{e}z}\end{bmatrix}+\frac{1}{m}\begin{bmatrix}F_{\mathrm{c}x}\\F_{\mathrm{c}y}\\F_{\mathrm{c}z}\end{bmatrix}+\\ &\frac{\boldsymbol{O}_{\mathrm{B}}}{m}\begin{bmatrix}-C_{\mathrm{A}}qS\\C_{\mathrm{N}}qS\cos\beta\sin\alpha/\sin\eta\\-C_{\mathrm{N}}qS\sin\beta/\sin\eta\end{bmatrix}-\\ &\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}x\\y+R_O\\z\end{bmatrix}-\boldsymbol{B}\begin{bmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{z}\end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_x\\v_y\\v_z\end{bmatrix}.$$

令状态矢量

$$\boldsymbol{X} = [\,x \quad y \quad z \quad v_x \quad v_y \quad v_z\,]^{\mathrm{T}},$$

状态模型噪声

$$\boldsymbol{W} = [\,w_x \quad w_y \quad w_z \quad w_{vx} \quad w_{vy} \quad w_{vz}\,]^{\mathrm{T}}.$$

飞行器运动的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t) = \boldsymbol{f}(X,t) + \boldsymbol{W}(t). \tag{20}$$

2.2 基于间接敏感地平观测模型的建立

星光折射间接敏感地平适合于 30 km 以上的飞行器, 符合高超声临近空间飞行器的飞行高度要求. 利用星光折射间接敏感地平的方法可得

$$\beta = \alpha - \gamma = \arccos\Big(-\frac{\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{s}}{r}\Big) - \arcsin\Big(\frac{r_{\mathrm{b}}}{r}\Big). \tag{21}$$

其中, α 为航天器位置矢量与导航星之间的星光角距, γ 为航天器位置矢量与地平方向之间的夹角, $\boldsymbol{r}$ 为航天器的位置矢量, $\boldsymbol{s}$ 为导航星星光方向的单位矢量. $r_{\mathrm{h}} = R_{\mathrm{e}} + r_{\mathrm{k}}$, 这里 R_{e} 为地球半径, r_{k} 为星光折射视高度, 可由 γ 经大气折射模型计算得到, 有

$$\begin{aligned} r_{\mathrm{k}} =& h_0 - H\ln R + \\ & H\ln\left[k(\lambda)\rho_0\Big(\frac{2\pi R_{\mathrm{e}}}{H}\Big)^{\frac{1}{2}}\right] + R\Big(\frac{HR_{\mathrm{e}}}{2\pi}\Big)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{22}$$

$$r_{\mathrm{k}} = \sqrt{r_{\mathrm{s}}^2 - u^2} + u\tan\beta - R_{\mathrm{e}}. \tag{23}$$

其中, $k(\lambda)$ 为散射系数 [1], 仅与光波波长 γ 有关; ρ_0 为参考高度 h_0 处的密度; H 为高度 h_0 处的密度标尺高度; $\boldsymbol{u} = |\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{u}|$, 这里 $\boldsymbol{u}$ 为未折射前星光的方向矢量.

综上可以得到如下系统观测方程:

$$r_{\mathrm{k}} = \sqrt{r_{\mathrm{s}}^2 - u^2} + u\tan\beta - R_{\mathrm{e}} + v_{\mathrm{w}}. \tag{24}$$

v_{w} 主要来源于观测导航星和折射星两个星敏感器的观测误差和大气折射模型误差. 为了简化问题的的分析, 将其均视为零均值的高斯白噪声, 但其方差的大小是不同的.

3 仿真分析与结论

轨迹参考的是 NASA 报告中 X-34 的典型飞行参数 [8], 建立数学模型, 进行轨道仿真. 飞行器视为质点, 质量集中于质心, 外形及质量分布对称, 略去随机干扰的影响, 控制系统理想, 完全按程序飞行; $h_0 = 35\,\mathrm{km}$, $v_0 = 3970\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $x_0 = \phi_0 = \theta_0 = 0°$, $m = 63\,503\,\mathrm{kg}$, 机翼参考面积为 $334.73\,\mathrm{m}^2$; 星敏感器的视角为 10°, 星敏感器精度为 3″ (1σ); 导航星使用分布于天球上的 50 颗最亮的恒星; 滤波使用的初始值 $\hat{\boldsymbol{X}}(0/0) = \boldsymbol{X}(0)$, 初始系统噪声协方差为 $\boldsymbol{P}(0/0) = \mathrm{diag}(660^2\ 600^2\ 500^2\ 1.6^2\ 1.5^2)$. 仿真结果如图 4 和图 5 所示.

图 4 分别为 xyz 轴的位置误差变化曲线, 图 5 分别为 xyz 轴的速度误差变化曲线. 由图 4 和图 5 可以看出, 利用非开普勒轨道结合星光折射的高超声

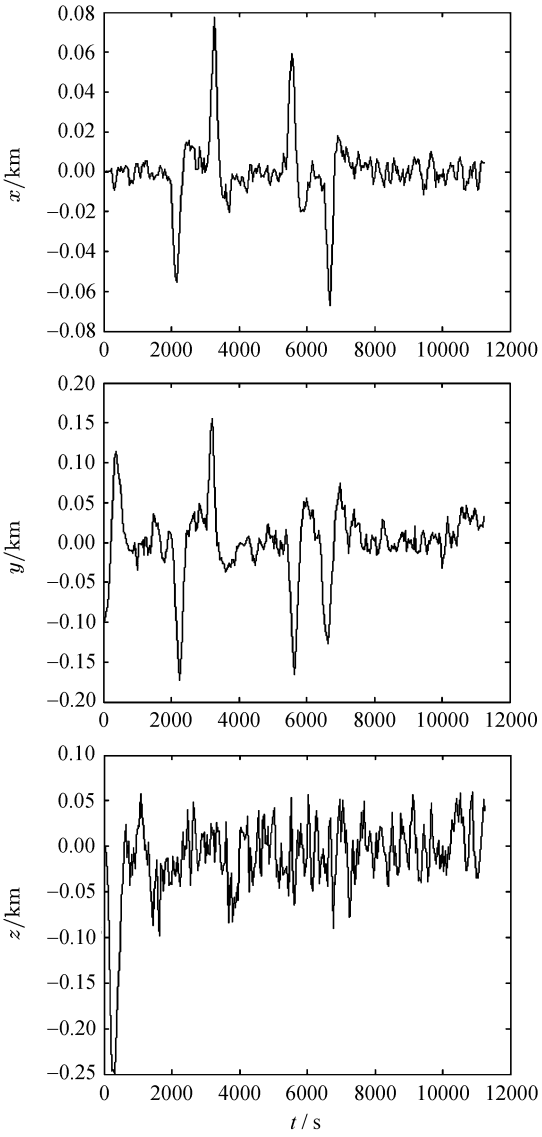


图 4 位置误差变化曲线

Fig. 4 Position errors curve

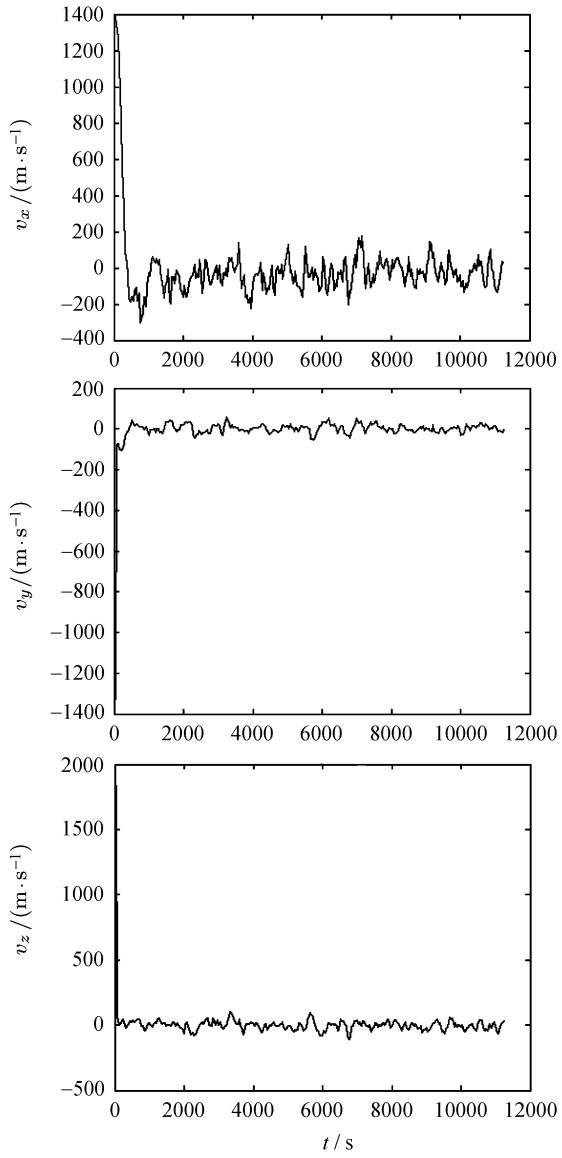


图 5 速度误差变化曲线

Fig. 5 Velocity errors curve

速临近空间飞行器自主天文导航可达到较高的位置精度和很高的速度精度, 且跳跃时位置误差较大. 建立基于非开普勒轨道的高超声速临近空间飞行器动力学运动方程, 是飞行器自主天文导航系统方程建立的关键, 对实现高超声速临近空间飞行器自主导航有重要作用. 求解本文所建立的运动方程需要给出控制力和控制力矩的变化规律, 而这又与飞行器的气动布局及任务有关, 本文求解过程中进行了一定简化.

参考文献

[1] Fang Jiancheng, Ning Xiaolin, Tian Yulong. Theory and Method for Autonomous Celestial Navigation [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006. 103-124. In Chinese (房建成, 宁晓琳, 田玉龙. 航天器自主天文导航原理与方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2006. 103-124)

[2] Chen Jizheng, Yuan Jianping, Fang Qun. Dynamical modeling of spacecraft non-Keplerian motion under thrust [C]//The Proseminar of Spatial Non-Keplerian Orbits Dynamics and Control. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008. 53-54. In Chinese (陈记争, 袁建平, 方群. 航天器在推力作用下非开普勒运动的动力学建模 [C]//空间非开普勒轨道动力学与控制专题研讨会. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008. 53-54)

[3] Xiao Yelun. Modeling for Aerocraft Motion [M]. Beijing: Beihang University Press, 2003. 75-76. In Chinese (肖业伦. 航空航天器运动的建模 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2003. 75-76)

[4] George H K. A navigation solution involving changes to course and speed [J]. *Navigation*, 1996, **43**:469-482

[5] Ning Xiaolin, Fang Jiancheng. Analysis of observability and the degree of observability in autonomous celestial navigation [J]. *J. Beijing Univ. Aeron. Astron.*, 2005, **36**(6):674-676. In Chinese (宁晓琳, 房建成. 航天器自主天文导航系统的可观测性及可观测度分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2005, **36**(6):674-676)

[6] Bowditch N. American Practical Navigator: An Epitome of Navigation [M]. National Imagery and Mapping Agency, 2002. 295-315

[7] Zhao Hanyuan. Dynamics and Control of Spacecraft Reentry [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1997. 15-200. In Chinese (赵汉元. 飞行器再入动力学和控制 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997. 15-200)

[8] Speyer L J, Dannemiller D, Walker D. Periodic optimal cruise of an atmospheric vehicle [J]. *J. Guid.*, 1985, **8**:31-38