0254-6124/2012/32(6)-897–06 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Ge Xinfeng, Yin Zhifeng. A spatial redundant robotic manipulator's chaotic self-motion. *Chin. J. Space Sci.*, 2012, **32**(6): 897-902

空间冗余度机器人混沌自运动研究 *

葛新锋 [1,2] 殷志锋 [1]

1(许昌学院电气信息工程学院 许昌 461000)

2(南京航空航天大学机电学院 南京 210016)

摘 要 建立了空间自由飘浮冗余度机器人的模型和运动学方程, 分析了其 Jacobian 矩阵, 得出相应的运动学逆解, 通过仿真验证了空间自由飘浮冗余度机器人自运动中存在混沌运动, 利用混沌分析的直接观察法、时间历程法、相图法和 poincare 映射法, 对一个空间 3R 刚性冗余度机器人, 采用 PD 控制器控制其末端执行器重复跟踪工作空间内一平面路径时连杆的自运动进行了研究. 结果表明, 该机器人的自运动存在混沌运动.

关键词 空间冗余度机器人, Jacobian 矩阵, 自运动, 逆运动学, 混沌

中图法分类号 V 476.9, TP 241. 2

A Spatial Redundant Robotic Manipulator's Chaotic Self-motion

GE Xinfeng[1,2] YIN Zhifeng[1]

1(*College of Electrical and Information Engineering, Xuchang University, Xuchang* 461000)

2(*College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing* 210016)

Abstract The model and kinematics equations of a floating redundant spatial robotic manipulator are established. The Jacobian matrices are analyzed, and the inverse kinematics is obtained. Chaotic motions which existed in the floating spatial redundant robotic manipulator's self-motions are proved by simulation. At last, a spatial 3R redundant robotic manipulator is taken as an example, and the links' self-motion has been studied when the end-effector tracking a plane path repeatedly in its workspace for PD controlling by analysis of direct observation, time history method, phase diagram method, and poincare mapping method. Results show that there exist chaotic motions in the self-motion of the floating spatial redundant robotic manipulator when solving the floating redundant robotic manipulator's inverse kinematics based on pseudo-inverse Jacobian matrix.

Key words Spatial redundant robot, Jacobian matrix, Self-motion, Inverse kinematics, Chaos

* 国家自然科学基金项目资助 (51005122)

2011-08-17 收到原稿, 2012-05-01 收到修定稿

E-mail: gexinfeng11@sohu.com

0 引言

冗余度机器人是指机器人中所含自由度数目多于完成某一特定作业任务所需最少自由度的一类机器人 [1]. 冗余度机器人是一个强耦合的高度非线性动力系统, 具有的零空间, 可保证末端执行器在工作的同时, 完成避免障碍、克服奇异性、最小化关节驱动力矩、避免由于连杆及关节柔性引起振动等辅助任务 [2], 因此常被用作智能机器人的执行机构. 对于冗余度机器人, 由于零空间的存在, 在关节运动过程中便产生了自运动. 自运动的存在给冗余度机器人的控制带来了很多问题, 因此, 认识冗余度机器人中的自运动现象并加以控制和利用, 可为改善冗余度机器人的性能开辟新途径, 为冗余度机器人应用奠定理论基础.

已有研究表明 [3], 基于 Jacobian 矩阵伪逆的控制算法存在关节运动的非重复性问题, 即机器人末端执行器在工作空间执行封闭路径的重复作业时, 其对应的关节运动轨迹并不重复, 出现关节运动轨迹的漂移现象. 利用混沌理论可以很好地解释关节运动轨迹的这种漂移现象, 该现象实质上对应冗余度机器人自运动中存在混沌现象的结论.

对冗余度机器人自运动中混沌现象的研究已引起广泛关注. Shrinivas[4] 和 Ravishankar[5] 等率先研究了平面两自由度和三自由度机器人在不考虑杆件柔性及摩擦等情况下分别具有转动关节和移动关节时系统的混沌运动; Li 等 [6] 在此基础上进一步研究, 找到平面 2R 机器人做周期运动和混沌运动的参数条件; Varghese 等 [7−8] 研究了冗余度机器人自运动中的混沌运动; Liu 等 [9−10] 对冗余度机器人中的混沌现象进行了研究, 提出了基于分解运动控制的方法实现对平面冗余度机器人中混沌运动的控制; Li 等 [11−12] 对空间 4R 冗余度机器人中的混沌现象进行了研究, 提出了延迟反馈控制法实现空间冗余度机器人中混沌运动的控制; Vakakis 等 [13−14] 研究了 Hopping 机器人中的混沌运动现象.

但是, 以上对冗余度机器人自运动中混沌现象的研究都是针对固定基座冗余度机器人的, 对于空间自由浮动冗余度机器人自运动中存在的混沌现象还没有涉及, 本文对空间漂浮冗余度机器人中的混沌现象进行了研究.

1 空间冗余度机器人的运动学分析

1.1 空间冗余度机器人建模

由于自由飞行/漂浮空间冗余自由度机器人的本体不固定, 机械臂的运动会对机器人本体产生反作用力和力矩, 引起机器人本体位置和姿态的改变, 而机器人本体位姿的变化又反过来影响机械臂的定位, 从而影响其末端执行器的作业规划, 因此其运动特性与固定基座机器人有很大不同 [15]. 假定空间机器人本体与大地之间有一个 6 自由度的虚拟铰, 整个系统分为三个子系统: 本体子系统、机械臂系统和末端执行器系统. 建立固定于系统质心的惯性坐标系 Σ_{I}, 固定于机械臂关节 i 的附体坐标系 Σ_i, 根据 *D-H* 参数法 [16] 建立附体坐标系的 *D-H* 参数, 本体坐标系 Σ_0 固定于本体的质心, 本体坐标系相对于惯性坐标系的位置和姿态分别以位置矢量 $\boldsymbol{r}_0$ 和 zyx 欧拉角 α, β, γ 表示.

1.2 空间冗余度机器人运动学

根据系统质心的定义, 有

$$m_0\boldsymbol{r}_0 + \sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}^i = \Big(m_0 + \sum_{i=1}^{n} m_i\Big)\boldsymbol{r}_{\mathrm{G}}. \tag{1}$$

式中, m_0 为本体质量, m_i 为连杆 i 的质量, $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}^i$ 分别为惯性坐标系原点到本体坐标系原点及各连杆质心的位置矢量, $\boldsymbol{r}_{\mathrm{G}}$ 为机器人系统质心在惯性坐标系下的位置矢量. 由图 1 中各连杆的几何关系可知

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}^i - \boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{l}_i^{i-1}, & i = 1; \\ \boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}^i - \boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}^{i-1} = \boldsymbol{l}_i^{i-1}, & i = 2, \cdots, n. \end{cases} \tag{2}$$

式中, $\boldsymbol{l}_i^{i-1}$ 为连杆 $i-1$ 附体坐标系的原点到连杆 i 附体坐标系的原点位置矢量, 由式 (1) 和式 (2) 可以求出 $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}^i$.

根据如下机器人各连杆递推关系 [17]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{R}_{i-1}^i \boldsymbol{\omega}_{i-1} + \dot{\boldsymbol{q}}_i \boldsymbol{z}_i, \\ \boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{R}_{i-1}^i (\boldsymbol{v}_{i-1} + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \boldsymbol{l}_i^{i-1}). \end{cases} \tag{3}$$

式中, $\dot{\boldsymbol{q}}_i$ 为关节 i 的角速度矢量, $\boldsymbol{\omega}_i$ 为 Σ_i 坐标系中表示的连杆 i 的角速度, $\boldsymbol{v}_i$ 为 Σ_i 坐标系中表示的连杆 i 的线速度, $\boldsymbol{R}_{i-1}^i$ 为连杆 $i-1$ 附体坐标系到连杆 i 附体坐标系的旋转变换矩阵, $\boldsymbol{z}_i$ 为 Σ_i 坐标系 z 轴的单位矢量. 令 $\boldsymbol{V}_i = [\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\omega}_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为 Σ_i 坐标系中表示的连杆 i 的广义速度, 则由式 (3) 可得

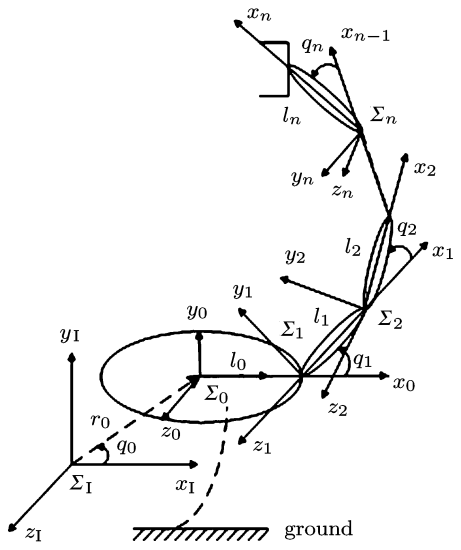


图 1 n 关节自由浮动冗余度空间机器人模型

Fig. 1 Floating spatial robotic manipulator model of n joints

$$\boldsymbol{V}_i = \boldsymbol{\phi}(i, i-1)\boldsymbol{V}_{i-1} + \boldsymbol{n}_i\dot{\boldsymbol{q}}_i. \tag{4}$$

其中,

$$\boldsymbol{\phi}(i,i-1) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{i-1}^{i} & -\boldsymbol{R}_{i-1}^{i,i-1}\,\boldsymbol{l}_{i-1}^{i,\times} \\ 0 & \boldsymbol{R}_{i-1}^{i} \end{bmatrix} \in \boldsymbol{R}^{6\times 6},$$

$$\boldsymbol{n}_i = [0,0,0,0,0,1]^{\rm T}.$$

由式 (4) 可以得出末端执行器速度在其附体坐标系中的表示, 即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}_{n+1} =& \boldsymbol{\phi}(n+1,n)\boldsymbol{V}_n = \\ & \boldsymbol{\phi}(n+1,0)\boldsymbol{V}_0 + \boldsymbol{\phi}(n+1,n)\boldsymbol{G}\boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{q}}.\end{aligned} \tag{5}$$

这里, $\boldsymbol{V}_0$ 为本体的广义速度矢量, $\boldsymbol{V}_0 = [\boldsymbol{v}_0^{\rm T}, \omega_0^{\rm T}]^{\rm T}$, $\dot{\boldsymbol{q}} = [\dot{\boldsymbol{q}}_1, \cdots \dot{\boldsymbol{q}}_n]$, $\boldsymbol{G} = [\boldsymbol{\phi}(n,1)\cdots\boldsymbol{\phi}(n,n)]$, $\boldsymbol{N} = \mathrm{diag}(n_1 \cdots n_n)$.

末端执行器的速度在本体坐标系中记为 $\dot{\boldsymbol{X}}_{\rm e}$, 结合式 (5), 有

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\rm e} = \boldsymbol{J}_{\rm b}\boldsymbol{V}_0 + \boldsymbol{J}_{\rm q}\dot{\boldsymbol{q}}. \tag{6}$$

其中, $\boldsymbol{J}_{\rm b} = \boldsymbol{R}_{\rm e}\boldsymbol{\phi}(n+1,0)$, $\boldsymbol{J}_{\rm q} = \boldsymbol{R}_{\rm e}\boldsymbol{\phi}(n+1,n)\boldsymbol{G}\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{R}_{\rm e} = \boldsymbol{R}_{n+1}^{0}$ (末端执行器坐标系到本体坐标系的旋转矩阵). 可以看出, 机器人末端执行器的速度由两部分组成, 即本体速度和关节速度. 而固定基座机器人末端执行器的速度只与关节速度有关. 这里的 $\boldsymbol{J}_{\rm q}$ 即为固定底座机器人机械臂的速度 Jacobian 矩阵.

容易推得连杆 i 的速度和其质心的速度有如下关系:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{\rm c}^{i} \\ \boldsymbol{\omega}_{\rm c}^{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} & -\boldsymbol{p}_i^{\vee} \\ 0 & \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix}.$$

式中, $\omega_{\rm c}^{i}$ 为 Σ_i 坐标系中表示的连杆 i 质心的角速度, $\boldsymbol{v}_{\rm c}^{i}$ 为 Σ_i 坐标系中表示的连杆 i 质心的线速度, $\boldsymbol{E}$ 为单位矩阵, $p_i^{\vee}$ 为连杆 i 附体坐标系中表示原点到质心位置矢量的反对称矩阵, 令 $\boldsymbol{V}_{\rm c}^{i}$ 表示在本体坐标系下连杆 i 质心的广义速度, 则

$$\boldsymbol{V}_{\rm c}^{i} = \boldsymbol{S}_i\boldsymbol{V}_i \tag{7}$$

式中, $\boldsymbol{S}_i = \begin{bmatrix} {}_i^0\boldsymbol{R} & -\boldsymbol{R}_i^0\,\boldsymbol{p}_i^{\times} \\ 0 & \boldsymbol{R}_i^0 \end{bmatrix}$, 其中, $\boldsymbol{R}_i^0$ 为连杆 i 坐标系到本体坐标系的旋转矩阵. 由式 (4)、式 (7) 和 $\phi(i,k)$ 的性质, 可得

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{V} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{V}_0,\\ &\boldsymbol{V}_{\rm c} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{V}.\end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{V} = [\boldsymbol{V}_1^{\rm T}\cdots\boldsymbol{V}_i^{\rm T}]^{\rm T}, \quad \boldsymbol{V}_{\rm c} = [\boldsymbol{V}_{\rm c}^{1\rm T}\cdots\boldsymbol{V}_{\rm c}^{n\rm T}]^{\rm T};\\ &\dot{\boldsymbol{q}} = [\dot{q}_1\cdots\dot{q}_n]^{\rm T}, \quad \boldsymbol{S} = \mathrm{diag}(S_1\cdots S_n),\\ &\boldsymbol{D} = [\boldsymbol{\phi}^{\rm T}(1,0)\cdots\boldsymbol{\phi}^{\rm T}(n,0)]^{\rm T},\\ &\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}(1,1) & 0 & \cdots & 0 \\ \boldsymbol{\phi}(2,1) & \boldsymbol{\phi}(2,2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\phi}(n,1) & \boldsymbol{\phi}(n,2) & \cdots & \boldsymbol{\phi}(n,n) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

自由浮动冗余度空间机器人由于处于自由浮动状态, 其动量是守恒的, 又假定机器人系统的初始动量为零, 于是机器人在整个运动过程中动量一直保持为零, 即

$$(\hat{\boldsymbol{M}}_0 + \boldsymbol{M}_{\rm m}\boldsymbol{S}\boldsymbol{D})\boldsymbol{V}_0 + \boldsymbol{M}_{\rm m}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Phi}N\dot{\boldsymbol{q}} = 0. \tag{8}$$

式中, $\hat{\boldsymbol{M}}_0$ 和 $\boldsymbol{M}_{\rm m}$ 分别为机器人本体和机械臂的广义质量矩阵.

$$\hat{\boldsymbol{M}}_0 = \begin{bmatrix} m_0\boldsymbol{E}_3 & 0 \\ m_0\boldsymbol{r}_0^{\times} & \boldsymbol{I}_0 \end{bmatrix} \in R^{6\times 6},$$

$$\boldsymbol{M}_{\rm m} = \left[\begin{bmatrix} m_1\boldsymbol{E}_3 & 0 \\ m_1\boldsymbol{r}_{\rm c}^{1\times} & \boldsymbol{I}_1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} m_n\boldsymbol{E}_3 & 0 \\ m_n\boldsymbol{r}_{\rm c}^{n\times} & \boldsymbol{I}_n \end{bmatrix}\right] \in R^{6\times 6n}.$$

由式 (8) 可得本体的姿态和质心位置与关节角速度之间的关系, 即

$$\boldsymbol{I}_{\rm s}\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{I}_{\rm m}\dot{\boldsymbol{q}} = 0, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{V}_0 = \boldsymbol{J}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{q}}. \tag{10}$$

式中, $\boldsymbol{I}_{\mathrm{s}} \in R^{3\times3}$ 和 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{m}} \in R^{3\times n}$ 分别为机器人本体和机械臂的惯性矩阵, $\boldsymbol{J}_{\mathrm{v}}$ 为机械臂运动对本体质心位置的干扰矩阵, 均与机器人各部分的质量有关.

由式 (6)、式 (9) 和式 (10) 可得

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{J}_{\mathrm{m}}\dot{\boldsymbol{q}}.$$

式中, $\boldsymbol{J}_{\mathrm{s}} \in R^{6\times3}$ 和 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{m}} \in R^{6\times n}$ 是与机器人结构有关的矩阵.

由式 (10) 可知本体速度与关节速度有如下关系:

$$\boldsymbol{V}_0 = \boldsymbol{J}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{q}}. \tag{11}$$

式中, $\boldsymbol{J}_{\mathrm{v}} = -(\hat{\boldsymbol{M}}_0 + \boldsymbol{M}_{\mathrm{m}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{D})^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{m}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{N}$. 因此, 当机器人末端执行器运动时, 本体的速度即由式 (11) 决定, 其反映了机械臂及末端执行器运动对本体的影响. 由式 (6) 可得

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{V}_0 + \boldsymbol{J}_{\mathrm{q}}\dot{\boldsymbol{q}}. \tag{12}$$

将式 (11) 代入式 (12), 得

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{J}_{\mathrm{q}}\dot{\boldsymbol{q}}. \tag{13}$$

式 (13) 中令 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{v}} + \boldsymbol{J}_{\mathrm{q}}$, 即得到广义 Jacobian 矩阵

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}\dot{\boldsymbol{q}}$$

式中, $\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e}} \in R^m$, $\dot{\boldsymbol{q}} \in R^n$, $m \leqslant n$, 其中, $\boldsymbol{J}_{\mathrm{q}}$ 为固定底座机器人的 Jacobian 矩阵. 由以上的推导可以看出, 固定底座机器人的 Jacobian 矩阵 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{q}}$ 只与机械臂的几何参数有关, 而空间机器人的广义 Jacobian 矩阵 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}$ 不仅与机械臂的几何参数有关, 还与本体和机械臂的动力学参数有关.

2 空间冗余度机器人逆运动学解

选取空间冗余自由度机器人的运动学可操作度 W 作为避奇异优化目标函数, 设计 PD 控制器使机器人末端重复跟踪工作空间内的封闭曲线, 可得如下基于 Jacobian 矩阵广义逆的关节矢量加速度表达式:

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{J}^{+}(\ddot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{ed}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{p}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{p}} - \dot{\boldsymbol{J}}\dot{\boldsymbol{q}}) + \alpha(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}^{+}\boldsymbol{J}_{\mathrm{e}})w.$$

式中, $w = \nabla W(\boldsymbol{q}) = \nabla\sqrt{\det(\boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}})}$ 是可操作度函数的梯度; $\boldsymbol{K}_{\mathrm{v}} = k_{\mathrm{v}}\cdot\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}} = k_{\mathrm{p}}\cdot\boldsymbol{I}$, 这里 k_{p} 和 k_{v} 为位移误差和速度误差的放大倍数; $\boldsymbol{I}$ 为单位阵; $\ddot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{ed}}$ 为末端执行器期望加速度; $\boldsymbol{e}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{p}_{\mathrm{d}} - \boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}$, $\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{p}} = \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d}} - \dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e}}$, 分别为机器人末端执行器的位置偏差和速度偏差, 标量放大系数 $\alpha = 1$.

为了便于研究, 定义状态变量如下:

$$\boldsymbol{X} = [\,\boldsymbol{X}_1 \quad \boldsymbol{X}_2\,].$$

式中, $\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{q} = [q_0, q_1, q_2, \cdots, q_n]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{X}_2 = \dot{\boldsymbol{q}} = [\dot{q}_0, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \cdots, \dot{q}_n]^{\mathrm{T}}$. 则原系统方程可表示为

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_2 \\ \boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}^{+}(\boldsymbol{X}_1)[\ddot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{p}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{p}} - \dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{X}_1)\boldsymbol{X}_2] \\ +\alpha[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}^{+}(\boldsymbol{X}_1)\boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{X}_1)]\omega \end{bmatrix}.$$

3 空间冗余度机器人自运动中的混沌运动

这里以三关节自由浮动冗余自由度空间机器人做平面运动为例, 进行了数值仿真. 仿真要求机械臂末端执行器按期望的轨迹运动. 系统参数, 本体质量 $m_0 = 200\,\mathrm{kg}$, 各连杆质量 $m_1 = m_2 = m_3 = 10\,\mathrm{kg}$, 本体转动惯量 $I_0 = 200\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$, 各连杆的转动惯量 $I_1 = 0.3\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$, $I_2 = 0.2\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$, $I_3 = 0.1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$, 连杆长度 $l_1 = l_2 = l_3 = 1\,\mathrm{m}$, 本体质心到第一个关节的距离 $l_0 = 1\,\mathrm{m}$, 本体质心在惯性坐标系中的位置矢量 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{I}} = (0, 0.2)$, 末端执行器期望轨迹 (单位 m)、速度 (单位 $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$)、加速度 (单位 $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$) 分别为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{p}_{\mathrm{d}} &= [\,1 + 0.5\cos(2\pi t) \quad 2 + 0.5\sin(2\pi t)\,], \\
\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d}} &= [\,-\pi\sin(2\pi t) \quad \pi\cos(2\pi t)\,], \\
\ddot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d}} &= [\,-2\pi^2\cos(2\pi t) \quad -2\pi^2\cos(2\pi t)\,].
\end{aligned}$$

通过仿真实验可知, 自由浮动冗余度空间机器人不同的初始位形和使系统闭环稳定的系数 k_{v}, k_{p} 均可导致空间机器人系统的混沌运动, 限于篇幅, 在此仅给出如下一组数值模拟结果:

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{K}_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 12 \end{bmatrix}.$$

初始位形:

$$\boldsymbol{q} = [\pi, -\pi/2, \pi/2]^{\mathrm{T}}, \quad \dot{\boldsymbol{q}} = [0, 0, 0]^{\mathrm{T}}.$$

根据系统非线性微分方程组的数值运算结果, 可以给出该机器人的运动仿真图.

在上述参数条件下基于 Jacobian 矩阵的伪逆求解该冗余度机器人运动学逆解时, 系统的运动仿真如图 2 所示, 初步观察, 其杆件间的自运动是不规则的. 为进一步判断系统的自运动状态, 给出如图 3~5 所示的关节时间历程图、相图和 poincare 截面图.

从图 3 可以看出, 基座偏角和关节角随时间变化表现为混沌运动的特征. 试验过程中, 修改系统的初始值, 系统的时间历程图发生很大变化, 说明了系统的初值敏感性.

由图 4 可以看出, 其轨迹在一定的区域内随机分布, 既不重合, 也不相交, 反复折叠. 初步判断, 冗余度空间机器人系统存在混沌运动.

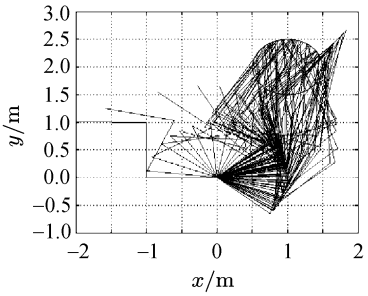


图 2 空间 3R 冗余度机器人的运动仿真

Fig. 2 Spatial 3R redundant manipulator's motion simulation

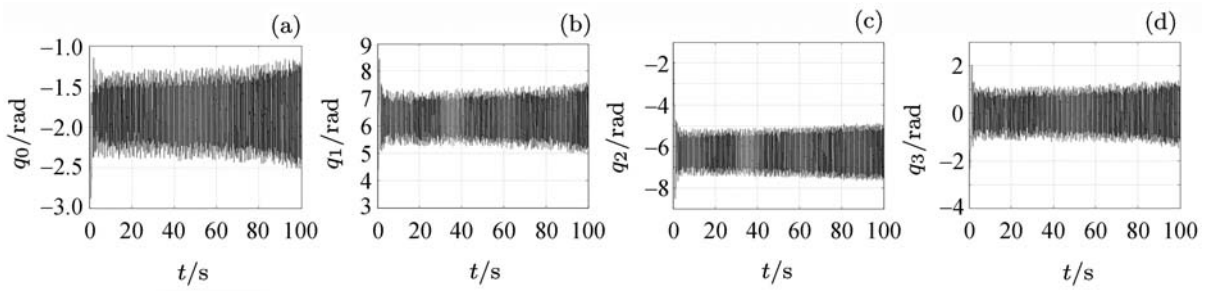


图 3 关节角的时间历程

Fig. 3 Time history of joints

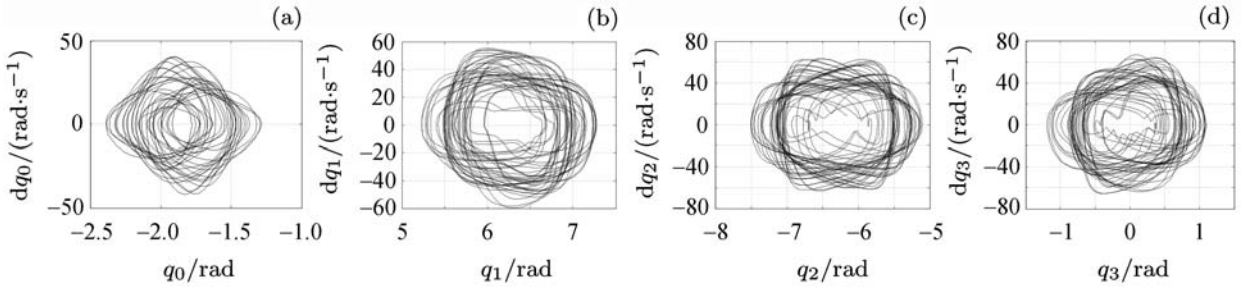


图 4 关节角的相图

Fig. 4 Phase diagram of joints

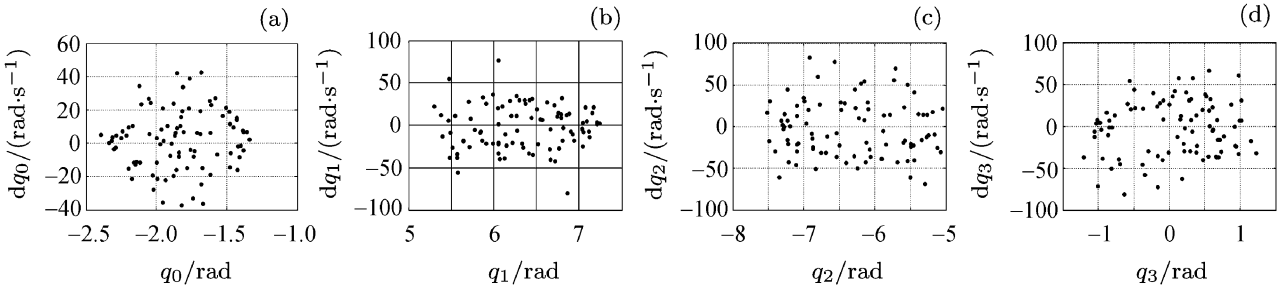


图 5 关节角的 Poincare 截面

Fig. 5 Poincare section drawing of joints

从图 5 可以看出, Poincare 截面由无穷多个离散的点组成. 由 Poincare 截面的性质可知, 系统的自运动具有混沌运动的特征.

4 结论

以一个 3R 空间自由漂浮的刚性冗余度机器人为对象, 对空间自由漂浮冗余度机器人的自运动状态进行了较深入的研究. 利用混沌分析的直接观察法、时间历程法、相图法和 Poincare 映射法进行了大量的数值模拟. 结果表明, 基于 Jacobian 矩阵的伪逆法, 用 PD 控制器控制其末端重复跟踪工作空间内的一平面路径求解逆运动学解时, 冗余度空间机器人的自运动是混沌的, 这一发现为空间冗余度机器人混沌控制和利用的研究奠定了基础.

参考文献

[1] Lu Zhen. Principle and Application of Redundant Degrees of Freedom Robot [M]. Beijing: Mechanic Industry Press, 2007. In Chinese (陆震. 冗余自由度机器人原理及应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2007)

[2] Zhang Dengcai, Li Li. Chaotic Motion and its control in self-motion of redundant robot [J]. *Robot*, 2004, **26**(2):166-169. In Chinese (张登才, 李立. 冗余度机器人自运动中的混沌运动及其控制 [J]. 机器人, 2004, **26**(2):166-169)

[3] Klein A, Huang C H. Review of pseudoinverse control for use with kinematically redundant manipulators [J]. *IEEE Trans. SMC*, 1983, **13**(3):245-250

[4] Shrinivas L, Ghosal A. Possible chaotic motions in a feedback controlled 2R robot [C]//Proceeding of the International Conference on Robot and Automation. Washington DC: IEEE, 1996. 241-1246

[5] Ravishallkar A S, Ghosal A. Nonlinear dynamics and chaotic motions in feedback controlled two-and three-degree-of-freedom robots [J]. *Int. J. Robots Res.*, 1999, **18**(1):93-108

[6] Li Kaifu, Li Li, Chen Yong. Chaotic motion phenomenon in planar 2R robot [J]. *Mech. Sci. Tech.*, 2002, **29**(l):6-8. In Chinese (李开富, 李立, 陈永. 平面 2R 机器人中的混沌运动现象 [J]. 机械科学技术, 2002, **29**(l):6-8)

[7] Varghese M, Fuehs A. Zero dynamics in kinematically redundant robots [C]//Proceedings of the 2nd IEEE International Conference on Systems Engineering. Pittsburgh, PA: IEEE, 1990. 66-69

[8] Varghese M, Fuehs A. Chaotic zero dynamics in kinematically redundant robots [J]. *IEEE Trans. Aerosp. Elec. Syst.*, 1991, **27**(5):784-796

[9] Liu Zhaohui, Zhang Dengcai, Li Li. Chaotic self-motion of a spatial 4R redundant robot [J]. *Mech. Sci. Technol.*, 2005, **24**(3):307-309. In Chinese (刘朝晖, 张登才, 李立. 空间 4R 冗余度机器人的混沌自运动研究 [J]. 机械科学与技术, 2005, **24**(3):307-309)

[10] Liu Zhaohui, Zhang Dengcai, Li Li. Chaotic motion in planar redundant robot based on resolved motion control [J]. *Mach. Design Res.*, 2004, **20**(3):38-41. In Chinese (刘朝晖, 张登才, 李立. 基于分解运动控制的平面冗余度机器人中的混沌运动 [J]. 机械设计与研究, 2004, **20**(3):38-41)

[11] Li Li, Li Kaifu, Chen Yong. On the chaotic motion of planar serial kinematically redundant robot [J]. *China Mech. Eng.*, 2003, **14**(17):1512-1515. In Chinese (李立, 李开富, 陈永. 平面串联型冗余度机器人的混沌运动研究 [J]. 中国机械工程, 2003, **14**(17):1512-1515)

[12] Li Li, Zhang Dengcai. Delayed feedback control method for chaotic control of spatial rigid redundant robot [J]. *Chin. J. Mech. Eng.*, 2005, **41**(9):122-127. In Chinese (李立, 张登才. 空间刚性冗余度机器人混沌运动控制的延迟反馈控制法 [J]. 机械工程学报, 2005, **41**(9):122-127)

[13] Vakakis A F, Burdiek J W. An "Interesting" Strange Attractor in the Dynamics of a Hopping Robot [J]. *J. Robot. Res.*, 1991, **10**(6):606-618

[14] Vakakis A F, Burdick J W. Chaotic motions of a hopping robot [C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Cincinnati, Ohio: IEEE, 1990. 14-18

[15] Hong Bingrong, Liu Changan, Wang Hongpeng, *et al.* Recommendations on Chinese development of free-flying space robot [J]. *Robot*, 2000, **22**(2):66-71. In Chinese (洪炳熔, 柳长安, 王鸿鹏, 等. 关于我国发展自由飞行空间机器人的建议 [J]. 机器人, 2000, **22**(2):66-71)

[16] Danevit J, Hartenberg R S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices [J]. *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 1995, **22**:215-221

[17] Craig J J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control [M]. Addison-Wesley, Reading, MA, 1986