0254-6124/2014/34(4)-441–08 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Yan Ruidong, Wang Ronglan, Liu Siqing, Liu Wei, Gong Jiancun. Study of covariance calculation in space objects collision warning (in Chinese). *Chin. J. Space Sci.*, 2014, **34**(4): 441-448, doi:10.11728/cjss2014.04.441

空间目标碰撞预警的协方差计算与应用

闫瑞东 王荣兰 刘四清 刘 卫 龚建村

(中国科学院空间科学与应用研究中心 北京 100190)

摘 要 碰撞概率是碰撞预警工程中空间目标危险交会的重要判据之一, 其计算精度会受到预报协方差计算精度的影响. 本文统计计算了两种形式的预报协方差. 一是利用精密数值预报模型对卫星精密根数进行预报, 将预报根数与精密根数的差作为样本, 统计得出 1~7 天不同预报期的预报协方差; 二是采用 SGP4/SDP4 预报模型对 TLE 数据进行预报, 将预报根数与 TLE 根数的差作为样本, 统计得出 1~7 d 不同预报期的预报协方差. 分别分析两种方法中包含变轨过程和无变轨情况下的轨道预报精度. 结合 2012 年某低轨道卫星的危险交会, 分析了采用不同协方差时, 协方差精度对碰撞预警精度的影响. 协方差计算可为实际碰撞预警工程提供参考.

关键词 预报协方差, TLE 数据, 数值预报, SGP4/SDP4

中图分类号 V 528

Study of Covariance Calculation in Space Objects Collision Warning

YAN Ruidong WANG Ronglan LIU Siqing LIU Wei GONG Jiancun

(*Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

Abstract Collision probability is an important criterion in collision warning of space objects. The accuracy of forecast covariance calculation directly affects the accuracy of the collision probability calculation. In the paper we compute two forms of statistical forecast covariance. One is to use precision numerical forecast model and the satellite precision orbit data to forecast for a specified time period, and make statistical calculation of forecast covariance of different time period as $1 \sim 7$ days. The other is to use SGP4/SDP4 forecasting model and TLE data to forecast, and make the statistical calculation of forecast covariance of the forecast time period as $1 \sim 7$ days. Then the forecast accuracy through two methods with the data elements affected by orbit change and without orbit change is analyzed. Taking the 2012 risk conjunction of the satellite as example, the collision warning accuracy affected by the covariance accuracy is analyzed. This covariance calculation can provide reference for actual collision warning works.

Key words Forecast covariance, TLEs, Numerical forecast, SGP4/SDP4

2013-09-25 收到原稿, 2014-02-14 收到修定稿

E-mail: yanruidong@nssc.ac.cn

0 引言

随着航天器发射数量逐年增加以及空间反卫星试验的开展, 地球轨道特别是一些特殊的太阳同步近地轨道已成为有限资源 [1]. 空间物体数目的增加一定程度上增大了各物体之间的碰撞概率, 2009 年 2 月就发生了铱星 33 与宇宙 2251 卫星碰撞事件. Cascading Kessler 效应表明, 碰撞会产生新的碎片, 从而提升了空间物体的碰撞概率 [2]. 即使不再发射新的航天器, 空间碎片数量也会不断上升. 为降低航天器与空间碎片发生碰撞的概率, 许多国家开展了空间态势感知研究, 对重要目标航天器实施碰撞预警, 制定规避策略 [3].

在当前碰撞预警研究中, 碰撞概率常被作为空间目标危险交会的重要判据 [4], 而预报协方差的计算精度直接影响到碰撞概率的计算精度. 因此, 采取科学合理的协方差计算方法对碰撞预警精度的提高具有重要意义 [5].

在重要航天器预警过程中, 其轨道根数一般来源于精密定轨. 由于空间碎片数量庞大, 对大量碎片的跟踪难度很大 [6]. 美国战略司令部 (NORAD) 的 TLE 数据库是目前最为完整的数据库, 包含数十年来所观测到的数以万计空间物体轨道根数, 碎片根数可以充分利用 TLE 轨道根数. 空间物体轨道预报方法有数值法和解析法, 常用的解析法预报模型是 SGP4/SDP4 模型, TLE 即是基于 SGP4/SDP4 模型运用解析编目定轨方法生成的. SGP4/SDP4 模型考虑了二阶扁率摄动和随高度变化的大气密度模式 [7]. 精密预报模型考虑了地球非球形摄动、第三引力体摄动、大气阻力摄动以及太阳光压摄动等影响, 并建立摄动精化模型 [8].

本文统计计算了两种形式的预报协方差. 一是采用精密数值预报模型对卫星精密根数进行预报, 将预报根数与精密根数的差作为样本, 统计得出 1~7 d 不同预报期的预报协方差; 二是采用 SGP4/SDP4 预报模型对 TLE 数据进行预报, 将预报根数与 TLE 根数的差作为样本, 统计得出 1~7 d 不同预报期的预报协方差. 分别分析了两种方法中包含变轨过程和正常轨道 (无变轨过程) 情况下的数据预报精度. 结合 2012 年某低轨道卫星的危险交会, 分析采用不同协方差时, 协方差精度对碰撞预警精度的影响. 文中协方差计算可为实际碰撞预警工程提供参考 [9].

1 协方差矩阵

假设在某时间点 t, 空间目标的位置和速度矢量分别为 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{V}$, 则卫星的状态矢量

$$\boldsymbol{X}_t = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P} \\ \boldsymbol{V} \end{bmatrix}. \tag{1}$$

基于一定预报步长, 由卫星历史轨道根数向 t 历元预报, 得到 n 个预报矢量 $\boldsymbol{X}_{t_i}$ $(i = 1, 2, 3, \cdots, n)$, 根据该预报得到的预报协方差阵为

$$\boldsymbol{P}_t = E[(\boldsymbol{X}_{t_i} - \boldsymbol{m})(\boldsymbol{X}_{t_i} = \boldsymbol{m})^{\mathrm{T}}], \tag{2}$$

$$\boldsymbol{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{X}_{t_i}}{n}.$$

式 (2) 可以写为

$$\boldsymbol{P}_t = E\left[\left(\boldsymbol{X}_{t_i} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{X}_{t_i}}{n}\right)\left(\boldsymbol{X}_{t_i} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{X}_{t_i}}{n}\right)^{\mathrm{T}}\right]. \tag{3}$$

在卫星轨道根数预报过程中通常要计算轨道的预报精度, 该精度可通过预报误差 $\delta\boldsymbol{X}$ 来衡量, 有

$$\delta\boldsymbol{X}_{t_i} = \boldsymbol{X}_{t_i} - \bar{\boldsymbol{X}}, \tag{4}$$

这里 $\bar{\boldsymbol{X}}$ 为所选的最佳比对轨道根数, 则误差协方差阵为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}_{t,\mathrm{e}} =& E\left\{\left[(\boldsymbol{X}_{t_i} - \bar{\boldsymbol{X}}) - \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{X}_{t_i} - \bar{\boldsymbol{X}})}{n}\right]\cdot\right. \\ & \left.\left[(\boldsymbol{X}_{t_i} - \bar{\boldsymbol{X}}) - \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{X}_{t_i} - \bar{\boldsymbol{X}})}{n}\right]^{\mathrm{T}}\right\} = \boldsymbol{P}_t = \\ & E\left[\left(\boldsymbol{X}_{t_i} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{X}_{t_i}}{n}\right)\left(\boldsymbol{X}_{t_i} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{X}_{t_i}}{n}\right)^{\mathrm{T}}\right]. \end{aligned} \tag{5}$$

因此在对空间目标进行预报的过程中, 通常可通过误差协方差阵来计算预报协方差. 空间物体每一轨道根数均向前预报, 形成大量预报误差样本. 在大样本情况下, 预报步长较小时, 预报误差服从零均值的高斯分布. 通过统计大量预报误差样本来计算一定预报步长的预报协方差, 并对预报步长进行分类, 形成

预报期, 与预报期对应的协方差阵可写为

$$\boldsymbol{P}_{t,\mathrm{e}}=\begin{bmatrix}\sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \rho_{13}\sigma_1\sigma_3\\ \rho_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \rho_{23}\sigma_2\sigma_3\\ \rho_{31}\sigma_3\sigma_1 & \rho_{32}\sigma_3\sigma_2 & \sigma_3^2\end{bmatrix}. \quad (6)$$

本文对空间物体协方差的计算都是基于 UNW 坐标系的, 其是一种常用的星基坐标系, 原点位于目标质心, U 轴与轨道相切, 指向速度方向, N 轴在轨道平面内垂直于速度方向向上, W 轴垂直于轨道平面, 指向 U × N 方向. 计算发现, 物体在 UNW 坐标系下的位置协方差矩阵中, 对角线上的方差 σ_{U}^2, σ_{N}^2, σ_{W}^2 相对于非对角线元素较大, 因此这里主要通过分析对角线方差来研究协方差矩阵.

2 轨道预报

提取一系列卫星轨道根数, 包括精密轨道根数或 TLE 根数数据, 分别采用精密数值预报模型或 SGP4/SDP4 模型, 将某时刻卫星轨道根数预报传播到特定时刻, 预报出特定时刻的轨道根数. 预报的轨道根数与特定时刻比对轨道根数的差值定义为预报误差, 预报时间间隔即为不同的预报期. 综合所有误差数据来计算特定时刻的协方差矩阵.

一组轨道根数数据中, 第 N 个轨道根数被设为所研究的特定轨道根数, 之前的轨道根数沿数值预报模型或 SGP4/SDP4 模型向第 N 个轨道根数传播, 各轨道根数之间实现交互传播.

本文用到的精密轨道根数是以 J2000 惯性坐标系为参考坐标系的, 依据坐标转换原理, 惯性坐标系可以向空间物体的 UNW 坐标系直接转换. 对于 TLE 数据, 其是在平春分点真赤道坐标系下表示的, 可以通过计算得出其在地固坐标系下的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 和速度矢量 $\boldsymbol{v}$, 然后由地固坐标系转换到惯性坐标系.

根据不同的预报天数将预报期进行分类, 这里将预报期分为 7 类 (见表 1), 分类时预报天数遵循四舍五入原则.

针对某位于距地球约 300 km 近圆轨道上的卫星, 分析其不同类型轨道根数的预报协方差. 通过图 1 所示卫星在 2011 年 12 月至 2012 年 8 月的平

表 1 预报期分类

Table 1 Classification of forecast period

预报期分类	TLE 预报期/d	
	最小值	最大值
1	>0	$\leqslant 1.5$
2	1.5	2.5
3	2.5	3.5
4	3.5	4.5
5	4.5	5.5
6	5.5	6.5
7	6.5	7.5

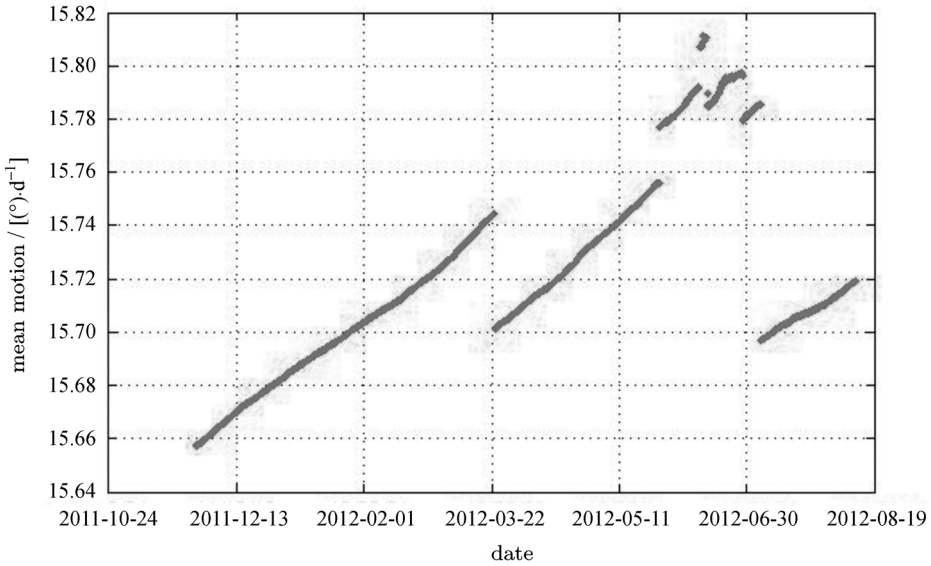

图 1 卫星平运动变化

Fig. 1 Change of satellite mean motion

运动变化可以看出, 其在 2011 年 3 月 22 日左右及 6 月份内进行过不同程度的变轨. 因此误差统计时变轨过程将使统计到的预报误差异常值增多, 可以考虑在误差预报中实施预报异常值的剔除. 常用的异常值剔除方法为 3σ 法, 通过设置置信度为 95% 来对偏离真实值较大的异常值进行剔除. 但是单纯的 3σ 法不能很好地剔除由变轨因素导致的轨道预报误差样本异常值, 异常值会使计算的协方差元素值增大, 进而对空间物体碰撞预警造成影响.

3 协方差分析

3.1 精密数值模型预报

采用 GPS 或激光观测数据对空间目标定轨, 计算出空间目标的精密轨道根数 (Precision Orbit Element, POE). 利用轨道预报数值模型对精密轨道根数进行预报, 将预报根数与精密根数的差作为样本, 统计得到不同预报期的协方差矩阵.

选取 2011 年 12 月至 2012 年 8 月某低轨卫星精密轨道根数 200 组. 采用轨道数值预报模型对轨道根数进行交互预报, 统计得到不同预报期下预报误差的协方差. 图 2~4 分别为卫星在 U, N 和 W 方向的预报误差分布, 图 5 为包含变轨过程轨道根数的预报标准差变化. 从图中可以看出, 卫星在 U 和 W 方向上的预报误差近似服从正态分布. 随着预报期增加, 预报标准差也逐渐增大.

预报误差主要来源于预报模型误差和初始轨道误差. 模型误差包括地球非球形摄动模型误差、日月

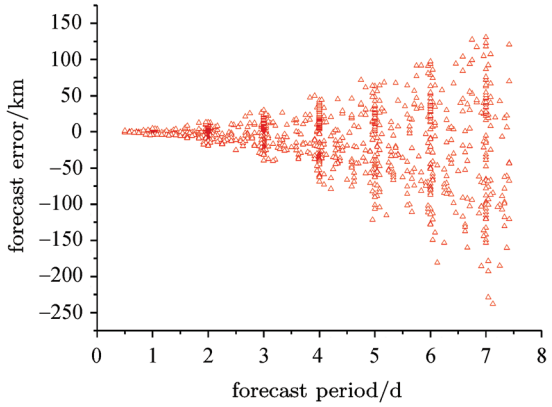

图 2 U 方向数值预报误差分布

Fig. 2 Distribution of U direction numerical forecast error

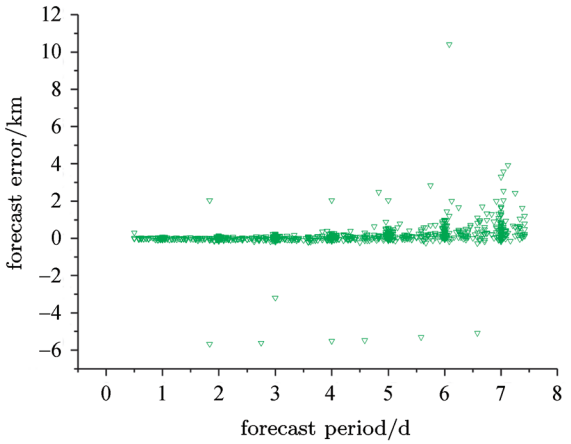

图 3 N 方向数值预报误差分布

Fig. 3 Distribution of N direction numerical forecast error

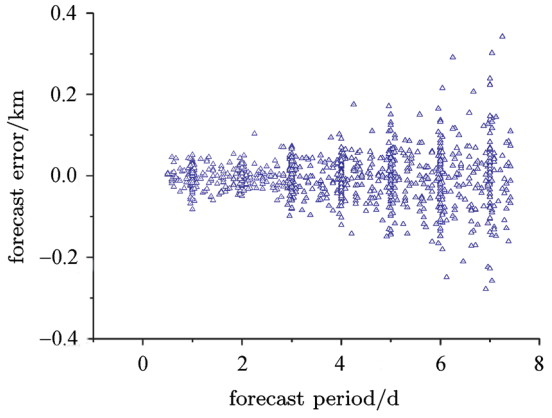

图 4 W 方向数值预报误差分布

Fig. 4 Distribution of W direction numerical forecast error

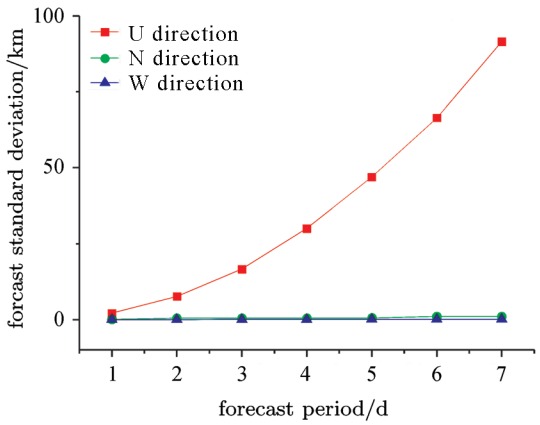

图 5 包含变轨过程的预报标准差随预报期的变化

Fig. 5 Forecast standard deviation with orbit change

等第三引力摄动误差及大气模型误差等. 随着预报期增加, 预报模型误差不断积累, 预报值不断偏离真实值, 预报协方差变大. 在利用大量数据统计预报精度时, 空间目标变轨过程等因素会使所统计的预报协方差大于实际预报协方差. 考虑变轨因素的协方差用于碰撞预警时会使预警的置信度降低. 这里选取一段无轨道异常的根数计算协方差, 其预报标准差随时间变化如图 6 所示, 所得协方差中元素明显减小, U, N 和 W 方向的预报标准差均表现为随预报期的增加而增大.

从表 2 所列不同预报期的标准差可以看出, 随着预报期的增加, 预报标准差也在增大. U 方向的预报标准差变化最为明显, 这是由于大气阻力摄动引起的, 大气阻力主要作用在卫星 U 方向, 导致卫星 U 方向轨道变化显著. 相对于 U 方向的轨道大幅度变化, N 和 W 方向上的变化相对较小. 从预报精度上分析, 卫星的定期及不定期变轨给预报误差统计带来偏离, 使预警置信度降低. 从表 2 可以看出, 预报期为 1 d 时, 沿迹方向含变轨过程轨道根数预报统计的标准差约为正常轨道预报的 2 倍. 随着预报期增加, 沿迹方向含变轨过程轨道根数预报统计的标准差大于正常轨道预报的 2 倍.

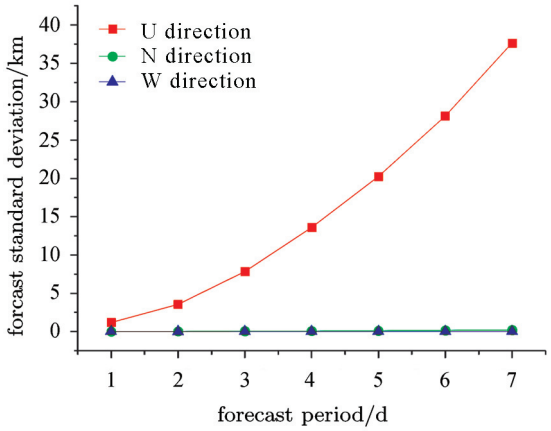

图 6 不含变轨过程的预报标准差随预报期的变化

Fig. 6 Forecast standard deviation without orbit change

3.2 SGP4/SDP4 模型预报

TLE 数据是目前碰撞预警的主要数据来源, TLE 根数是一种平均轨道根数, 与之自洽的 SGP4/SDP4 预报模型考虑了二阶扁率摄动和包含高度变化指数的大气密度模式, 并用特殊的方法去掉周期扰动项. 此数据库包含数十年来所观测到的数以万计空间物体轨道, 重要航天器的碰撞预警也首选 TLE 根数对危险交会目标进行筛选, 重点关注可能发生交会的危险目标.

选取与 3.1 节低轨道卫星精密轨道根数相同时间段的 TLE 根数, 采用 SGP4/SDP4 预报模型将 TLE 数据预报到特定 TLE 根数时刻, 统计比对预报轨道根数与特定 TLE 根数的误差数据, 得到不同预报期的预报协方差. 对空间目标而言, TLE 数据预报得到的根数应与精确轨道根数做差并统计误差数据, 但是大多数空间目标尤其是空间碎片的真实轨道根数不容易得到. 由于测量和定轨等因素影响, TLE 数据本身是含有偏差的, 利用 TLE 作为比对数据恰好抵消了这部分偏差, 所以选择 TLE 数据作为最佳比对数据可以更清晰地给出误差分布. 图 7~9 分别为采用 TLE 根数统计的卫星 U, N 和 W 方向的误差分布, 图 10 为采用 TLE 根数统计得到的预报标准差随预报期的变化情况.

表 2 不同预报期的预报标准差

Table 2 Forecast standard deviation of different forecast period

预报标准差/km		预报期/d						
		1	2	3	4	5	6	7
包含轨	σ_{U}	2.1198	7.6366	16.6210	30.0468	46.9600	66.3778	91.4880
道异常	σ_{N}	0.0461	0.4798	0.5218	0.4828	0.5506	1.0582	1.0124
标准差	σ_{W}	0.0255	0.0231	0.0368	0.0460	0.0619	0.0806	0.0994
正常轨	σ'_{U}	1.2039	3.5739	7.8454	13.5963	20.2548	28.1308	37.6423
道预报	σ'_{N}	0.0287	0.0459	0.0578	0.0856	0.1061	0.1428	0.2196
标准差	σ'_{W}	0.0312	0.0165	0.0344	0.0315	0.0316	0.0455	0.0271

从图 7~10 可以看出, TLE 数据由 SGP4/SDP4 模型预报到特定时刻并与特定时刻的 TLE 轨道根数进行比对, 所得到的误差样本在 U 和 W 方向上呈正态分布.

基于 TLE 和 SGP4/SDP4 模型不同预报期的预报精度低于 3.1 节方法预报精度, 这主要是由于 SGP4/SDP4 预报模型中涉及的摄动模型精度相对较低, 引入误差较大导致的. 最后, 选取一段不含变轨过程的 TLE 轨道根数, 实施 TLE 数据交互预报. 统计得到的协方差标准差如图 11 和表 3 所示, 图 11 表示不含变轨过程轨道根数的预报标准差随预报期变化, 表 3 列出了不同预报期的预报标准差值. 从图 11 和表 3 可以看出, 预报期为 1 d 和 2 d 时, 沿迹方向含变轨过程 TLE 数据预报的标准差约为不含

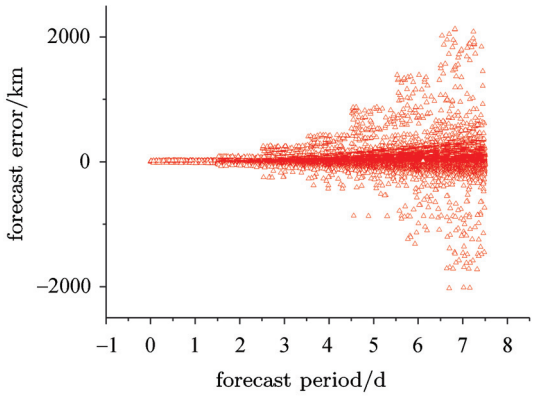

图 7 U 方向 SGP4/SDP4 预报误差分布

Fig. 7 Distribution of U direction SGP4/SDP4 forecast error

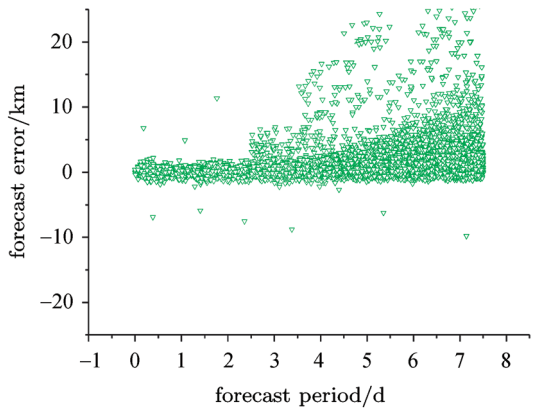

图 8 N 方向 SGP4/SDP4 预报误差分布

Fig. 8 Distribution of N direction SGP4/SDP4 forecast error

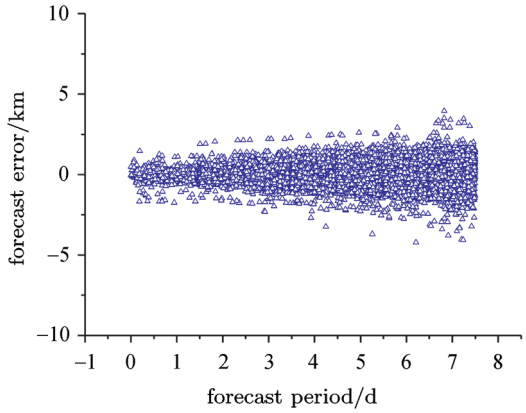

图 9 W 方向 SGP4/SDP4 预报误差分布

Fig. 9 Distribution of W direction SGP4/SDP4 forecast error

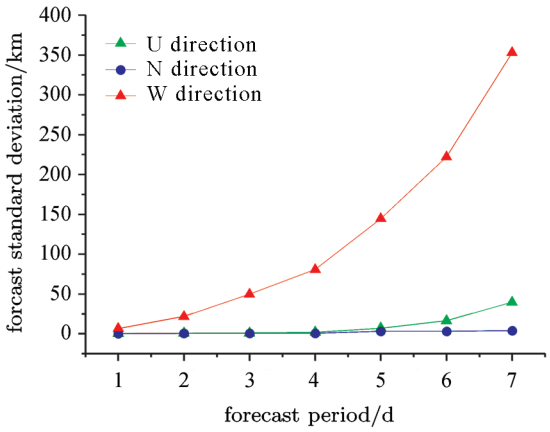

图 10 包含变轨过程的预报标准差随预报期变化

Fig. 10 Forecast standard deviation with orbit change

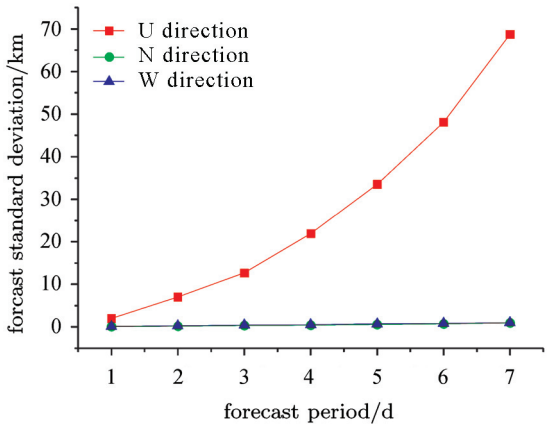

图 11 不含变轨过程的预报标准差随预报期变化

Fig. 11 Forecast standard deviation without orbit change

变轨过程 TLE 数据预报标准差的 4 倍. 随着预报期增加, 沿迹方向含变轨过程 TLE 数据预报的标准差大于不含变轨过程 TLE 数据预报标准差的 4 倍.

4 协方差在碰撞预警中的应用及分析

以该卫星在 2012 年 8 月 2 日的一次危险交会为例, 分析不同数据和模型计算的预报协方差对卫星危险交会碰撞概率计算的影响. 图 12 为 STK 模拟的卫星危险交会场景, 危险碎片为 COSMOS 1484. 初始预报时刻距离危险交会时刻 1 d, 根据预报期分类, 选取预报期为 1 d 的 COSMOS 1484 碎片位置协方差 (见表 4).

采用精密根数数值法预报到危险交会时刻, 卫星在 J2000 坐标系的位置坐标分量

$$P_{\mathrm{poe}} = [-2375.7684, -4504.5711, 4392.1136],$$

采用 TLE 数据和 SGP4/SDP4 模型预报到交会时刻的卫星位置坐标分量

$$P_{\mathrm{tle}} = [-2389.760641, -4493.883404, 4395.331531],$$

碎片位置坐标分量

$$P_{\mathrm{deb}} = [-2376.4189, -4502.4606, 4393.4274].$$

将精密根数数值法预报的卫星位置协方差定为协方差 1 (含变轨过程) 和协方差 1′ (不含变轨过程), 基于 TLE 和 SGP4/SDP4 模型预报值与 TLE 比对统计的卫星位置协方差定为协方差 2 (含变轨过程) 和协方差 2′ (不含变轨过程). 依据协方差计算碰撞概率时, 各协方差在交会平面对应的误差椭球短轴值列于表 5. 需要指出的是, 采用精密预报模型和 SGP4/SDP4 模型所预报的交会距离是不同的, 在卫星尺寸和协方差确定时, 交会距离也是影响碰撞概率计算的主要因素之一.

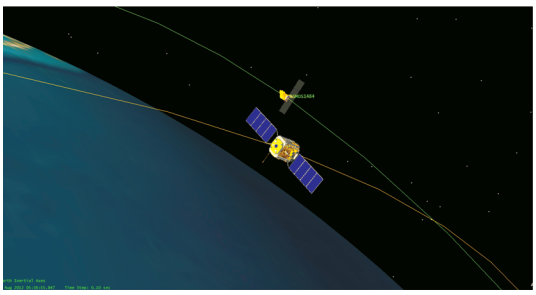

图 12 卫星危险交会场景模拟

Fig. 12 Simulation scenario of satellite risk conjunction

表 3 不同预报期的预报标准差

Table 3 Forecast standard deviation of different forecast period

预报标准差/km		预报期/d						
		1	2	3	4	5	6	7
包含轨	σ_{U}	7.3436	25.5616	61.6555	103.7257	189.2762	290.6480	459.1756
道异常	σ_{N}	0.3731	0.4841	1.2648	3.2192	11.2530	26.5816	64.7597
标准差	σ_{W}	0.2223	0.3878	0.5216	0.6634	3.0415	3.4978	4.2461
正常轨	σ'_{U}	2.0094	7.0345	12.6824	21.8937	33.5268	48.0932	68.7278
道预报	σ'_{N}	0.0937	0.2164	0.3322	0.4440	0.5807	0.7584	0.9972
标准差	σ'_{W}	0.1281	0.2823	0.4268	0.5603	0.7051	0.8550	1.0052

表 4 COSMOS 1484 碎片位置协方差 (单位 km^2)

Table 4 Position covariance of COSMOS 1484 debris (Unit km^2)

位置协方差矩阵	U 方向	N 方向	W 方向
U 方向	24.088	5.637×10^{-3}	-2.221×10^{-2}
N 方向	5.637×10^{-3}	2.228×10^{-2}	9.758×10^{-6}
W 方向	-2.221×10^{-2}	9.758×10^{-6}	3.891×10^{-3}

分别采用以上协方差计算相应数据类型和预报模型的空间目标碰撞概率, 结果列于表 6.

可以看出采用不同协方差计算出的碰撞概率是不同的, 含变轨过程不同协方差所计算碰撞概率中, 精密根数数值法预报模型计算结果大于 TLE 和 SGP4/SDP4 模型结果约 1 个量级. 不含变轨情况下不同协方差所计算的碰撞概率中, 精密根数数值法预报模型计算结果大于 TLE 和 SGP4/SDP4 模型结果. 协方差 1 与协方差 1′ 计算的碰撞概率变化不大, 相比之下, 协方差 2 与协方差 2′ 计算的碰撞概率变化较大. 这主要是与所选取的轨道数据量以及数据是否存在异常有关. 可以看出, 预报模型精度一定时, 协方差是导致碰撞概率计算不同的主要因素.

5 结论

根据空间目标不同类型的轨道数据以及不同预报模型, 分两种方法计算了某低轨道卫星的位置协方差. 从两种方法所计算的位置协方差比对分析发现, 精密根数数值法预报的位置协方差精度是最高的, 不含变轨过程且预报期为 1 d 时, 卫星 U 方向的预报标准差约为 1.2 km. TLE 和 SGP4/SDP4 模型预报到特定 TLE 根数所统计的标准差中, 不含变轨过程卫星 U 方向的预报标准差约为 2 km. 将两种情况所统计的位置协方差用于空间目标碰撞预警计算, 从计算的碰撞概率可以看出, 预报模型精度一定时, 协方差的选择是导致碰撞概率计算不同的主要因素. 因此, 采用不同的轨道根数数据及预报模型会计算出不同的协方差, 科学合理地利用不同预报模型及轨道根数计算协方差并用于空间碎片预警计算对于提高空间碎片预警精度具有重要意义.

表 5 不同协方差对应交会平面误差椭球短轴值 (单位 km)

Table 5 Conjunction plane minor axis errors of different position covariance (Unit km)

协方差 1	协方差 2	协方差 1′	协方差 2′
0.155 761	0.401 04	0.151 955	0.176 224

表 6 不同协方差下计算的卫星危险交会碰撞概率

Table 6 Cillision probability of different covariance

	协方差	计算协方差矩阵 ($\times 10^{-5}$)	协方差矩阵相关系数设为零 ($\times 10^{-5}$)
包含变	1	1.364 569	1.534 206
轨过程	2	0.780 991 7	0.835 391 1
不含变	1′	1.387 398	1.442 304
轨过程	2′	0.143 818 0	0.139 019 6

参考文献

[1] Du Heng, Zhang Wenxiang, Pang Baojun, Liu Jing. Space Debris [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2007. In Chinese (都亨, 张文祥, 庞宝君, 刘静. 空间碎片 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2007)

[2] James M. Development of a MATLAB/STK TLE Accuracy Assessment Tool [R]. Moffet Field: NASA Ames Research Center, 2009

[3] Osweiler V P. Covariance Estimation and Autocorrelation of NORAD Two-line Element Sets [D]. Alabama: Air University, 2006

[4] Wang Ronglan, Yan Ruidong. Prediction errors and analysis of TLE data [J]. *Space Debris Res. Appl.*, 2013, **13**(1):1-8. In Chinese (王荣兰, 闫瑞东. TLE 数据演化误差分析 [J]. 空间碎片研究与应用, 2013, **13**(1):1-8)

[5] Alfano S. Relating position uncertainty to maximum conjunction probability [J]. *J. Astron, Sci.*, 2005, **53**(2):163-205

[6] Wang Ronglan, Liu Jing. SGP4-SDP4 propagation error analysis [C]//The 3rd China Space Debris Symposium. Beijing: Chinese Academy of Space Technology, 2005

[7] Wang R, Liu J, Zhang Q M. Propagation error analysis of TLE data [J]. *Adv. Space Res.*, 2009, **43**:1065-1069

[8] Matney M J, Anz-Meador P, Foster J L. Covariance correlation in collision avoidance probability calculations [J]. *Adv. Space Res.*, 2004, **34**:1109-1114

[9] klinkrad H, Alby F, Crowther R, Gronert-Marquardt H, Portelli C. Space debris activities in Europe [C]// Fifth European Conference on Space Debris. Darmsadt, Germany: The European Space Agency, 2009