0254-6124/2014/34(4)-489–08 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Hu Ming, Kong Fei, Chen Wenhua, Li Wenjuan, Han Yadi, Wang Qingjiu. Multi-body dynamics of repeated fold-unfold and lock-unlock solar array (in Chinese). *Chin. J. Space Sci.*, 2014, **34**(4): 489-496, doi:10.11728/cjss2014.04.489

重复折展锁解式太阳翼多体系统动力学建模与分析*

胡 明[1] 孔 菲[1] 陈文华[1] 李文娟[1]
撖亚龑[1] 王庆九[2]

1(浙江理工大学 浙江省机电产品可靠性技术研究重点实验室 杭州 310018)

2(浙江大学机械工程系 杭州 310027)

摘 要 为研究重复折展锁解式太阳翼展开力学特性, 针对其有根树链式拓扑结构特点, 依据一阶模态刚度分析假设模型, 由 Jourdain 变分原理建立太阳翼树形柔性多体系统动力学理论模型; 结合太阳翼关节铰机构运动规律, 采用单向递推组集建模方法构建太阳翼展开过程正逆混合动力学模型; 基于重复折展锁解式太阳翼结构参数和物理性能参数进行数值仿真, 研究蜂窝夹层复合式基板柔性结构对太阳翼展开力学规律的影响, 得到太阳翼各基板质心运动规律及其展开过程所需施加的驱动力矩. 所得结果可较好地预测太阳翼展开过程的动态行为, 为其后续工程应用提供依据.

关键词 太阳翼, 柔性多体系统, 重复折展锁解机构, 变分原理, 展开动力学

中图分类号 V 423. 4

Multi-body Dynamics of Repeated Fold-unfold and Lock-unlock Solar Array

HU Ming[1] KONG Fei[1] CHEN Wenhua[1] LI Wenjuan[1]
HAN Yadi[1] WANG Qingjiu[2]

1(*Zhejiang Province's Key Laboratory of Reliability Technology for Mechanical and Electrical Products, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou* 310027)

2(*Department of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

Abstract This paper presents the dynamic characteristics of repeated fold-unfold and lock-unlock solar array, which is in a topological tree configuration. According to the first modal stiffness analysis, assumptions about solar array multi-body system are proposed. Deduced from Jourdain variation principle, dynamic model of solar array flexible multi-body system is built. Furthermore, the forward-

* 国家自然科学基金项目 (51375458, 51006134), 浙江省自然科学基金项目 (LZ12E05004), 国防技术基础项目, 教育部高校博士点基金优先发展项目 (20123318130001), 浙江省重点科技创新团队计划项目 (2010R50005) 和航天支撑技术基金项目共同资助
2013-09-30 收到原稿, 2014-03-19 收到修定稿
E-mail: huming@zstu.edu.cn

inverse mixed dynamic model is established through forward recursive formulation and motion law of solar array hinges. In order to study the impact of flexible structures on solar array deployment, the motion parameters of solar array panels, such as rotation angle, angular velocity and angular acceleration, are obtained from numerical simulation, which is based on the structure and physical parameters of repeated fold-unfold and lock-unlock solar array prototype. The results can well predict dynamic behaviors of solar array during its deploying process. In conclusion, this study has laid a foundation for subsequent engineering applications of repeated fold-unfold and lock-unlock solar array.

Key words Solar array, Flexible multi-body system, Repeated fold-unfold and lock-unlock mechanism, Variation principle, Deployment dynamics

0 引言

太阳翼一般由连接架和数块太阳翼基板铰接而成, 并依靠压紧机构折叠收拢于航天器本体侧壁上. 航天器入轨后, 太阳翼压紧机构释放, 展开机构动作实现太阳翼各基板的展开与锁定, 为航天器在轨工作提供主要电源 [1]. 太阳翼多体系统展开力学特性已有较多研究, 例如 Wie 等 [2] 针对 INSAT 航天器的闭环拓扑结构进行了运动学建模和数值仿真; Yasushi 等 [3] 建立了刚性本体–柔性附件式卫星多体系统太阳翼展开过程中卫星姿态响应的解析模型, 并运用 ADEOS 卫星和 ADEOS- Ⅱ卫星飞行数据进行了数值求解; Oskar 等 [4] 运用 SIMPACK 软件对太阳翼解锁释放、调姿、展开三个阶段进行仿真, 分析了各阶段运动过程中太阳翼结构柔性对其驱动机构的影响; Gina 等 [5] 运用有限元法对立方体卫星的 Z 形折叠式太阳翼自由展开轨迹进行了仿真分析, 并通过商业摄影测量系统进行了试验验证. 但以上研究多借助于仿真软件, 没有进行系统的建模与分析. 周志成等 [6] 应用 Kane 动力学方程建立太阳翼展开和撞击动力学模型, 编制了仿真软件 K-DIDAS, 对带大型太阳翼的航天器进行了多体系统展开动力学分析计算; 汪恩松 [7] 建立了太阳翼多刚体系统动力学方程, 对某型卫星太阳翼基板展开角速度进行了数值计算; 邱志成 [8] 考虑中心刚体与太阳帆板的刚柔耦合结构, 对弹性振动进行抑制, 但仅考虑了一个柔性板, 不能较好地反映真实太阳翼系统的动态特性; 游斌弟等 [9] 基于 Lagrange 和 Newton 法推导了递推形式的太阳翼展开锁紧动力学模型, 研究了铰链副接触碰撞对卫星太阳翼系统的影响, 但其分析是将卫星本体、连接架和帆板块均视为刚体.

目前, 卫星太阳翼系统已逐步向大型化、轻量化、精密化方向发展, 其动力学特性愈益复杂, 各部件均作刚性假设的动力学模型已无法描述系统复杂的动力学行为 [10−11]. 据此, 本文以重复折展锁解式太阳翼为研究对象, 建立卫星太阳翼多体系统拓扑构型的数学描述, 通过有限元模态分析和单向递推组集建模方法推导包含 n 块柔性基板的太阳翼多体系统正逆混合动力学模型, 并结合原理样机的结构参数和物理性能参数进行算例仿真, 以分析和预测太阳翼展开过程的动态行为.

1 太阳翼系统拓扑构型

重复折展锁解式太阳翼系统由卫星本体、驱动机构 (电机–减速器组件)、同步带联动机构、螺旋–凸轮组合式关节铰机构、连接架及太阳翼基板等组成. 卫星本体、连接架、太阳翼内板、中板Ⅰ、中板Ⅱ、外板通过同步带和关节铰机构相互连接, 形成漂浮基链式无根树多体系统, 其三维结构和对应的拓扑构型如图 1 所示. 具体工作过程如下. 太阳翼关节铰机构采用螺旋副和凸轮副组合来实现重复折叠与展开, 即第一级螺旋副将螺杆的转动转化为右旋螺母的移动, 第二级空间凸轮运动副将螺母上柱销沿着凸轮槽道的移动转化为空间圆柱凸轮的转动, 从而带动与之固连的连接架或太阳翼基板转动, 实现太阳翼的折叠与展开. 太阳翼折展到位后, 螺母上的定位销插入支撑件销孔中, 使螺母停止运动, 从而实现太阳翼折叠和展开终了位置的锁定, 且第一级螺旋副的自锁功能保证了折展状态的冗余可靠定位. 太阳翼关节铰机构

的解锁则通过电机的反转实现.

2　太阳翼多体系统建模的基本假设

为建立重复折展锁解式太阳翼系统的多体动力学模型, 需进行基本假设. 首先对重复折展锁解式太阳翼进行结构简化, 采用 ANSYS/Workbench 有限元分析程序对太阳翼进行分析, 用以提取相关模态信息和计算太阳翼各结构的模态刚度. 为便于进行有限元建模, 对太阳翼系统定义如下.

(1) 基板采用 LE2Y 耐久无孔铝蜂窝夹芯材料, 其弹性模量和密度按试验方法测得的等效弹性模量、等效密度定义 [12].

(2) 基板表面电池片和电路视其质量均匀分布在基板上, 并假设为非结构质量.

(3) 太阳翼展开状态的整体有限元分析只考虑其悬臂状态下的模态刚度, 即连接架根部关节铰机构端点的 6 个自由度均被限制; 对连接架与太阳翼基板分别进行自由模态分析, 初始参数设置列于表 1, 其一阶振型如图 2 所示.

重复折展锁解式太阳翼前三阶振频为

$$f_1 = 0.139\,39\,\text{Hz},\ f_2 = 0.9166\,\text{Hz},\ f_3 = 1.3799\,\text{Hz};$$

连接架前三阶振频为

$$f_1 = 133.6\,\text{Hz}, f_2 = 207.7\,\text{Hz}, f_3 = 378.56\,\text{Hz};$$

太阳翼基板前三阶振频为

$$f_1 = 15.552\,\text{Hz}, f_2 = 34.934\,\text{Hz}, f_3 = 86.576\,\text{Hz}.$$

基于 Workbench 的模态分析将质量矩阵进行归一化处理, 则连接架一阶模态刚度 $K_1 = 7.046\,486\,7 \times 10^5$, 太阳翼基板一阶模态刚度 $K_2 = 9.548 \times 10^3$. 通过太阳翼展开状态整体模态分析可知, 太阳翼基板挠度的

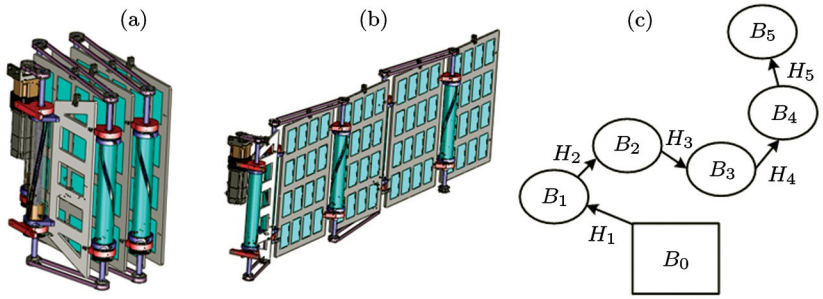

图 1　重复折展锁解式太阳翼折叠收拢状态 (a)、展开工作状态 (b) 以及多体系统拓扑构型 (c)

Fig. 1　Repeated fold-unfold and lock-unlock solar array configurations under folding state (a), deployed working state (b) and the multi-body topological (c)

表 1　重复折展锁解式太阳翼模态分析初始参数

Table 1　Initial parameter on its modal analysis of the repeated fold-unfold and lock-unlock solar array

构件名称	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	杨氏模量 E/MPa	体积模量 K/MPa	剪切模量 G/MPa	泊松比 μ
连接架	2740	71 750	59 792	27 596	0.3
内板	41	372	269.57	146.46	0.27
中板 Ⅰ	41	372	269.57	146.46	0.27
中板 Ⅱ	41	372	269.57	146.46	0.27
外板	41	372	269.57	146.46	0.27
关节铰机构	7850	200 000	166 670	76 923	0.3

影响不可忽略, 且连接架与基板一阶模态刚度对比结果表明, 连接架比太阳翼基板的一阶模态刚度高 2 个数量级, 因此在动力学建模与仿真计算模型中将连接架视为刚体, 基板则假设为柔性体.

3 太阳翼展开动力学分析

3.1 柔性多体动力学建模

如图 1(c) 所示, 重复折展锁解式太阳翼多体系统由卫星本体 B_0、刚性连接架 B_1、太阳翼基板 (内板 B_2, 中板 I B_3, 中板 II B_4, 外板 B_5) 通过柱铰连接而成. 为了分析重复折展锁解式太阳翼的展开运动传递关系, 建立如图 3 所示的太阳翼多体系统动力学模型.

图 3 中, P, Q 为铰链 H_j 在邻接构件 B_i 与 B_j 之间的两铰点; $Ox_{\rm r}y_{\rm r}z_{\rm r}$ 为惯性参考系, $Ox_iy_iz_i$ 和 $Ox_jy_jz_j$ 分别为 B_i 和 B_j 的连体坐标系, $Px'_iy'_iz'_i$ 和 $Qx'_jy'_jz'_j$ 分别为铰 H_j 的本地坐标系和相对运动坐标系. $\boldsymbol{R}_i$ 和 $\boldsymbol{R}_j$ 分别为构件 B_i 和 B_j 连体系参考点到惯性系的位置矢量, $\boldsymbol{d}_{ij}$ 为铰点 P 与 Q 之间的位置矢量. 其中下角 $j=i+1$.

由此定义系统的广义坐标阵为

$$\boldsymbol{y}=[\,\boldsymbol{y}_i^{\rm T}\quad\cdots\quad\boldsymbol{y}_N^{\rm T}\,]^{\rm T}.$$

对于由 N 个构件组成的柔性树系统, 根据 Jourdain 原理, 构件 B_i $(i=2,3,4,\cdots,N)$ 速度变分形式的动力学方程为

$$\delta\boldsymbol{V}_i^{\rm T}(-M_i\dot{\boldsymbol{V}}_i+f_i)=0,\quad i=2,3,4,\cdots,N. \tag{1}$$

其中, M_i 为 B_i 构件的质量, $f_i=-0\quad\omega_i+f_i^0-f_i^u$.

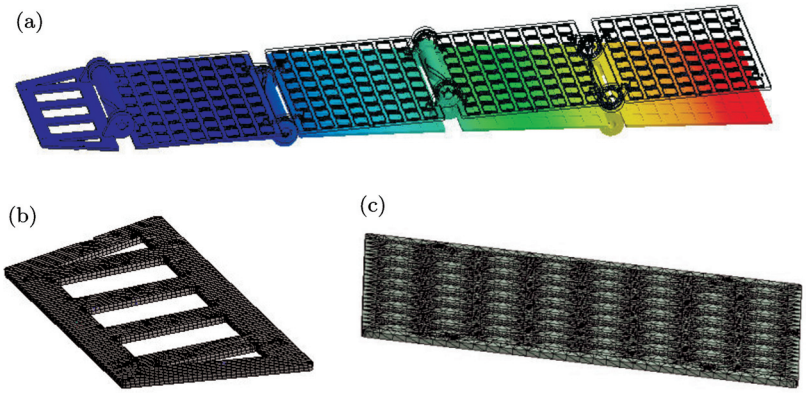

图 2 重复折展锁解式太阳翼展开状态 (a)、连接架 (b) 和基板 (c) 的一阶振型

Fig. 2 First-order vibration modes of the repeated fold-unfold and lock-unlock solar array under deploying state (a), the link span (b) and the baseplate (c), respectively

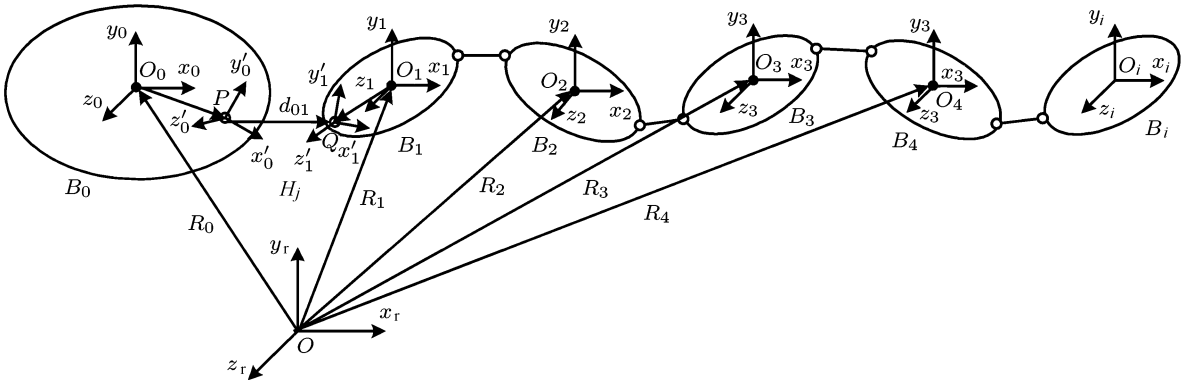

图 3 太阳翼链式多体系统动力学模型

Fig. 3 Dynamic model of its chained multi-body system on the solar array

重复折展锁解式太阳翼系统速度变分形式的动力学方程可表示为

$$\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}(-M_i\dot{\boldsymbol{V}}_i+f_i)+\Delta P=0,$$
$$i=2,3,4,\cdots,N. \tag{2}$$

其中, ΔP 为系统内物体间相互作用的力元与非理想约束力所做虚功的功率.

由于树系统广义坐标阵和广义速度的变更均是独立的, 可得微分形式的太阳翼柔性多体系统动力学模型:

$$\boldsymbol{Z}\ddot{\boldsymbol{y}}=\boldsymbol{z}+\boldsymbol{f}^{\mathrm{ey}}. \tag{3}$$

其中, $\boldsymbol{Z}$ 为系统的广义质量阵; $\boldsymbol{z}+\boldsymbol{f}^{\mathrm{ey}}$ 为系统力元关于广义坐标阵的广义力表达式.

3.2　正逆混合动力学建模

若将太阳翼系统中每个构件均假设为刚体, 已知构件间铰的相对运动规律确定其驱动力矩即为典型的动力学逆问题. 由于此处将太阳翼基板视为柔性体, 其展开过程中柔性体的变形须通过求解动力学模型确定. 因此太阳翼的受控展开是正逆混合动力学问题.

设系统的广义坐标总数为 n, 第 k 个变量的运动学控制规律已知, 对应的广义变量为 $\boldsymbol{y}_k$, 系统动力学模型可改写为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{Z}_{11}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{1k}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{1n}\\ \vdots&&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{Z}_{k1}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{kk}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{kn}\\ \vdots&&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{Z}_{n1}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{nk}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{y}}_1\\ \vdots\\ \ddot{\boldsymbol{y}}_k\\ \vdots\\ \ddot{\boldsymbol{y}}_n\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{z}_1\\ \vdots\\ \boldsymbol{z}_k\\ \vdots\\ \boldsymbol{z}_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \vdots\\ \boldsymbol{u}_k\\ \vdots\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}. \tag{4}$$

其中, $\boldsymbol{u}_k$ 为所需求解的驱动力矩.

令驱动力矩阵为

$$\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{0}\cdots\boldsymbol{u}_k\cdots\boldsymbol{0})^{\mathrm{T}},$$

则可对式 (4) 中质量阵进行等价变换, 有

$$\boldsymbol{Z}=$$
$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{Z}_{11}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{1k-1}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{Z}_{1k+1}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{1n}\\ \vdots&&\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{Z}_{k1}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{kk-1}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{Z}_{kk+1}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{kn}\\ \vdots&&\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{Z}_{n1}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{nk-1}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{Z}_{nk+1}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{nn}\end{bmatrix}+$$
$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{1k}&\cdots&\boldsymbol{0}\\ \vdots&&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{kk}&\cdots&\boldsymbol{0}\\ \vdots&&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{nk}&\cdots&\boldsymbol{0}\end{bmatrix}. \tag{5}$$

同理, 对驱动力矩阵进行等价变换, 得到

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \vdots\\ \boldsymbol{u}_k\\ \vdots\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{0}\\ \vdots&&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{1}&\cdots&\boldsymbol{0}\\ \vdots&&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{y}}_1\\ \vdots\\ \boldsymbol{u}_k\\ \vdots\\ \ddot{\boldsymbol{y}}_n\end{bmatrix}. \tag{6}$$

对广义变量列阵 $\boldsymbol{y}$ 进行修改后, 可得如下树形系统动力学正逆混合问题的统一计算模型:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{Z}_{11}&\cdots&\boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{1n}\\ \vdots&&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{Z}_{k1}&\cdots&-\boldsymbol{1}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{kn}\\ \vdots&&\vdots&&\vdots\\ \boldsymbol{Z}_{n1}&\cdots&\boldsymbol{0}&\cdots&\boldsymbol{Z}_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{y}}_1\\ \vdots\\ \boldsymbol{u}_k\\ \vdots\\ \ddot{\boldsymbol{y}}_n\end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{z}_1\\ \vdots\\ \boldsymbol{z}_k\\ \vdots\\ \boldsymbol{z}_n\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\boldsymbol{Z}_{1k}\\ \vdots\\ \boldsymbol{Z}_{kk}\\ \vdots\\ \boldsymbol{Z}_{nk}\end{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{y}}_k. \tag{7}$$

由式 (7) 可以看出, 已知的广义变量 (连接铰运动规律) 被分离到模型右端, 其作用与外力项相同, 需求解的驱动力矩则置入系统广义变量列阵中. 因此由式 (7) 可同时求解系统运动规律和所需施加的驱动力矩 [13].

4　太阳翼展开过程数值仿真

重复折展锁解式太阳翼机构是通过柱铰连接卫星本体 B_0、刚性连接架 B_1、太阳翼基板 (内板 B_2,

中板 I B_3, 中板 II B_4, 外板 B_5 等) 而形成的链状多体系统. 本算例仅研究太阳翼展开过程的动力学特性, 暂不考虑由于太阳翼运动引起的卫星姿态变化, 故可将太阳翼作为有根系统来对待. 通过前述分析, 连接架 B_1 为刚体, 复合材料太阳翼基板 B_2, B_3, B_4, B_5 为柔性体, 可采用集中质量有限元法进行离散, 且初始时刻各柔性构件视为无弹性变形, 设计的重复折展锁解式太阳翼系统物理参数列于表 2.

重复折展锁解式太阳翼的展开工况为单动力源电机驱动、同步带传动, 连接架与各基板同步展开. 根据其设计要求, 系统中各连接铰选取如下驱动规律, 即

$$\omega = \begin{cases} \dfrac{\Omega}{T}\Big(1-\cos\dfrac{2\pi t}{T}\Big), & 0 \leqslant t \leqslant T; \\ \Omega, & t > T. \end{cases} \tag{8}$$

其中, 加速时间 $T = 30\,\mathrm{s}$, 稳态速度 $\Omega = \pi/2\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$. 根据太阳翼有根树系统链式拓扑结构特点, 利用所推导的正逆混合柔性多体动力学模型, 运用 ADAMS 进行数值仿真, 得到太阳翼柔性多体系统展开过程中连接架和太阳翼内板、中板 I、中板 II、外板的转动角度 θ、角速度 ω、角加速度 α 运动规律 (见图 4~6) 以及电机驱动规律. 由图 4~6 可知, 太阳翼基板的柔性效应对重复折展锁解机构的动力学行为影响不可忽略, 尤其在 [20 s, 30 s] 时间段内, 随着弹性势能向动能转化, 太阳翼各基板加速度发生较大波动, 太阳翼机构受到的柔性冲击增加.

为研究结构柔性对太阳翼展开过程的影响, 同时对太阳翼刚性多体系统求解动力学逆问题, 得到其展开驱动力矩, 仿真计算结果如图 7 所示.

由图 7 可知, 在给定同一太阳翼展开运动变化规律和关节铰阻尼力矩的条件下, 由于刚性多体系统和柔性多体系统的负载惯量特性不同, 太阳翼机构驱动力矩略有不同. 刚性多体系统所需驱动力矩最大值

$$T_{\max} = 237.97\,\mathrm{N\cdot m},$$

表 2 重复折展锁解式太阳翼系统物理参数

Table 2 Physical parameter of the repeated fold-unfold and lock-unlock solar array system

构件名称	质量 /kg	x 轴转动惯量 /(kg·m^2)	y 轴转动惯量 /(kg·m^2)	z 轴转动惯量 /(kg·m^2)
连接架	3.10	7.13×10^{-2}	5.92×10^{-2}	1.21×10^{-2}
内板	3.24	4.37×10^{-2}	11.5×10^{-2}	7.21×10^{-2}
中板 I	3.24	4.37×10^{-2}	11.5×10^{-2}	7.21×10^{-2}
中板 II	3.24	4.37×10^{-2}	11.5×10^{-2}	7.21×10^{-2}
外板	3.24	4.37×10^{-2}	11.5×10^{-2}	7.21×10^{-2}

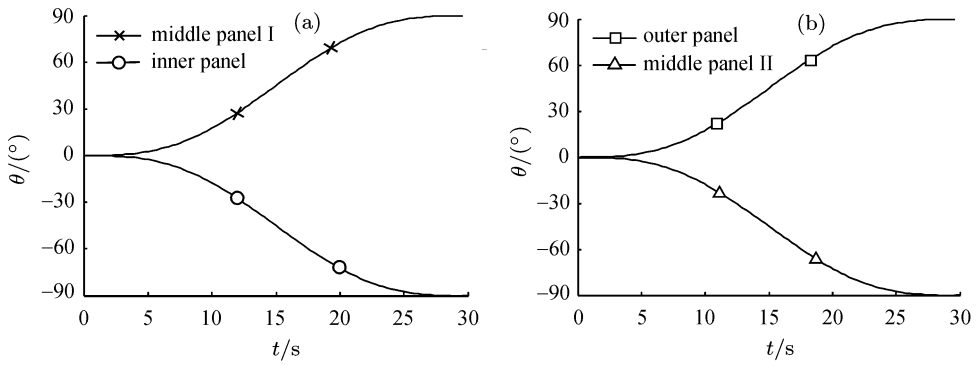

图 4 太阳翼展开角度

Fig. 4 Deploying angular of solar array

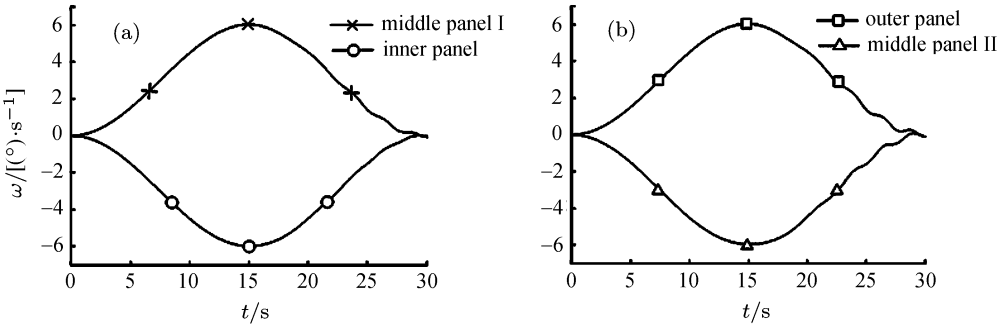

图 5　太阳翼展开角速度

Fig. 5　Angular velocity of solar array deploying

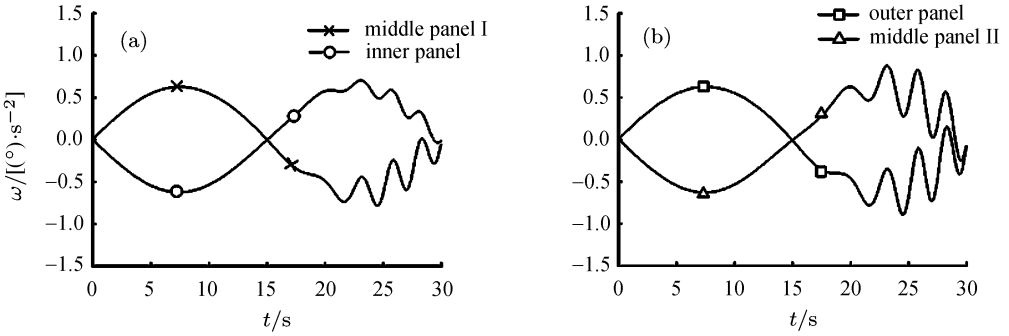

图 6　太阳翼展开角加速度

Fig. 6　Angular acceleration of solar array deploying

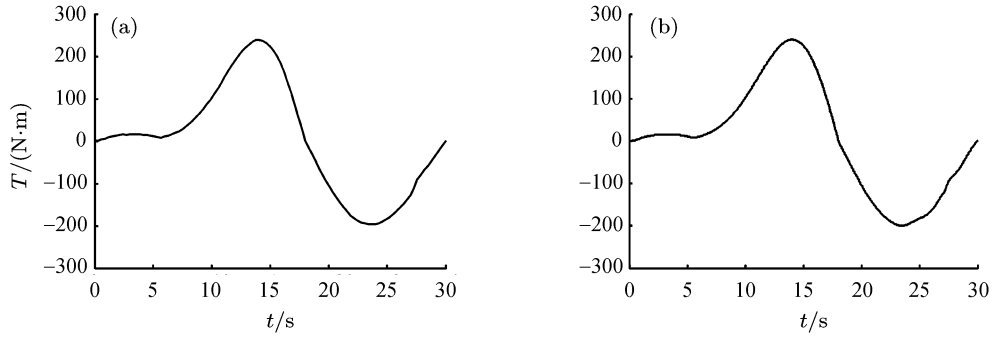

图 7　太阳翼展开驱动力矩. (a) 刚性多体模型, (b) 柔性多体模型

Fig. 7　Driving moment for solar array deploying. (a) rigid multi-body model, (b) flexible multi-body model

最小值

$$T_{\min} = -196.52\,\mathrm{N\cdot m};$$

柔性多体系统所需驱动力矩最大值

$$T_{\max} = 238.90\,\mathrm{N\cdot m},$$

最小值

$$T_{\min} = -200.56\,\mathrm{N\cdot m}.$$

5　结论

针对重复折展锁解式太阳翼结构特点, 构建其链式拓扑构型. 采用 ANSYS/Workbench 软件对太阳翼简化模型进行了有限元模态分析, 得到太阳翼连接架和基板的各阶振型与振频, 通过对比其一阶模态刚度, 确定了太阳翼多体系统理论建模的假设条件.

基于速度变分原理和单向递推组集建模方法推

导出具有通用化和程式化特点的柔性多体系统动力学模型, 为强非线性、时变性的太阳翼展开动力学模型解析求解提供了依据.

结合重复折展锁解式太阳翼结构性能参数, 应用 ADAMS 软件对太阳翼柔性多体系统展开过程进行了动力学仿真分析, 结果表明柔性多体模型下太阳翼展开运动过程中所受扰动和柔性冲击更为明显.

参考文献

[1] Yuan Jiajun. Design and Analysis of Satellite Structures [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2009: 210-269. In Chinese (袁家军. 卫星结构设计与分析 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2009: 210-269)

[2] Wie B, Furumoto N, Banerjee A K. Modeling and simulation of spacecraft solar array deployment [J]. *J. Guid. Control Dynam.*, 1986, **9**(5):593-598

[3] Yasushi K, Shigemune T, Yoshiaki O. Dynamic simulation of stick-slip motion of a flexible solar array [J]. *Spec. Sect. Large Scale Syst.*, 2008, **16**(6):724-735

[4] Oskar W, Simon W. Simulation of deployment of a flexible solar array [J]. *Multibody Syst. Dyn.*, 2002, **7**:101-125

[5] Gina M O, Thomas M, Grant T. Free deployment dynamics of a z-folded solar array [C]//52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Denver: AIAA, 2011: 1730-1736

[6] Zhou Zhicheng, Qu Guangji. Multi-body dynamics of spacecraft solar wing [J]. *Mech. Eng.*, **1990**(6):53-57. In Chinese (周志成, 曲广吉. 航天器太阳阵多体展开的动力学分析 [J]. 力学与实践, **1990**(6):53-57)

[7] Wang Ensong. Deployment dynamics of solar array [J]. *J. Beijing Univ. Aeron. Astron.*, 1994, **20**(4):446-451. In Chinese (汪恩松. 卫星太阳阵展开的动力学方程 [J]. 北京航空航天大学学报, 1994, **20**(4):446-451)

[8] Qiu Zhicheng. Active vibration control for coupling system of flexible structures and rigid body [J]. *Chin. J. Mech. Eng.*, 2006, **42**(11):26-33. In Chinese (邱志成. 刚柔耦合系统的振动主动控制 [J]. 机械工程学报, 2006, **42**(11):26-33)

[9] You Bindi, Wang Xinggui, Chen Jun. Vibration and impact for deployable solar array of satellite with locking hinges [J]. *J. Mech. Eng.*, 2012, **48**(21):67-76. In Chinese (游斌弟, 王兴贵, 陈军. 卫星太阳阵展开锁紧过程冲击振动 [J]. 机械工程学报, 2012, **48**(21):67-76)

[10] Jones P A, Spence B R. Spacecraft solar array technology trends [J]. *Aerosp. Elec. Syst. Mag.*, 2011, **26**(8):17-28

[11] Kojimaa Y, Taniwakib S, Okami Y. Dynamic simulation of stick-slip motion of a flexible solar array [J]. *Contr. Eng. Pract.*, 2008, **16**(6):724-735

[12] Li Dongxun. Structural Dynamics of Flexible Spacecraft [M]. Beijing: Science Press, 2010: 189-216. In Chinese (李东旭. 挠性航天器结构动力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2010: 189-216)

[13] Hong Jiazhen. Computational Multibody Dynamics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2003: 329-408. In Chinese (洪嘉振. 计算多体系统动力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003: 329-408)