第16卷 第4期
1996年10月

空 间 科 学 学 报
CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE

Vol.16, No.4
Oct., 1996

载体姿态无扰动的空间机械臂路径规划*

顾晓勤　　刘延柱

(上海交通大学工程力学系，200030)

关键词　空间机械臂，路径规划，Lyapunov 方法，Pontryagin 极值原理

空间机械臂工作期间系统处于自由漂浮状态，机械臂的相对运动必将引起载体位姿的变化．因此空间机械臂的逆问题完全不同于地面固定基机械臂，是运动学与动力学交织的复杂问题．避免或减小对载体姿态扰动是机械臂路径规划中需要解决的关键问题．

本文讨论冗余、无冗余自由度空间机械臂的无扰及最小扰动路径规划问题．

一、空间机械臂平面运动动力学方程

设载体－机械臂－负载系统为 $B_i(i=1, \cdots, n)$，其中 B_n 由抓手及视为刚体的负载共同组成，见图1．以系统总质心 O_c 为原点建立惯性基 B_0，设 B_i 质心 C_i，质量 m_i，相对 Z 轴的中心主惯量矩 J_i，C_i 相对 O_c 的矢径 ρ_i，在 C_1 处建立 B_1 与 B_0 关联的虚铰 O_1，机械臂各构件及抓手的转铰 O_i $(i=2, 3, \cdots, n)$．令 $O_iO_{i+1}=l_i$，$O_iC_i=a_i$，沿 O_iO_{i+1} 方向的单位矢量为 $\boldsymbol{e}_i$ $(i=1, \cdots, n-1)$，沿 O_nC_n 为 $\boldsymbol{e}_n$．

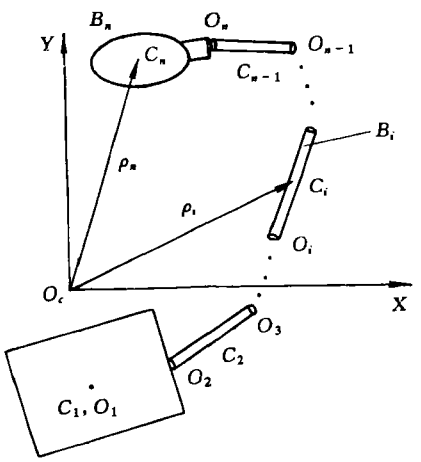

图1　空间机械臂结构

Fig.1　Structure of space manipulator

应用动力学方法列写系统相对 O_c 点的动量矩守恒方程，设初始动量矩为零，系统动力学方程

$$\sum_{i=1}^{n} I_i \dot{\theta}_i = 0 \ . \tag{1}$$

其中 I_i 为 B_i 的等效惯量张量，θ_i 为 B_i 相对 B_{i-1} 的转角。

二、指定负载路径的无扰控制规律

要求负载质心 C_n 沿预定轨迹运动，同时载体姿态恒定时，双杆柱铰空间机械臂，应考虑抓手碗部的旋转运动，使具有冗余自由度，才有可能实现．设 C_n 在惯性空间

* 国家自然科学基金、国家教委博士点专项基金资助项目．

本文于 1995 年 6 月 24 日收到．

内沿时间 t 的运动轨迹已经确定，计算 C_n 的坐标 x,y 与铰坐标 θ_i 的关系式，并对 t 求导，规定 $\theta_1 \equiv 0$，得到

$$\dot{x}=\sum_{i=2}^{4}\frac{\partial x}{\partial \theta_i}\dot{\theta}_i\,,\quad \dot{y}=\sum_{i=2}^{4}\frac{\partial y}{\partial \theta_i}\dot{\theta}_i\,. \tag{2}$$

令(1)式中 θ_1 恒定，联立(1)、(2)两式进行数值积分，即得到有冗余自由度空间机械臂保证载体姿态不受扰的转角控制规律.

三、Lyapunov 方法

只要求将负载从一确定位置运至另一确定位置，而对运动轨迹不作规定的情形，可应用 Lyapunov 方法进行路径规划，以得到稳定趋向终点的设计轨迹. 对具有冗余自由度空间机械臂，可保证载体姿态恒定，令 $\theta_1 \equiv 0$ 并设 θ_{if} 为终止位置，取正定的 Lyapunov函数

$$V=\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{n}h_i(\theta_{if}-\theta_i)^2\,. \tag{3}$$

其中 h_i 为常值系数，设系统无力矩作用，满足(1)式，令机械臂的控制系统实现以下控制规律

$$\dot{\theta}_i=\beta(t)\left[h_i(\theta_{if}-\theta_i)-\frac{I_i}{I_n}h_n(\theta_{nf}-\theta_n)\right],\quad \beta(t)=\begin{cases} t & 0\leqslant t\leqslant 1\\ 1 & t\geqslant 1\end{cases}. \tag{4}$$

将(3)式中 V 对 t 求全导数，结合(1)、(4)式得到 $\dot{V}$ 为负定，根据 Lyapunov 定理，系统的无扰运动渐近稳定. 因此机械臂将渐近地趋向终点. 引进 $\beta(t)$ 函数可避免机械臂起始时运动突跳，使控制过程光滑连续.

四、无扰曲线变轨方法

对无冗余机械臂，其工作必然对载体产生扰动. 这时应寻找对载体扰动尽可能小的路径，设载体受到的扰动动量矩由飞轮抵消 $\theta_1 \equiv 0$. 讨论抓手无转动自由度的双杆空间臂，这时杆 2、抓手及视为刚体的负载共同组成 B_3，机械臂任意时刻对载体的扰动动量矩为

$$\delta H=I_2\delta\theta_2+I_3\delta\theta_3\,. \tag{5}$$

其中 I_2、I_3 即(3)式中的等效惯量，引入 Lagrange 乘子 λ 构造函数 φ:

$$\varphi(\delta\theta,\ \lambda)=(I_2\delta\theta_2+I_3\delta\theta_3)^2+\lambda[(\delta\theta_2)^2+(\delta\theta_3)^2-1]. \tag{6}$$

由 φ 的条件极值得到无扰运动方向

$$\delta\theta_2=\frac{\mp I_3}{\sqrt{I_2^2+I_3^2}}\,,\quad \delta\theta_3=\frac{\pm I_2}{\sqrt{I_2^2+I_3^2}}\,. \tag{7}$$

及最大扰动方向

$$\delta\theta_2=\frac{\pm I_2}{\sqrt{I_2^2+I_3^2}}\,,\quad \delta\theta_3=\frac{\mp I_3}{\sqrt{I_2^2+I_3^2}}\,. \tag{8}$$

过起点 A 和终点 B 分别沿无扰方向作曲线 L_1、L_2，令空间臂首先沿 L_1 运动，并在 L_1 上各点的最大扰动方向中比较得到对载体扰动最小的位置变轨到 L_2 上，再沿 L_2 运动到 B 点. 无扰曲线变轨法直观、物理概念明确，但得到的路径有不光滑点.

五、Pontryagin 方法

利用 Pontryagin 极值原理，寻求对载体最小扰动的机械臂工作路径. 对双杆机械臂,设由飞轮装置保持载体姿态恒定，机械臂工作中对载体的扰动动量矩为

$$L(\theta,\ \dot{\theta})=I_2(\theta)\dot{\theta}_2+I_3(\theta)\dot{\theta}_3\ . \tag{9}$$

取性能指标

$$J^*=\int_0^T\frac{1}{2}\ L^2(\theta,\ \dot{\theta})\mathrm{d}t+\frac{1}{2}\ \beta_c[\ \theta_{3f}-\theta_3(T)]^2\ . \tag{10}$$

其中 β_c 为加权系数，T 为终止时刻，设 $\theta_2(t)$ 按确定规律趋向终值，$\dot{\theta}_3$ 作为控制变量 $u(t)$. 状态方程为

$$\begin{cases}\dot{\theta}_2(t)=\theta_{2f}-\theta_2(t), & \theta_2(0)=\theta_{20}\ ;\\ \dot{\theta}_3(t)=u(t), & \theta_3(0)=\theta_{30}\ .\end{cases} \tag{11}$$

引入伴随变量 $\eta(t)$，取 Hamilton 函数

$$H=\frac{1}{2}\ L^2(\theta,\ u)+\eta(t)u(t)\ . \tag{12}$$

根据 Pontryagin 极值原理，得到以 $\theta_3(t)$、$\lambda(t)$ 为变量的边界问题非线性微分方程组

$$\begin{cases}\dot{\theta}_3(t)=\dfrac{\eta(t)+I_2(\theta_3,\ t)\cdot I_3(\theta_3,\ t)\cdot(\theta_{2f}-\theta_{20})\mathrm{e}^{-t}}{I_3^2(\theta,\ t)}\ ,\\ \dot{\eta}(t)=L(\theta_3,\ t,\ \dot{\theta}_3)Q\ (\theta_3,\ t,\ \dot{\theta}_3),\\ \theta_3(0)=\theta_{30},\\ \eta(T)+\beta_c[\theta_{3f}-\theta_3(T)]=0.\end{cases} \tag{13}$$

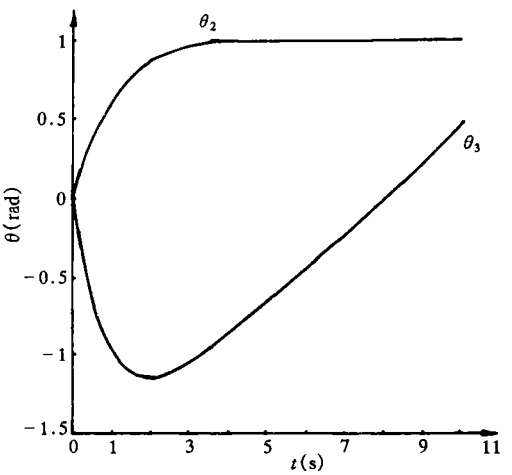

图 2 优化曲线

Fig.2 Optimal curve

其中$\theta_2(t)=\theta_{2f}-(\theta_{2f}-\theta_{20})e^{-t}$，$Q=[\sigma_1\sin\theta_3+\sigma_2\sin(\theta_2+\theta_3)](\theta_{2f}-\theta_2)+[\sigma_2\sin(\theta_2+\theta_3)+\sigma_3\sin\dot{\theta}_3]\dot{\theta}_3$，

$\sigma_1=2\sum_{j=1}^{3}m_jb_{2j}b_{3j}$，$\sigma_2=\sum_{j=1}^{3}m_jb_{1j}b_{3j}$，$\sigma_3=\sum_{j=1}^{3}m_jb_{2j}b_{3j}$.

对上述方程组可用打靶法求解. 设系统质量$m_1=1000$kg,$m_2=10$kg,$m_3=110$kg, 中心主惯量$J_1=500\text{kg}\cdot\text{m}^2$,$J_2=10\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $J_3=60\text{kg}\cdot\text{m}^2$,结构尺寸$l_1=1$m, $l_2=2$m, $a_2=1$m, $a_3=2.5$m. 要求机械臂从$\theta_{20}=\theta_{30}=0$运动到$\theta_{2f}=$ 1rad、$\theta_{3f}=0.5$rad, 取$T=10$s, $\beta_c=10^7$, 由试算得$\eta(0)=-252120$, $\lambda(T)=-334254$, 转角与时间的关系如图 2.

应用Pontryagin 方法可得到光滑连续的运动曲线，但对多变量打靶法有一定困难.

参　考　文　献

[1] Vafa, Z. and S. Dubowsky, *J. Astron. Sci.*, Vol. **38**, p. 441, 1990.

[2] S. Dubowsky and E. Papadopoulos, *IEEE Trans. Robotics Automat.*, Vol. **9**, p. 531, 1993.

[3] E. Papadopoulos and S. Dubowsky, *ASME J. Dyn. Syst. Meas. Contr.*, Vol. **115**, p. 44, 1993.

[4] Y. Nakamura and R. Mukherjee, *IEEE Trans. Robotics Automat.*, Vol. **7**, p. 500, 1991.

[5] 刘延柱，上海交通大学学报，第**29**卷，第1页，1995.

[6] 刘兴良，最优控制及应用，科学出版社，第42页，1990.

PATH PLANNING FOR SPACE MANIPULATOR WITHOUT DISTURBANCE ON VEHICLE′S ATTITUDE

Gu Xiao-qin　　Liu Yan-zhu

(*Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University*, 200030)

Abstract

The problem on path planning of a space manipulator is discussed in this paper. The path planning methods avoiding or decreasing the disturbance on vehicle′s attitude for a predetermined trajectory or initial and final positions of the payload of manipulator are suggested.

Key words　Space manipulator, Path planning, Lyapunov′s method, Pontryagin′s maximum principle