0254-6124/2021/41(6)-936–09 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

HAN Zhichen, LI Aijun, WANG Changqing, LI Xianpeng. Reliability analysis of space tether collision based on fuzzy stress-strength model (in Chinese). *Chin. J. Space Sci.*, 2021, **41**(6): 936-944. DOI:10.11728/cjss2021.06.936

基于模糊应力–强度模型的空间系绳碰撞可靠性*

韩志晨 李爱军 王长青 李显鹏

(西北工业大学自动化学院空间系绳系统研究中心 西安 710129)

摘 要 空间系绳系统由于其特殊的组成结构日益受到关注, 空间系绳的碰撞可靠性研究是系绳任务设计的重要一环. 本文采用可靠性分析基本原理中的应力–强度模型, 根据近地轨道的空间碎片通量和泊松分布方法, 进行空间系绳在轨碰撞可靠性的研究分析. 根据对空间系绳碰撞可靠性有影响的系绳结构因素, 即单股系绳的直径、长度, 双股系绳的绳间距、碰撞角等, 对空间碎片撞击切割系绳后碰撞点处的系绳剩余截面进行建模, 利用模糊应力–强度模型计算空间系绳在撞击后发生毁灭性碰撞的概率, 进而根据泊松方法计算空间系绳在轨可靠性随时间的变化, 通过仿真分析, 对比不同结构空间系绳的有效在轨时间.

关键词 模糊可靠性设计, 应力–强度模型, 碎片通量模型, 泊松方法

中图分类号 V 411

Reliability Analysis of Space Tether Collision Based on Fuzzy Stress-strength Model

HAN Zhichen LI Aijun WANG Changqing LI Xianpeng

(*Space Tether System Research Center, School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an* 710129)

Abstract Space tether system has attracted more and more attention from various countries because of its special structure. The collision reliability research of space tether is an important part of the mission design of space tether. In this paper, the stress-strength model is used to analyze the reliability of space tethers on-orbit collision based on the space debris flux and Poisson distribution on low-Earth orbit. Several tether structure factors those have an impact on the collision reliability of space tethers are proposed, such as tether's diameter and length for single-strand space tether, and tether's distance between ropes, collision angle for double-strand tether. Firstly, the tether residual cross-section at the collision point is modeled after the space debris impacts and cuts the tether. Then, according to the fuzzy stress-strength model analysis, the tether destructive collision probability is calculated. Finally, according to the Poisson method, the reliability of the space tether is calculated over time, and the simulation analysis is carried out to compare the effective on-orbit time of space tether with different structures.

Key words Fuzzy reliability design, Stress-strength model, Debris flux model, Poisson method

* 中央高校基本科研业务费专项资金项目资助 (3102017JC06002)

2020-08-25 收到原稿, 2021-05-25 收到修定稿

E-mail: 531921703@qq.com

0 引言

空间系绳系统是一种借助柔性绳索将两个或多个卫星连接在一起的航天器系统 [1]. 因其特殊的系统结构, 可以完成很多普通航天器无法完成的空间任务, 例如产生人造重力、电动力推进、交会对接、空间碎片清除和深空探测等 [2,3].

由于连接卫星的系绳是空间系绳系统的关键组成部分, 分析并提高系绳的可靠性一直是空间系绳系统研究的关键 [4]. 影响空间系绳可靠性的因素包括内部因素和外部因素两部分. 内部因素为空间系绳自身一些特性参数, 例如系绳直径、材料等, 外部因素为空间中的紫外线、原子氧、空间碎片和微流星体等 [5,6]. Anselmo 等和 Pardini 等 [7,8] 开展了空间系绳系统生存能力方面的研究. Khan 等 [9] 和 Yu 等 [10] 在此基础上分析了使用带状系绳结构可以使空间系绳的可靠性得到很大提高.

以往有研究认为, 当碎片直径大于系绳直径的 0.7 倍时, 碰撞必然导致系绳断裂失效, 这一结论与实际情况不符. Khan 等 [9] 的研究虽然进行了空间碎片碰撞建模, 但在极限状态的处理上仍采用传统方法, 忽略了实际工程中普遍存在的随机性与模糊性.

本文基于空间碎片通量模型, 采用模糊可靠性的分析方法, 引入模糊极限状态, 建立空间系绳模糊应力–强度模型, 计算并分析单位时间内系绳被空间碎片割断的概率以及在整个任务过程中空间系绳的可靠性. 其结果可为今后的空间系绳在轨实验设计、系绳结构选取及空间系绳在轨生存能力提升提供依据.

1 模糊应力–强度干涉模型

1.1 应力强度干涉模型

在空间系绳碰撞可靠性分析中, 认为系绳所受张力为系统应力, 系绳抗拉能力为强度, 由此建立模型. 根据 Birnbaum 在 Berkeley 专题讨论会上提出的理论, 强度 r 可认为是随机变量, 应力最大值 s 已知时, 根据统计学原理, 应将其取值扩增为服从正态分布的随机变量. 当应力大于强度时, 系绳将不可靠或发生失效. 图 1 给出了应力强度模型的基本原理 [11]. 图 1 中 $f_r(r)$ 和 $f_s(s)$ 分别为强度和应力的概率密度, 在可靠性分析中, 应力与强度具有相同量纲, 因此 s 和 r 的概率密度可以表示在同一坐标系中.

从图 1 中可以明显看出, 如果要确定可靠度, 必须研究随机应力 s 不大于随机强度 r 的概率. 图 2 给出了概率密度函数为 $f_s(s)$ 的随机应力 s 与密度函数为 $f_r(r)$ 的随机强度 r 发生干涉时求解可靠度的原理.

设给定的工作应力为 s_1, 由图 2 可知, 强度 r 小于应力 s_1 的概率为

$$P(r<s_1)=\int_{-\infty}^{s_1} f_r(r)\mathrm{d}r. \tag{1}$$

应力 s_1 处于 $\mathrm{d}s$ 区间的概率为

$$P\Big(s_1-\frac{\mathrm{d}s}{2}\leqslant s_1\leqslant s_1+\frac{\mathrm{d}s}{2}\Big)=f_s(s)\mathrm{d}s. \tag{2}$$

考虑到上述两个事件是独立的, 因此两个事件同时发生的概率等于这两个事件单独发生概率的乘积, 这个概率, 即为应力在 $\mathrm{d}s$ 区间内系绳的失效概率, 有

$$\mathrm{d}p_{\mathrm{f}}=f_s(s_1)\mathrm{d}s\int_{-\infty}^{s_1} f_r(r)\mathrm{d}r. \tag{3}$$

由于 s_1 可以在所有可能范围内取值, 对 s_1 在其取值范围内积分可以得到强度 r 小于应力 s 的概率, 即失效概率为

$$F=p_{\mathrm{f}}=P(r<s)=\int \mathrm{d}p_{\mathrm{f}}=\int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s)\left[\int_{-\infty}^{s} f_r(r)\mathrm{d}r\right]\mathrm{d}s. \tag{4}$$

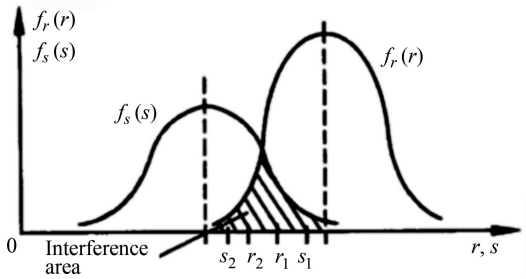


图 1 应力–强度模型的基本原理

Fig. 1 Basic principle of the stress-strength model

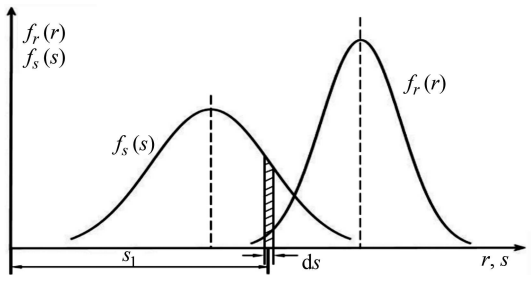


图 2 概率密度函数联合积分法

Fig. 2 Probability density function joint integration method

根据上述计算原理, 可靠度可表示为

$$R = p_{\rm f} = P(r \geqslant s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s)\left[\int_{s}^{+\infty} f_r(r){\rm d}r\right]{\rm d}s. \tag{5}$$

已知应力 s 和强度 r 的概率分布时, 可以采用上述公式计算失效概率和可靠度.

1.2 基于应力强度模型的模糊可靠性设计

常规应力强度干涉模型简化了失效过程的模糊状态, 认为系统从可靠到失效的改变是突然发生的, 这与实际情况不相符. 模糊可靠性设计引入了模糊极限状态, 将空间系绳从可靠到失效的中间状态模糊化, 这种设定较突变形式更为合理, 也更符合工程实际的要求. 其原理是引入一个隶属函数, 将应力和强度的关系对应到该隶属函数上, 隶属函数变化规律如图 3 所示.

图 3 中的隶属函数可以表示为

$$\mu(s) = \begin{cases} 1, & s \leqslant a_1; \\ \mu'(s), & a_1 < s < a_2; \\ 0, & s \geqslant a_2. \end{cases} \tag{6}$$

其中 a_1, a_2 可以根据理论计算和工程经验选取合适的值. 根据上述理论, 得到模糊可靠度的计算公式为

$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} f_r(r)\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s)\mu(s){\rm d}s\right]{\rm d}r. \tag{7}$$

2 空间系绳毁灭性碰撞次数计算

2.1 空间碎片通量模型

由于人类空间探索活动始于近地空间, 因此近地空间的碎片数量最多 [12]. 常用近地轨道 (LEO) 的空间碎片通量模型有 NASA 的 ORDEM 系列模型及欧空局 (ESA) 的 MASTER 模型等. 本文采用的空间碎片模型为 ORDEM2000 模型, 其适用于直径大于 10^{-5} m 且小于 1 m 的空间碎片通量的估计, 这一直径范围的空间碎片对空间系绳可靠性影响最大. 图 4 为 ORDEM2000 中轨道高度 800 km、轨道倾角 25° 的空间碎片累积通量模型 [13,14].

图 4 中纵坐标单位表示每年单位面积内空间碎片经过的数量. 本文中空间碎片数据均是基于这个轨道参数下的空间碎片模型.

2.2 单股系绳毁灭性碰撞次数

受自身结构和重力的影响, 空间系绳在空间中常处于拉直状态. 在对系绳进行可靠性分析时, 可将系绳视为一个长为 L、直径为 $D_{\rm T}$ 的圆柱体, 将每个空间碎片视为直径为 d 的球体 [15]. 空间碎片如果要与系绳碰撞并切割系绳, 碎片的几何中心位置必须处于系绳周围 [16].

图 5(a) 为单股系绳被空间碎片碰撞切割的纵向结果, 图 5(b) 为单股系绳被空间碎片切割的纵向切面. 其中阴影部分为空间碎片撞击系绳的有效区域, 即当碎片截面与系绳纵向最大截面重合, 且空间碎片几何中心位于图 5(b) 中阴影部分时, 空间碎片可以碰撞并切割系绳. 由于空间碎片直径不同, 图 5(b) 中阴影部分会随着空间碎片直径的变化而发生改变. 阴影部分面积表达式为

$$S_{\rm shadow} = L(D + D_{\rm T}). \tag{8}$$

假设某一空间碎片的位置为该空间碎片几何中心与系绳碰撞边界的距离, 用 x 表示. 则空间系绳被

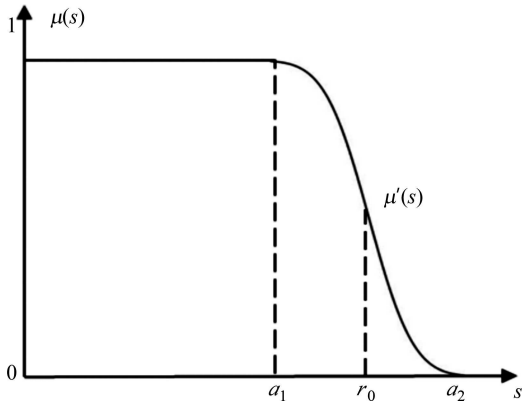


图 3 隶属度函数

Fig. 3 Membership function graph

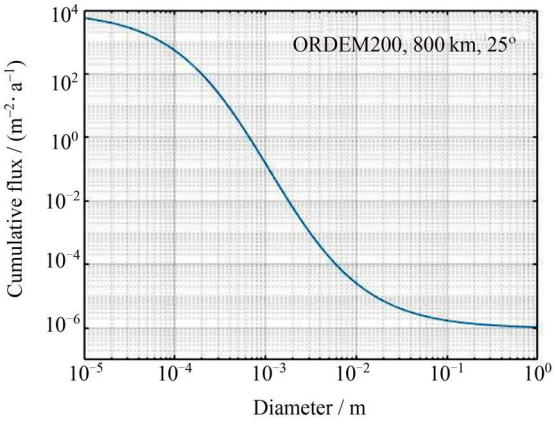


图 4 空间碎片累积通量模型

Fig. 4 Space debris cumulative flux model

碎片碰撞切割后剩余的面积为 $q = Q - \Delta Q$, 其中 Q 为系绳的横截面积, ΔQ 为空间碎片碰撞系绳后切割掉的面积. 图 6 描述了空间碎片撞击切割系绳的几种情况. 其中阴影部分为碎片切割面积.

在空间系绳的展开过程中, 系绳受力是随着时间推移而改变的, 而在进行可靠性设计时, 只考虑系绳受力的最大值, 即认为应力服从均值为 μ (最大受力)、方差为 σ 的对数正态分布, 即

$$f_s(s) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma s} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln s - \ln \mu}{\sigma}\right)^2}, & s > 0; \\ 0, \quad s \leqslant 0. \end{cases}$$

因此, 空间碎片碰撞切割系绳后系绳的抗拉强度 $r_0 = G(Q - \Delta Q)$, 其中 G 为系绳材料的强度, 单位 $\mathrm{N{\cdot}m^{-2}}$, 采用线性隶属函数, 取 $a_1 = r_0$, $a_2 = 1.2a_1$, 根据模糊可靠性设计准则和模糊应力–强度模型计算方法, 得到某一直径碎片从某一确定位置 x 碰撞切割系绳后系绳的可靠度为

$$R(D,x) = P(s \tilde{\leqslant} a_1) = \int_{-\infty}^{a_1} f_s(s)\mathrm{d}s + \int_{a_1}^{a_2} f_s(s)\frac{a_2 - s}{a_2 - a_1}\mathrm{d}s.$$

假设空间碎片在空间中均匀分布, 空间碎片在 O 到 $D_{\mathrm{T}} + D$ 内的任意位置碰撞概率均相等, 根据概率学定理, 某一直径碎片从任意位置碰撞切割系绳的可靠度 $R(D)$ 为

$$R(D) = \frac{\int_0^{D+D_{\mathrm{T}}} R(D,x)\mathrm{d}x}{D + DT}. \tag{9}$$

空间碎片碰撞一次系绳后空间系绳发生断裂失效的碰撞称为毁灭性碰撞, 可以认为空间碎片碰撞一次系绳后发生毁灭性碰撞的概率等于空间碎片碰撞一次系绳后系绳的不可靠度, 即空间碎片碰撞一次系绳后发生毁灭性碰撞的概率为

$$P_{\mathrm{d}}(D) = F(D) = 1 - R(D). \tag{10}$$

由于空间碎片与空间系绳的相对运动速度很大, 因此空间碎片与系绳的碰撞基本发生在同一方向, 即单位时间内碰撞到系绳的空间碎片个数为系绳所在碰撞平面内单位时间空间碎片经过的个数. 在整个空间环境中, 单位时间内系绳发生毁灭性碰撞的次数为

$$N_{\mathrm{d}}(D) = P_{\mathrm{d}}(D)\varphi(D)(D + D_{\mathrm{T}})L. \tag{11}$$

其中 $\varphi(D)$ 是直径 D 的空间碎片在轨道高度 800 km、轨道倾角 25° 的碎片模型中的通量, 单位 $\mathrm{m^{-2}}$.

在整个空间环境中, 空间系绳在单位时间内碰撞失效的总数 N_{d} 为所有直径空间碎片相应 $N_{\mathrm{d}}(D)$ 的总和, 可表示为

$$N_{\mathrm{d}} = \sum_{D=D_{\min}}^{D_{\max}} N_{\mathrm{d}}(D). \tag{12}$$

综上所述, 模糊应力–强度模型下单股系绳毁灭性碰撞的次数可以通过上述方法和式 (9)~(12) 得到. 使用时只需给定空间系绳的各项数据指标, 如长度、直径、抗拉强度等, 并将其代入上述公式即可得到该结构下空间系绳在相应轨道上单位时间内受到的毁灭性碰撞次数.

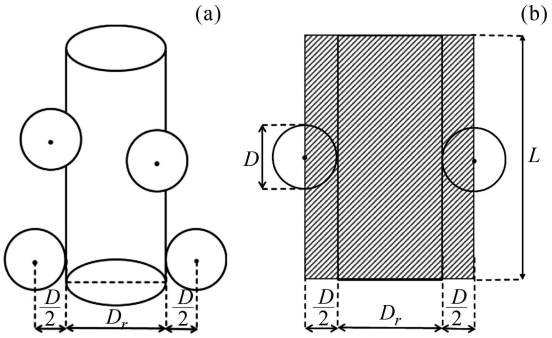


图 5 空间碎片碰撞切割纵向结果. (a) 空间碎片碰撞系绳纵向示意, (b) 空间碎片撞击系绳有效区域 (阴影部分为空间碎片撞击系绳的有效区域)

Fig. 5 Longitudinal schematic diagram of space debris collision cutting. (a) Longitudinal diagram when space debris impacts the tether, (b) effective area when space debris impacts the tether (Shaded part is the effective area where space debris impacts the tether)

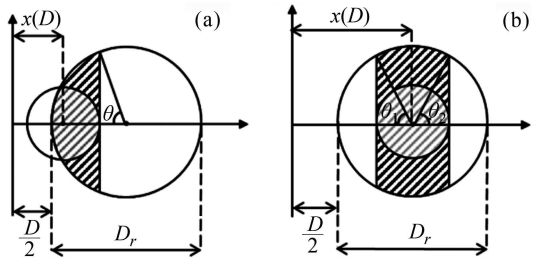


图 6 空间碎片碰撞位置

Fig. 6 Space debris collision location

2.3 双股系绳毁灭性碰撞次数

在多次理论验证和实践经验中, 研究发现单股系绳的可靠性难以满足日益严峻的空间任务环境需要, 因此在单股系绳基础上, 提出了其他结构的空间系

绳, 例如双股结构、网状结构等 [17]. 图 7 所示为双股系绳及网状系绳结构.

双股系绳结构分为绳结和绳环两部分. 在对双股系绳进行可靠性分析时, 其绳结部分与单股系绳相似, 因此可以直接使用单股系绳的可靠性分析结果, 只需将模型中单股系绳横截面积增大到绳结横截面积即可. 但是双股系绳绳环部分如果发生断裂失效, 一般存在两种情况: 一是被一个碎片碰撞切割到两股系绳, 即从初始状态直接转移到失效状态; 二是被两个或两个以上碎片分别碰撞切割两股系绳, 即从初始状态经过中间状态再到失效状态. 图 8 给出双股系绳失效断裂模式的不同情况, 初始状态两股系绳均完好, 中间状态为双股系绳中有一股系绳发生断裂失效, 失效状态为整个双股系绳断裂失效.

模态一根据不同的碎片大小、碰撞位置以及撞击角度, 计算切割面积 ΔQ 随这些量的变化, 下面给出一个具体算例.

以图 9 为例, α 为碎片碰撞方向与双股系绳所在平面的夹角, $D_{\rm tether}$ 为双股系绳圆心之间的距离, 则

$$\begin{cases} \Delta Q_1 = \theta_1 R_{\rm T}^2 - (x - D - R_{\rm T})^2 \tan\theta_1, \\ \Delta Q_2 = \theta_2 R_{\rm T}^2 - (D_{\rm tether}\sin\alpha + R_{\rm T} - x)^2 \tan\theta_2, \\ \Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2. \end{cases}$$

依照这种方式, 可以计算其他不同碎片大小、碰撞位置、撞击角度下的 ΔQ. 随后, 根据单股系绳毁灭性碰撞次数进行类推, 得到这一失效模态下双股系绳毁灭性碰撞次数.

某一直径碎片从位置 x 以某一撞击角度碰撞切割系绳后, 系绳的可靠度为

$$R(\alpha, D, x) = P(s \leqslant a_1) = \int_{-\infty}^{a_1} f_s(s){\rm d}s + \int_{a_1}^{a_2} f_s(s)\frac{a_2 - s}{a_2 - a_1}{\rm d}s. \tag{13}$$

同理, 空间碎片能够碰撞到双股系绳的位置区域位于 $D + D_{\rm T} + D_{\rm tether}\sin\alpha$, 由此可以得到 $R(\alpha, D)$ 的表达式为

$$R(\alpha, D) = \frac{\int_0^{D+D_{\rm T}+D_{\rm tether}\sin(\alpha)} R(\alpha, D, x){\rm d}x}{D + D_{\rm T} + D_{\rm tether}\sin\alpha}. \tag{14}$$

碎片碰撞方向与双股系绳所在平面的夹角 α 取值范围为 0~90°, 其发生毁灭性碰撞的次数为

$$R(D) = \frac{\int_0^{\pi/2} R(\alpha, D){\rm d}\alpha}{\pi/2},$$

$$P_{\rm d}(D) = F(D) = 1 - R(D)N_{\rm d}(D) = P_{\rm d}(D)\varphi(D)(D + D_{\rm T} + D_{\rm tether}\sin\alpha)L,$$

$$N_{\rm d} = \sum_{D=D_{\min}}^{D_{\max}} N_{\rm d}(D).$$

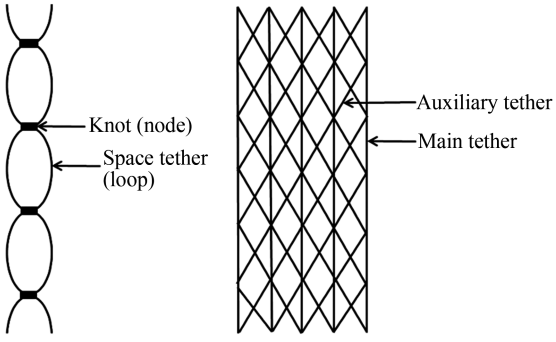


图 7 双股与网状系绳结构

Fig. 7 Double-strand tether and mesh tether structures

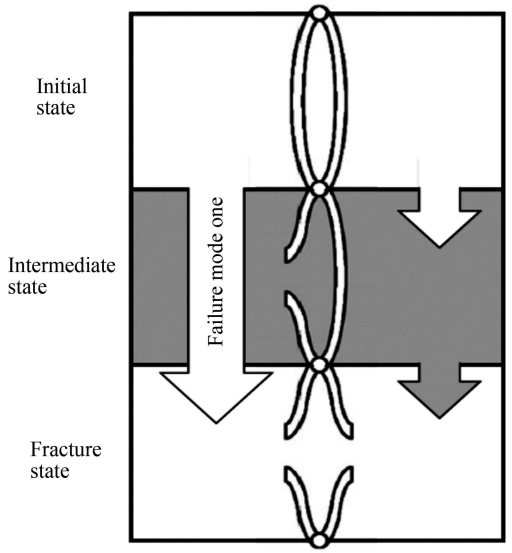


图 8 双股系绳发生断裂失效的两种模态

Fig. 8 Two modes of failure of double-strand tether

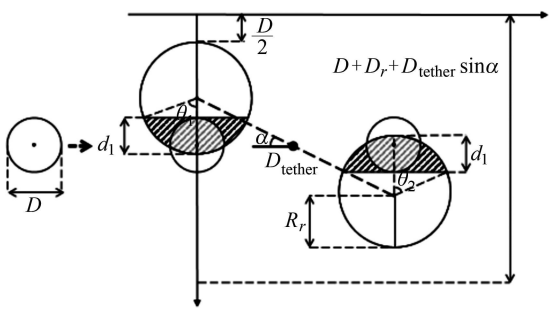


图 9 双股系绳失效模态一

Fig. 9 First failure mode of double-strand tether

模态二中, 当系绳被不同碎片碰撞切割时, 首先应计算单位时间内可以撞击切割到系绳的空间碎片总个数, 由于空间碎片的通量极小, 在进行可靠性分析时, 可以忽略双股系绳被 3 个或 3 个以上空间碎片撞击切割的情况, 即只考虑双股系绳被 2 个空间碎片切割后发生毁灭性碰撞的情况. 综上所述, 模态二可被认为是两个空间碎片中第一个空间碎片碰撞并割断双股系绳中的一股且没有使系绳发生断裂失效, 第二个空间碎片碰撞切割双股系绳中剩下的一股后系绳发生断裂失效. 其切割截面如图 10 所示. 图 10 中左右两股系绳的切割面可以不在同一平面, 但必须在同一个绳环上.

设单位时间内空间碎片碰撞割断双股系绳中的一股但整个系绳不发生断裂失效的情况为 S_1, 次数为 N_{S_1}, 单位时间内空间碎片撞击切割一股系绳使系绳发生失效的情况为 S_2, 次数为 N_{S_2}, 单位时间内双股系绳发生碎片撞击的总次数为 N_Z, 计算方法为

$$N_{S_1}=\sum_{D=D_{\min}}^{D_{\max}}R_{S_1}(D)\varphi(D)(D+D_{\mathrm{T}}+D_{\mathrm{tether}}\sin\alpha)L_{\mathrm{loop}},$$

$$N_{S_2}=\sum_{D=D_{\min}}^{D_{\max}}R_{S_2}(D)\varphi(D)D_{\mathrm{tether}}\sin\alpha L_{\mathrm{loop}},$$

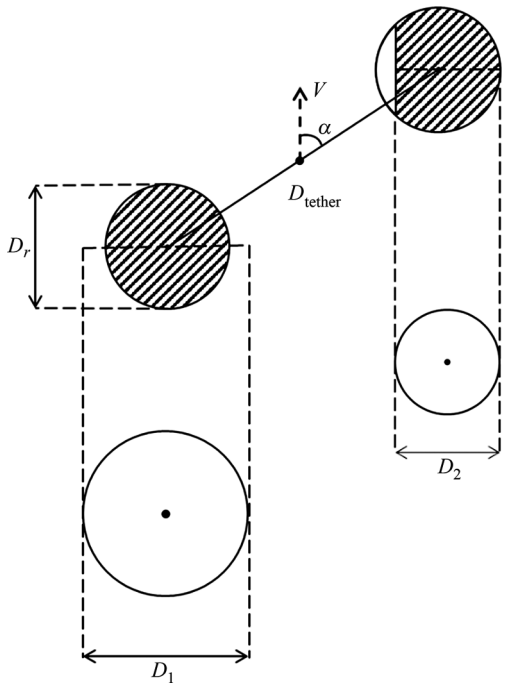


图 10 失效模态二系绳碰撞截面

Fig. 10 Failure mode two tether collision section

$$N_Z=\sum_{D=D_{\min}}^{D_{\max}}\varphi(D)(D+D_{\mathrm{T}}+D_{\mathrm{tether}}\sin\alpha)L_{\mathrm{loop}}.$$

其中, $R_{S_1}(D)$ 为系绳被某一确定直径碎片撞击切割后双股系绳中一股断裂而整个双股系绳不发生断裂的概率, $R_{S_2}(D)$ 为剩下一股系绳被某一确定直径空间碎片碰撞后发生毁灭性碰撞的概率, m 为绳结的个数. $R_{S_1}(D)$ 和 $R_{S_2}(D)$ 的计算过程可由上文推导过程类推得到, 这里不再赘述.

3 空间系绳碰撞可靠度计算

3.1 泊松方法

泊松分布可以用来描述某一件事在一段时间内平均发生 k 次的条件下, 实际发生 n 次的概率, 有

$$P(n)=\frac{k^n}{n!}\mathrm{e}^{-k}. \tag{15}$$

根据泊松方法原理, 在 Δt 时间内系绳发生断裂失效的概率, 即至少发生一次毁灭性碰撞的概率为

$$P=1-P(0)=1-\mathrm{e}^{-C}=1-\mathrm{e}^{-\Delta tN_{\mathrm{d}}}. \tag{16}$$

其中, N_{d} 为单位时间内系绳发生毁灭性碰撞的总次数.

3.2 单股系绳碰撞可靠度

综合上述分析方法和计算过程可得, 随着时间变化, 单股系绳被空间碎片撞击并发生失效的概率为

$$P_{\mathrm{s}}=1-\mathrm{e}^{-\Delta tN_{\mathrm{s}}}.$$

其中 Δt 为系绳暴露在空间环境中的时间, N_{s} 为单位时间内单股系绳发生毁灭性碰撞的次数. 因此, 单股系绳在空间环境中的可靠度为

$$R_{\mathrm{s}}=1-P_{\mathrm{s}}. \tag{17}$$

3.3 双股系绳碰撞可靠度

双股系绳分为绳结和绳环两部分, 在可靠性分析过程中, 应对其分别讨论. 绳结部分在单位时间内发生毁灭性碰撞的次数为

$$N_{\mathrm{dkont}}=\sum_{D=D_{\min}}^{D_{\max}}P_{\mathrm{dknot}}(D)\varphi(D)(D+D_{\mathrm{knot}})L_{\mathrm{knot}}m.$$

其中 D_{knot} 为双股系绳中绳结的宽度, L_{knot} 为双股系绳中单个绳结的长度, m 为整个双股系绳中绳结的个数, $P_{\mathrm{dknot}}(D)$ 为某一直径空间碎片撞击绳结一次就发生毁灭性碰撞的概率.

绳环部分在单位时间内发生毁灭性碰撞的情况可分为两种. N_{d1} 为单位时间内绳环部分被一个空

间碎片撞击失效的次数. $P_{\mathrm{d1}}(D)$ 为某直径一定的空间碎片撞击双股系绳使其直接发生断裂失效的概率, L_{loop} 为单个绳环的长度, 由于整个双股系绳中有 m 个绳结, 因此有 $m+1$ 个绳环.

$$N_{\mathrm{d1}}=\sum_{D=D_{\min}}^{D_{\max}}P_{\mathrm{d1}}(D)\varphi(D)(D+D_{\mathrm{T}}+D_{\mathrm{tether}}\sin\alpha)L_{\mathrm{loop}}(m+1).$$

单位时间内, 一个空间碎片撞击双股系绳导致整个系绳失效的次数为

$$N_1=N_{\mathrm{d1}}+N_{\mathrm{dknot}}.$$

因为双股系绳每一个绳环都被绳结隔开, 因此分析绳环被两个不同碎片撞击的可靠性时应先分析一个绳环, 然后类推到整个系绳. 单位时间内事件 S_1 和 S_2 同时发生的次数, 即双股系绳被多个空间碎片碰撞切割发生断裂失效的次数为

$$N_2=\frac{N_{S_1}N_{S_2}}{N_Z}(m+1).$$

双股系绳在单位时间内发生毁灭性碰撞的次数为

$$N_{\mathrm{double}}=N_1+N_2.$$

综上所述, 在 Δt 时间内, 双股系绳在空间环境中发生毁灭性碰撞的概率及可靠度分别为

$$P_{\mathrm{double}}=1-\mathrm{e}^{-\Delta tN_{\mathrm{double}}},$$

$$R_{\mathrm{double}}=1-P_{\mathrm{double}}.$$

4 仿真分析

在双星展开系绳系统中, 系绳展开长度的改变会导致系绳张力的改变. 选取一个典型的双星展开系统, 其双星质量均为 200 kg, 在前文轨道环境下展开到不同长度, 系绳张力的改变情况如图 11 所示.

从图 11 可以看出, 随着系绳展开长度的改变, 系绳展开过程中最大张力随之变化, 即可靠性仿真分析时应力分布中的 μ 发生改变, 表 1 列出了不同系绳长度下的 μ 值. 因此, 当单股系绳直径均为 0.001 m, 材料均为 Dyneema, 且放置在给定空间轨道上 1 年时, 不同系绳长度对应的毁灭性碰撞个数列于表 2.

图 12 给出了不同长度单股空间系绳可靠性随时间的变化情况. 在可靠性设计中, 通常认为当系统的可靠度低于 0.8 时, 其正常工作能力将无法保证, 因此图 12 中虚线是不同长度单股空间系绳失效概率 P 为 0.2, 即可靠度为 0.8 时对应的时间. 可以看出, 系绳长度越长, 其可靠度越低.

单股系绳的可靠性还与系绳直径密切相关, 表 3 给出相同长度 (10 000 m) 不同直径的单股系绳在空间中放置一年可能发生的毁灭性碰撞个数 N, 以及可靠度小于 0.8 时对应的时间 T. 从表 3 中可以看出, 系绳直径的增加会使得系绳碰撞可靠度大幅提高.

双股系绳在空间中的碰撞可靠性与双股系绳的绳间距、碎片碰撞角度等相关, 表 4 和表 5 给出了不

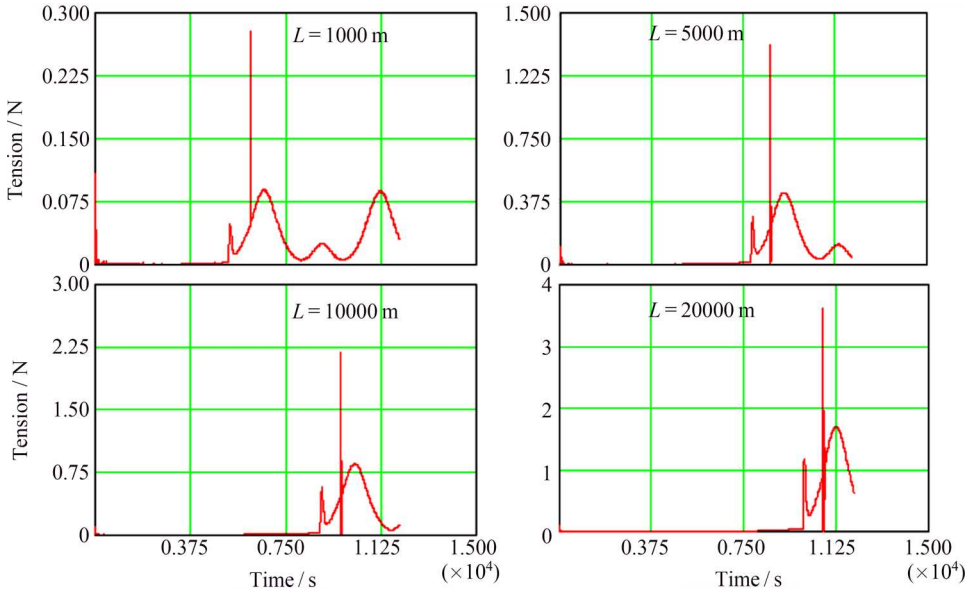


图 11 不同展开长度的张力变化过程

Fig. 11 Tension change process of different tether length

同系绳间距 L 和不同碎片碰撞角度下双股系绳在空间环境中放置一年可能发生的毁灭性碰撞个数, 以及可靠度小于 0.8 时对应的时间 T.

由仿真结果可以得到双股系绳在空间中的碰撞可靠度与绳间距和碰撞角度的关系: 系绳间距越大, 可靠度越大; 空间碎片的碰撞方向与系绳所在平面夹角越大, 可靠度越大. 在实际空间系绳系统中, 当系绳长度要求一定时, 系绳质量会对任务的能量消耗产生很大影响. 当系绳展开长度要求为 10 000 m, 且允许的系绳最大质量为 20 kg 时, 单双股系绳的结构参数 (系绳直径 D 和绳结个数) 及可靠性参数 (单位时间内碰撞次数 N 和可靠工作时间 T) 列于表 6. 图 13

表 1 不同系绳长度 L 对应的 μ 值

Table 1 Values of μ corresponding to different tether lengths L

L/m	μ/N
1000	0.278 265 39
5000	1.313 198 29
10 000	2.189 062 12
20 000	3.721 503 36

表 2 不同系绳长度对应的 L 毁灭性碰撞次数 N

Table 2 Number of devastating collisions corresponding to different tether lengths

L/m	N/a^{-1}
1000	0.042 855 847 2
5000	0.215 029 792 8
10 000	0.436 029 350 4
20 000	0.888 097 910 4

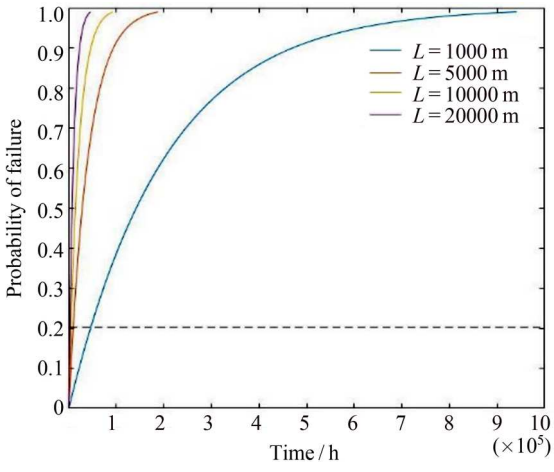


图 12 不同长度系绳失效概率变化趋势

Fig. 12 Probability of failure trend of different length tethers

表 3 不同直径系绳对应的毁灭性碰撞次数 N 及可靠工作时间 T

Table 3 Number of devastating collisions and reliable working time corresponding to different diameter tethers

D/mm	N/a^{-1}	T/h
0.5	5.3856	363
1	0.4360	4484
2	0.0441	44 342
3	0.0161	121 771

表 4 不同间距双股系绳对应的毁灭性碰撞次数 N 及可靠工作时间 T

Table 4 Number of devastating collisions and reliable working time corresponding to different pitch double-strand tethers

L/m	N/a^{-1}	T/h
3	0.0242	80 674
4	0.0161	121 357
5	0.0120	163 126
6	0.0096	203 636

表 5 不同碎片碰撞角度的毁灭性碰撞次数 N 及可靠工作时间 T

Table 5 Number of devastating collisions and reliable working time for different fragment collision angles

$\alpha/(^\circ)$	N/a^{-1}	T/h
30	0.0244	80 050
45	0.0148	131 507
60	0.0113	171 222
90	0.0095	203 636

表 6 单双股系绳结构与可靠性参数

Table 6 Reliability parameters of single and double strand tether

参数	单股系绳	双股系绳
D/mm	0.8101	0.4703
Number of knot	无	10 000
N/a^{-1}	0.8986	0.0437
T/h	2176	44 694

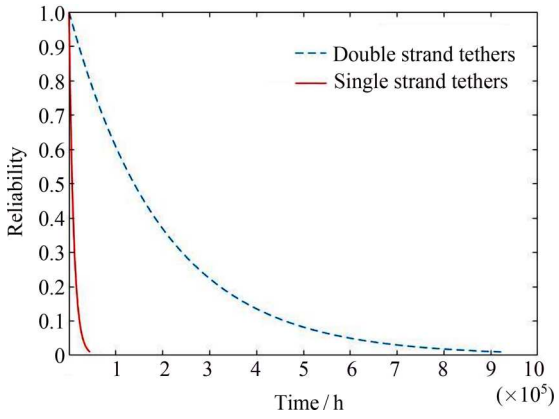


图 13 单双股系绳可靠度随时间的变化

Fig. 13 Changes in reliability of single and double strand tethers with time

给出了单双股系绳可靠度随时间的变化, 从图 13 可以直观看出单双股系绳可靠性的比较.

5 结论

根据仿真研究结果可知, 当空间系绳系统展开长度及质量要求一定时, 采用双股系绳的可靠性远远大于单股系绳. 但是采用双股系绳会增加制造成本, 并且由于双股系绳的特殊结构, 发生缠绕打结的可能性也远大于单股系绳. 因此, 在实际空间系统任务设计中, 单双股系绳结构各有优劣, 具体选用哪种空间系绳结构需要根据实际情况进行分析讨论 [18].

本文通过空间碎片通量模型、系绳碰撞假设和概率分析, 建立了模糊应力–强度模型, 并采用泊松方法研究近地轨道空间系绳碰撞的可靠性, 相比传统可靠性分析方法具有一定的科学性和可信性. 但是未考虑其他空间系绳可靠度影响因素, 例如紫外线、原子氧等. 关于上述因素对空间系绳可靠性的影响, 将在后续的工作中开展相关研究.

参考文献

[1] WILLIAMS P. A review of space tether technology [J]. *Recent Prog. Space Technol.*, 2012, **2**(1): 15-16

[2] TIESENHAUSEN G V. Future Applications of Tethers in Space [R]. Reno: AIAA-1986-53, 1986

[3] BONOMETTI J A, SORENSEN K F, DANKANICH J W, *et al.* 2006 Status of the Momentum exchange Electro-dynamic Re-Boost (MXER) tether development [C]//AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Sacramento: AIAA, 2006

[4] HEIDE E J V, KRUIJFF M. Tethers and debris mitigation [J]. *Acta Astron.*, 2001, **48**(5): 503-516

[5] CHOBOTOV V A, MAINS D L. Tether satellite system collision study [J]. *Space Debris*, 1999, **1**(2): 99-112

[6] WHIGHT K H J R. Satellite Collection During Active States of the Tethered Satellite System [R]. New Orleans: AIAA-1996-2298, 1996

[7] ANSELMO L, PARDINI C. The survivability of space tether systems in orbit around the Earth [J]. *Acta Astron.*, 2005, **56**(3): 391-396

[8] PARDINI C, HANADA T, KRISKO P H. Benefits and risks of using electro-dynamic tethers to de-orbit spacecraft [J]. *Acta Astron.*, 2009, **64**(5-6): 571-588

[9] KHAN S B, SANMARTIN J R. Survival probability of round and tape tethers against debris impact [J]. *J. Spacecraft Rockets*, 2013, **50**(3): 603-608

[10] YU Ziyuan, LI Aijun, YANG shu, *et al.* Study on the survivability of space tethers due to debris collisions [J]. *Chin. J. Space Sci.*, 2018, **38**(4): 560-566 (于子媛, 李爱军, 杨庶, 等. 空间系绳碎片碰撞生存能力研究 [J]. 空间科学学报, 2018, **38**(4): 560-566)

[11] DONG Yuge. Mechanical Fuzzy Reliability Design [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2001 (董玉革. 机械模糊可靠性设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2001)

[12] VERGE C, MORIO J. Probabilistic safety analysis of the collision between a space debris and a satellite with an island particle algorithm [J]. *Space Eng.*, 2017, **114**(1): 443-457

[13] KLINKRAD H. Space Debris: Models and Risk Analysis [M]. New York: Springer, 2006: 16-27

[14] SHAN Minghe, GUO Jian. An analysis of the flexibility modeling of a net for space debris removal [J]. *Adv. Space Res.*, 2020, **65**(3): 1083-1094

[15] HIRAYAMA H, OISHI A, HANADA T, *et al.* Stochastic analysis of survivability of double tether [J]. *Acta Astron.*, 2008, **62**(1): 54-58

[16] PARDINI C, HANADA T, KRISKO P H, *et al.* Are de-orbiting missions possible using electrodynamic tethers-Task review from the space debris perspective [J]. *Acta Astron.*, 2007, **60**(10): 916-929

[17] HANADA T, HIRAYAMA H, OISHI A, *et al.* Survival probability assessment of space tethers [J]. *J. Japan Soc. Aeronaut. Space Sci.*, 2006, **54**(54): 295-304

[18] CARROLL J A. SEDS deployer design and flight performance [J]. *AIAA Paper*, 1993, **93**(4764): 3-8