

基于统计机器学习的中纬地区 M(3000)F2 预测方法

陈镜伊¹ 于俏¹ 王健^{1,2*}

1(天津大学微电子学院 天津 300072)

2(华北电力大学电气与电子工程学院 北京 102206)

摘要 电离层 F2 层 3000km 传输因子 M(3000)F2 是支撑高频 (High Frequency, HF) 通信选频和系统效能评估的关键参数, 其准确预测对 HF 通信具有重要意义。为了进一步提升 M(3000)F2 的预测精度, 本研究基于统计机器学习 (Statistical Machine Learning, SML), 构建了一种适用于北美中纬地区的高精度 M(3000)F2 预测模型。所建模型通过谐波分解捕捉 M(3000)F2 的非线性动态变化规律, 并依据分层阻断验证策略, 按太阳活动水平分层抽取验证样本, 使得该模型在不同太阳活动水平下均具备优秀的泛化能力。以北美中纬度地区 9 个电离层观测站在 1996-2024 年间的观测数据为基础, 本研究系统评估了 F10.7、太阳黑子数、Lyman- α 、MgII 和 EUV 这 5 种太阳活动指数的独立及联合预测效能, 最终筛选出以 Lyman- α 指数、月份和世界时作为输入变量的最优模型配置。结果表明, 相较于国际参考电离层模型, 本研究建模模型的平均绝对误差、均方根误差和决定系数分别减少 0.05、0.08 和 0.39, 性能分别提升 38.46%、42.11%和 48.15%, 实现了高精度的 M(3000)F2 预测。

关键词 电离层, F2 层 3000km 传输因子, 预测, 统计机器学习

中图分类号 P352

A Prediction Method for M(3000)F2 in Mid-latitude Region Based on Statistical Machine Learning

CHEN Jingyi¹ YU Qiao¹ WANG Jian^{1, 2*}

1 (School of Microelectronics, Tianjin University, Tianjin 300072)

2 (School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206)

Abstract The 3000 km propagation factor M(3000)F2 of ionospheric F2 layer is a key parameter supporting frequency selection and system performance evaluation in High Frequency (HF) communication. Accurate M(3000)F2 prediction is critical for reliable communication but remains challenging. The uneven spatial

基金项目: 国家自然科学基金 (62571361), 国防技术基础项目 (JSHS2024210A001)

投稿日期:

E-mail: wangjian16@tju.edu.cn

distribution of ionospheric observation instruments and strong temporal variability of the ionosphere limit the performance of conventional prediction methods. To address this issue, a statistical machine learning (SML) model is developed to predict M(3000)F2 in the North American mid-latitude region. Harmonic decomposition is introduced to describe nonlinear and periodic variations of M(3000)F2 at different temporal scales. A stratified validation strategy is also employed to improve model robustness, ensuring that validation samples cover different solar activity levels. The paper analyzes data from nine mid-latitude ionospheric stations in the mid-latitude region of North America, spanning 1996 to 2024. Five solar activity indices are considered, including F10.7, sunspot number, Lyman- α , MgII, and extreme ultraviolet. Their predictive performance is examined both individually and in combination. The results indicate that the optimal model configuration uses Lyman- α , month, and universal time as input variables. Compared with the International Reference Ionosphere (IRI) model, the SML model achieves smaller prediction errors. The mean absolute error and root mean square error are reduced by 0.05 and 0.08, while the coefficient of determination increases by 0.39. These improvements correspond to 38.46%, 42.11%, and 48.15%, respectively. The proposed model maintains stable predictive performance under different solar activity phases, geographical locations, and seasonal conditions, suggesting its applicability to HF communication frequency management and space weather applications.

Key words Ionosphere, 3000 km propagation factor M(3000)F2 of ionospheric F2 layer, Prediction, Statistical machine learning

0 引言

高频 (High Frequency, HF) 通信是指频率范围在 3-30MHz 的无线电通信, 凭借电离层反射实现远距离传输, 在海事、航空、应急和国际广播等领域发挥重要作用^[1]。HF 通信的传播特性依赖于电离层状态, 且电离层特性直接影响无线电波的传播路径、衰减特性和可用频率范围^[2,3]。在表征电离层传播能力的参数中, 电离层 F2 层 3000km 传输因子 (M(3000)F2) 尤为关键, 其定义为 F2 层 3000km 处最大可用频率 (MUF) 与临界频率之比^[4]。M(3000)F2 在 HF 通信系统中具有多方面的工程价值: (1) M(3000)F2 可用于计算 MUF^[5], 为 HF 通信选频提供依据, 并提升频率资源的利用效率^[6,7]; (2) M(3000)F2 能表征电离层的等效反射高度特性, 可用于估算电波的传播路径、跳跃次数和覆盖区域^[8], 因此常被用于通信系统规划与性能评估; (3) M(3000)F2 对太阳活动、地磁扰动和季节变化敏感, 其异常波动可作为电离层扰动和空间天气事件的指示信号^[9,10]; (4) M(3000)F2 与 F2 层峰值高度 (hmF2) 存在经验关系^[11], 在 hmF2 数据稀缺地区, 可通过 M(3000)F2 反演 hmF2, 从而构建电子密度剖面模型。当前, M(3000)F2 预测面临双重挑战。一方面, 全球电离层观测台站分布不均, 导致许多区域缺乏 M(3000)F2 实测数据支撑^[12]; 另一方面, 受 11 年太阳活动周期、季节变化和地磁扰动等多重因素影响^[13,14], M(3000)F2 的时间变化规律复杂, 传统插值或外推方法难以满足跨时间尺度的预测需求。因此, 构建高效准确的 M(3000)F2 预测模型, 对于弥补观测空白、支撑 HF 通信的频率管理和空间天气服务具有重要意义。

早期, M(3000)F2 预测模型多为经验模型。国际参考电离层模型 (International Reference Ionosphere, IRI) 作为电离层参数预测的国际标准, 采用球谐函数对 M(3000)F2 进行参数化建模, 目前公开版本已更新至 IRI-2020 版本^[15]。随着数据分析技术的发展, 时空分解方法逐渐被引入 M(3000)F2 建模研究。Li 等^[16]于 2008 年率先将经验正交函数 (Empirical Orthogonal Function, EOF) 应用于 M(3000)F2 建模, 通过分解时空观测

序列提取主成分，再结合太阳活动指数构建预测模型。随后，Zhang 等人^[17]将 EOF 方法推广至全球尺度，验证了其在不同纬度带的适用性。2020 年，Wang 等^[18]针对东亚区域提出了一种基于修正正交时空函数的改进方案，通过引入太阳黑子数、F10.7 及地磁倾角等特征，提升了 M(3000)F2 预测精度。近年来，机器学习方法在 M(3000)F2 预测领域的应用日益广泛。Oyeyemi 等^[19]提出基于人工神经网络的 M(3000)F2 全球预测模型。在此基础上，Oronsaye 等^[20]利用全球 80 个电离层站点的小时值数据对模型进行了更新优化，进一步提升了其在低纬及赤道区域的适用性。Bai 等^[21]引入极限学习机，在保持精度的同时大幅缩短了训练时间。Shi 等人^[22]将改进的完全集成经验模态分解与双向长短期记忆网络 (Bi-LSTM) 相结合，使模型有效捕捉 M(3000)F2 的非平稳变化特征与突变行为。2024 年，Sherstyukov 等^[23]采用卷积神经网络实现电离图的自动识别，可直接从原始观测数据中提取 M(3000)F2 等关键参数。

综上所述，现有 M(3000)F2 预测方法各有特点：经典模型物理意义明确但区域适应性不足，时空分解方法能提取主导模式但对非线性响应的刻画能力较弱，机器学习方法精度较高但存在训练数据需求量大、计算成本高、模型可解释性弱等问题^[24]。为在预测精度、计算效率和模型可解释性之间寻求平衡，本研究提出了一种基于统计机器学习 (Statistical Machine Learning, SML) 的 M(3000)F2 预测方法。该方法以多种太阳活动指数和时间参数为输入，通过多项式展开和谐波分解协同表征长期尺度变化和短期小尺度周期性变化，在保持模型结构透明性和参数物理意义的同时，实现对 M(3000)F2 复杂时间变化的精准捕获。本文的结构安排如下：首先详细阐述了 SML 方法论框架，介绍建模所需的数据和预处理方法，并基于该数据建立了 M(3000)F2 的预测模型；之后，对模型预测结果进行系统评估，最后对模型进行讨论并总结展望未来研究方向。

1 建模方法

1.1 方法

不同于深度学习通过多层非线性映射逐渐逼近复杂函数，SML 更注重在明确定义的假设空间内，依据统计准则寻找最优逼近函数^[25,26]。针对 M(3000)F2 预测任务，本文将建模过程分解为“模型、策略、算法”三要素^[29]，并据此解决了机器学习任务中的四个核心问题：数据采集、模型选择、模型确定与模型评估。图 1

展示了本研究方法论的完整逻辑架构。

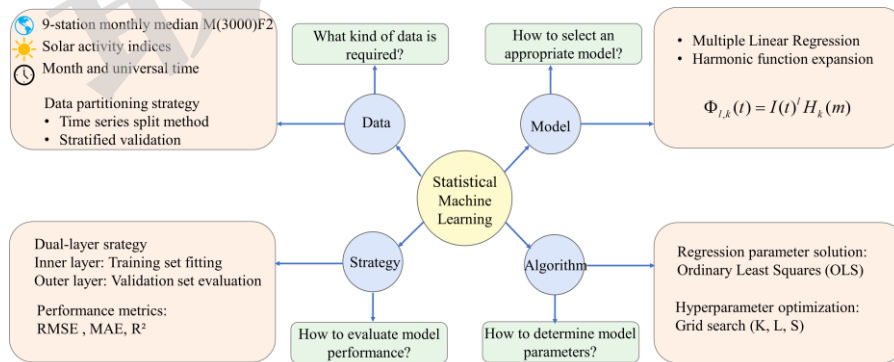


图 1 基于 SML 的 M(3000)F2 建模方法

Fig. 1 Methodology of modeling M(3000)F2 based on SML

如图 1 所示，本研究的方法论围绕 SML 的三要素展开：

(1) 模型：模型设计的核心在于利用可解释的数学结构表征 M(3000)F2 与太阳活动指数以及时间之间复杂的非线性与周期性关系。M(3000)F2 的变化主要受太阳活动水平和地球运动的共同影响，呈现出长周期非线性趋势与短周期波动特性。在长期趋势上，太阳活动水平决定了电离层的背景状态。太阳辐射强度的强弱直接影响电离层 F2 层参数的幅值水平^[27]，使 M(3000)F2 随 11 年太阳活动周期呈现出非线性变化规律。在周期变化上，受地球自转与公转引起的太阳天顶角周期性变化影响，M(3000)F2 表现出多尺度周期性叠加特征。除年周期变化外，M(3000)F2 还存在半年周期、季节性波动等更细微的变化^[28]。上述周期

性分量与长期趋势相互叠加，共同构成 M(3000)F2 的时变特性。基于此，本研究选用多元线性回归作为基础框架，该框架结构透明，参数物理意义明确；同时引入基函数展开以提升模型的非线性拟合能力。设 t 时刻的 M(3000)F2 观测值为 $M(3000)F2(t)$ ，所建模型可表示为：

$$M(3000)F2(t) = \Phi(t)^T \beta + \varepsilon(t) \quad (1)$$

式中， $\Phi(t)$ 为 t 时刻的特征向量， β 为待定系数向量， $\varepsilon(t)$ 为服从正态分布的随机误差项。具体而言， $\Phi(t)$ 由太阳活动指数的多项式基函数与时间周期傅里叶谐波基函数相乘生成，表达式如下：

$$\Phi_{l,k}(t) = I(t)^l H_k(m) \quad (2)$$

式中， $I(t)$ 为太阳活动指数的多项式基向量， $l \in \{0, 1, \dots, L\}$ 为多项式阶数，用于捕捉太阳活动的非线性响应； $k \in \{0, 1, \dots, K\}$ 为谐波阶数， $H_k(m)$ 包含 $\{\cos(2\pi km/12), \sin(2\pi km/12)\}$ ，用于描述不同时间尺度下的周期性变化。

(2) 策略：为在模型复杂度与泛化能力之间取得理论上的最优平衡，本研究依据统计学习中的结构风险最小化原则^[25]，设计了一种双层优化策略。具体而言，内层优化是在固定模型结构的前提下，通过最小化训练集上的均方根误差（Root Mean Square Error, RMSE）确定最优系数 β 。而外层优化针对模型结构，以验证集泛化误差最小化为准则，搜索最优超参数组合，同时避免过拟合。

(3) 算法：即实现“策略”的计算过程，同样遵循双层架构。内层参数估计选用最小二乘法，由于参数 β 优化的目标函数是凸函数，可通过求解正规方程求得全局最优解。外层超参数优化采用全局网格搜索方法，对由多项式阶数 L 、谐波阶数 K 以及太阳活动指数子集构成的超参数空间进行遍历，依据验证集 RMSE 确定最优模型结构，该方法能系统搜索全局最优，避免陷入局部最优解。

基于上述三要素，本研究构建了一套完整的统计机器学习建模流程，以系统解决电离层 M(3000)F2 预测中的四个核心问题：

(1) 数据采集：用于 SML 建模的数据需具有相同且确定的统计特征，而建模的实质就是找到合适的映射关系来描述这种统计特征。由于电离层数据具有强时序自相关性，且受 11 年太阳活动周期影响，采用传统的交叉验证或随机抽样易导致数据泄露。因此，本研究在采用时序留出法的基础上，提出分层阻断验证策略，在训练、验证、测试集时间不重叠的前提下，依据太阳黑子数将训练集划分为低、中、高三个层级，从各层级中抽取年份构成验证集，用于选择模型结构，其余训练数据保留为训练集用于参数建模，测试集用于模型性能评估。

(2) 模型选择：本质为超参数优化，避免模型过简单产生高偏差或过复杂导致高方差。为找到偏差-方差最佳平衡点，本研究构建了一个从简至繁的假设空间，由 K, L 及太阳活动指数组合共同定义。采用全局网格搜索算法系统遍历该空间，并以验证集上 RMSE 最小值作为评判标准，筛选出泛化能力最优的模型结构。

(3) 模型确定：在确定最优模型结构后，采用最小二乘法在训练集上求解最优参数 β 。为准确描述不同地理位置和不同时间的 M(3000)F2 特性，本研究为每个站点 s 和每个世界时 t 独立训练参数 $\beta_{s,t}$ 。

(4) 模型评估：为全面评估 SML 模型的预测性能，本研究选用 RMSE、平均绝对误差（Mean Absolute Error, MAE）和决定系数（ R^2 ）三项指标，在测试集上进行定量评估。同时，将最优 SML 模型与 IRI 模型进行对比。若 SML 模型在统计指标上显著优于 IRI 模型，则证明其有效性及应用潜力。各指标的计算公式如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (M(3000)F2_i^{obs} - M(3000)F2_i^{pred})^2} \quad (3)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |M(3000)F2_i^{obs} - M(3000)F2_i^{pred}| \quad (4)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (M(3000)F2_i^{obs} - M(3000)F2_i^{pred})^2}{\sum_{i=1}^N (M(3000)F2_i^{obs} - \overline{M(3000)F2^{obs}})^2} \quad (5)$$

式中, N 为样本总数, $M(3000)F2_i^{obs}$ 为第 i 个观测值, $M(3000)F2_i^{pred}$ 为模型第 i 个预测值, $\overline{M(3000)F2^{obs}}$ 表示所有观测值的平均值。

1.2 流程

本文遵循 SML 的建模逻辑构建 M(3000)F2 预测模型, 完整流程如图 2 所示。

过程 I: 数据构建。选取北美 9 个测高仪站点的 M(3000)F2 观测值及太阳活动指数, 经预处理后, 采用时序留出法划分训练集、验证集和测试集。

过程 II: 模型选择。引入非线性多项式与时间周期谐波的基函数扩展, 构建特征矩阵。

过程 III: 模型确定。通过网格搜索遍历超参数空间, 对每一组参数配置, 基于最小二乘法完成参数估计, 并以验证集 RMSE 最小为准则, 确定全局最优的模型结构配置。

过程 IV: 综合验证。将最优模型应用于测试集进行预测, 并计算相关统计指标。

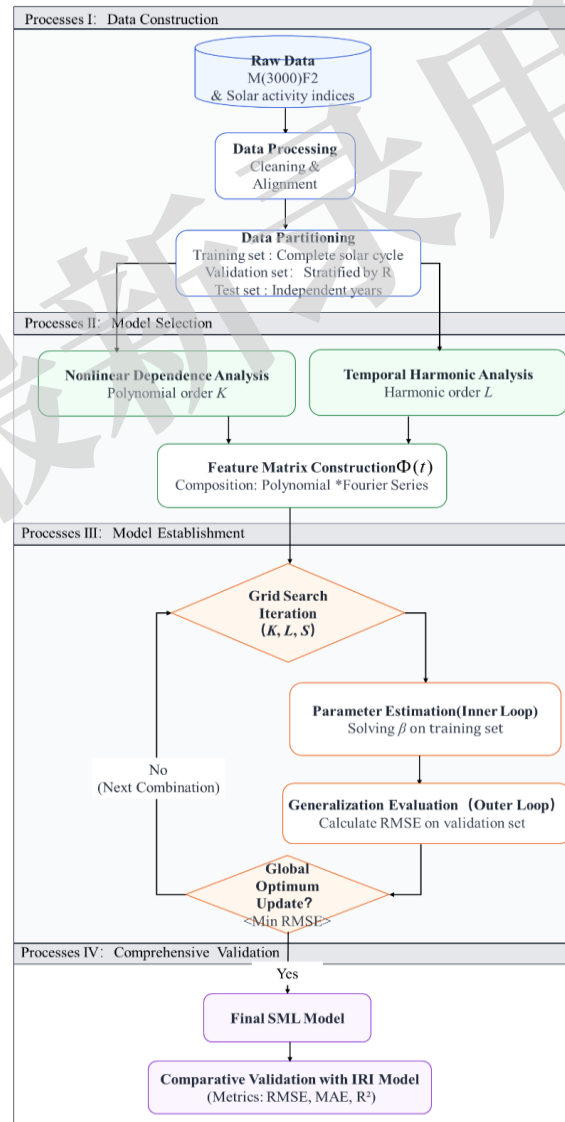


图 2 基于 SML 的 M(3000)F2 建模流程图

Fig. 2 Flowchart of M(3000)F2 modeling based on SML

1.3 数据

1.3.1 M(3000)F2

本文所用 M(3000)F2 来自国际电离层无线电观测网 (Global Ionosphere Radio Observatory, GIRO) [30]。GIRO 基于全球布设的数字电离层探测仪, 长期提供逐小时电离层关键参数。本文选取了位于美洲中高纬度的 9 个代表性观测站进行后续分析: Alpena、Austin、Boulder、Dyess Afb、Eglin Afb、Idhao National Lab、Millstone Hill、Pt Arguello 和 Wallops Is。对收集到的原始数据, 本文进行了以下预处理: (1) 由于不同站点的观测频率存在差异, 为保证数据格式一致性, 本文采用的 M(3000)F2 数据分辨率为 1 小时; (2) 在每月内, 对同一小时的观测值取中位数, 形成 M(3000)F2 月中值序列, 以平滑短期异常并增强长期建模的稳定性。

9 个台站的地理位置及有效数据量如图 3 所示, 图中圆圈的大小和颜色均表示数据量的多少, 颜色由蓝至黄表示数据量由少到多。由图可知, 样本量介于 3072 到 7825 之间, 站点空间分布较为均匀。

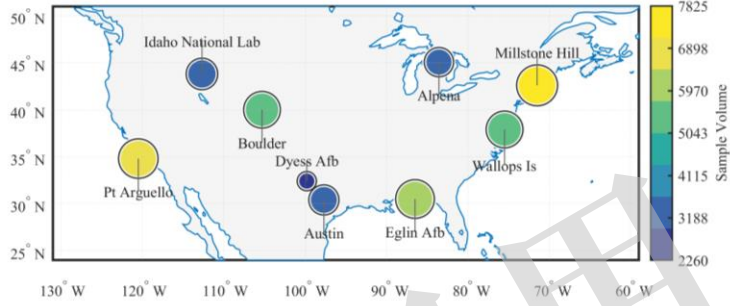


图 3 建模站点的地理位置分布及采集数据量

Fig. 3 Geographical distribution and data volume of the modeling stations

图 4 给出各站点数据集时间分布及太阳活动变化示意图, 彩色散点表示不同站点的 M(3000)F2 有效数据覆盖情况, 时间跨度为 1996~2024 年, 尽管部分站点存在数据缺失或间断, 但所有站点数据均满足半个太阳活动周期的分析需求。为直观展示观测数据所处的太阳活动背景, 图中叠加绘制了 12 月滑动平均太阳黑子数 R_{12} 的时间演化曲线, 用于表征太阳活动的长周期变化前, 其具体定义与计算方法已在 1.3.2 节“太阳活动指数”中说明。由图 4 可知, 观测时段内覆盖了两个完整的太阳活动周期。为确保模型在不同太阳活动水平下均具备泛化能力, 本研究依据的幅值变化, 将太阳活动水平划分为三个层级, 分别为太阳活动低年 ($R_{12} < 50$)、中年 ($50 < R_{12} < 100$) 和高年 ($R_{12} > 100$), 并制定了基于太阳活动水平进行分层的数据划分方式, 具体划分方式如表 1 所示:

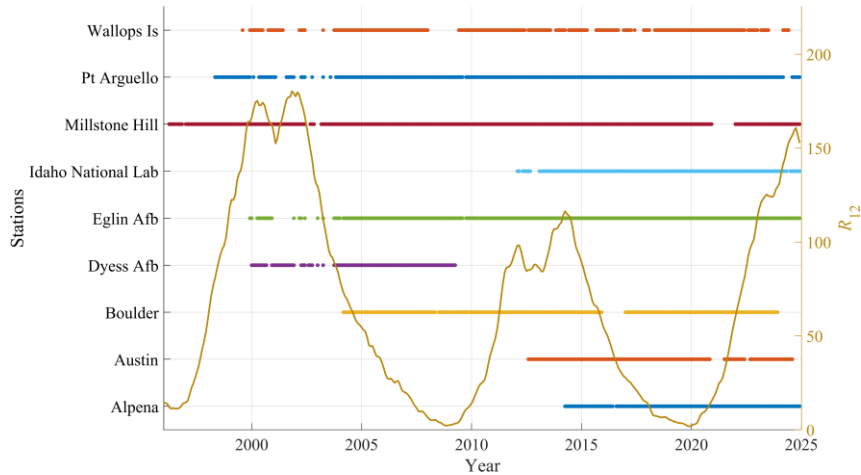


图 4 建模站点有效数据时期与 R_{12} 的对应关系

Fig. 4 Correspondence between effective data periods of the modeling stations and R_{12}

表 1 站点数据集划分详情

Table 1 Details of Dataset Partitioning for Each Station

序号	站名	训练集*	验证集	测试集
1	Alpena	2016-2024	2018 2021 2023	2014-2015
2	Austin	2012-2022	2014 2016 2018	2023-2024
3	Boulder	2012-2023	2014 2015 2016	2004-2006
4	Dyess Afb	2000-2009	2002 2005 2007	2008-2009
5	Eglin Afb	2000-2024	2011 2012 2016	2010-2012
6	Idhao National Lab	2014-2024	2016 2018 2022	2012-2013
7	Millstone Hill	1999-2024	2011 2012 2016	1996-1998
8	Pt Arguello	2002-2024	2011 2013 2016	1998-2001
9	Wallops Is	2002-2024	2011 2013 2016	1999-2000

注：*训练集为该时间范围内除验证集和测试集年份外的所有年份。

(1) 训练集：除测试集和验证集外的所有数据，旨在用于模型参数的分析。

(2) 验证集：为避免样本偏差，本研究从太阳活动低、中、高三个层级中各抽取一个完整年份构成验证集，既能确保验证数据的时间连续性，又可覆盖完整的太阳活动周期动态。

(3) 测试集：鉴于各台站观测数据的有效时段存在差异，在保障训练集覆盖至少一个太阳活动半周期的前提下，本研究根据各台站数据情况选取独立且连续的年份作为测试集，确保测试集能够评估模型在不同太阳活动背景和季节下的预测能力。

1.3.2 太阳活动指数

M(3000)F2 对太阳活动引起的光电离率、热层加热和尺度高变化均有敏感性，因此，本文选取 10.7cm 太阳射电通量 (F10.7)、太阳黑子数 (Sunspot Number, R)、氢原子 Lyman- α 辐射、镁 II 核-翼比指数 (Magnesium II core-to-wing ratio, MgII) 以及太阳极紫外辐射 (Extreme Ultraviolet, EUV) 五类太阳活动指数作为模型的候选自变量，它们分别从无线电、可见/紫外强线、光谱比值和极紫外辐照等角度表征太阳活动强度，可近似表征太阳辐照与磁活动的总体水平^[31]，且均可从 LASP 综合太阳辐照数据中心 (LISIRD) 获取 (<https://lasp.colorado.edu/lisird/>)。为匹配月尺度建模并抑制短期扰动，所有指数均经 12 月滑动平均处理，并与观测时间轴对齐，再用于后续建模。经平滑处理后的太阳活动指数变化情况如图 5 所示。

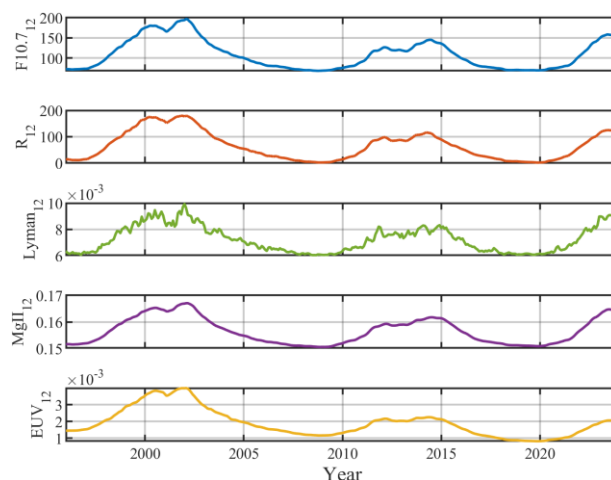


图 5 建模对应时段内的太阳活动指数变化特性

Fig. 5 Variations of solar activity indices during the modeling period

(1) F10.7: 表示太阳在 10.7cm 波段的射电通量, 主要来源于色球层和日冕下层的辐射过程。F10.7 能较好地反映太阳极紫外和紫外辐照的变化, 这些辐射对电离层光化电离和热层加热有直接影响, 被广泛应用于电离层参数预测模型^[32]。其 12 月滑动平均值记为 F_{12} 。

(2) R: 为太阳黑子数, 是应用最广泛的一种太阳活动指标, 用于描述太阳光球和低色球磁活动水平的经典指标, 用于刻画 11 年太阳活动周期的相位和强度。其长期变化与电离层背景状态密切相关, 已在多项电离层长期建模与预测研究中得到验证^[33], 其 12 月滑动平均值记为 R_{12} 。

(3) Lyman- α : 该辐射是氢原子电子由第一激发态跃迁至基态产生的 121.6nm 强线辐射, 主要源自太阳色球层和过渡区。它是电离层光化电离的重要辐射源, 其在时间尺度的变化与 F 区电子密度和热层温度密切相关^[34]。其 12 月滑动平均值记为 Lyman_{12} 。

(4) MgII: 该指数定义为镁离子 h 线 (279.56nm) 和 k 线 (280.27nm) 的核心辐射与翼部辐射强度之比, 是表征色球层活动和紫外辐射水平的稳定指标, 其演变可有效反映太阳紫外变化, 在电离层建模研究中常作输入^[35]。其 12 月滑动平均值记为 MgII_{12} 。

(5) EUV: 作为 F 区电离过程中的主要能量来源, EUV 的变化直接影响电子密度峰值和 HF 传播条件, 数据通常源于卫星观测或合成代理模型^[36]。其 12 月滑动平均值记为 EUV_{12} 。

12 月滑动平均值由以下公式计算:

$$V_{12} = \frac{1}{12} \left[\sum_{i=n-5}^{n+5} \bar{V}_i + \frac{1}{2} (\bar{V}_{n-6} + \bar{V}_{n+6}) \right] \quad (6)$$

式中, V 代表太阳活动指数。

2 模型确定

M(3000)F2 的时序变化可分解为长期大尺度特征与小尺度周期特征。大尺度变化特征反映了其随太阳活动周期的长期变化, 小尺度周期特征则叠加了年、半年及季度等多时间尺度的波动。本研究引入傅里叶谐波基函数对时间变量进行周期映射, 并结合太阳活动指数的多项式展开捕捉非线性趋势, 全面反映 M(3000)F2 的变化规律。

假定参与建模的太阳活动指数集合为:

$$I = \{F_{12}, R_{12}, \text{Lyman}_{12}, \text{MgII}_{12}, \text{EUV}_{12}\} \quad (7)$$

其中, 各太阳活动指数均取 12 月滑动平均值以抑制短期扰动, 并与观测序列在时间轴上严格对齐。记 I 的任一子集为 $S \subseteq I$, 子集 S 中第 j 个太阳活动指数记为 S_j , 其在 t 时刻的取值记为 $S_j(t)$ 。记月份为 $m \in \{1, 2, \dots, 12\}$ 。

基于此, M(3000)F2 的时间变化映射可写为:

$$\begin{aligned} \text{M(3000)F2} &= \hat{M}(j, m, t) \\ &= \sum_{S_j \in S} \sum_{k=0}^K \sum_{l=0}^L \left[a_{jkl} S_j(t)^l \cos\left(\frac{2\pi km}{12}\right) + b_{jkl} S_j(t)^l \sin\left(\frac{2\pi km}{12}\right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

式中, a_{jkl} 和 b_{jkl} 为待定系数, 谐波最高阶数 K 控制拟合深度, 太阳活动指数项的多项式最高阶数 L 控制非线性程度。 K 和 L 的确定, 是平衡模型表达能力与泛化能力的关键。当 K, L 过小, 模型无法有效捕捉季节相位偏移及太阳活动的非线性饱和效应; 当 K, L 过大时, 参数维度激增, 引发多重共线性和过拟合。基于电离层参数建模的研究结果, 本研究中将 K 与 L 限定为 1 至 3^[37,38], 其中, $k \in \{1, 2, \dots, 3\}$ 分别对应年周期、半年周期、季度周期特征, $l \in \{1, 2, 3\}$ 对应 M(3000)F2 随太阳活动指数的变化规律。

对每一对候选超参数 (K, L) , 遍历太阳活动指数的所有可能子集 S , 并构造相应的矩阵 $\mathbf{X}_{K,L,S}$ 。 $\mathbf{X}_{K,L,S}$ 是包含候选指数子集 S 的多项式项及正余弦谐波项。记 M(3000)F2 观测值向量为 $\mathbf{M(3000)F2}$, 通过最小二乘法估计待定系数:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{K,L,S} = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \left\| \mathbf{M(3000)F2} - \mathbf{X}_{K,L,S} \boldsymbol{\beta} \right\|_2^2 = (\mathbf{X}_{K,L,S}^T \mathbf{X}_{K,L,S})^{-1} \mathbf{X}_{K,L,S}^T \mathbf{M(3000)F2} \quad (9)$$

式中, $X_{K,L,S}$ 为对应 (K, L, S) 设定下的训练矩阵, $\hat{\beta}_{K,L,S}$ 为长度为 $(1+K \cdot r)(1+2L)$ 的系数向量, 依次包含截距、太阳活动指数的幂次项系数及谐波项系数, r 为选入的太阳活动指数个数。

随后, 对于验证集中的每个样本, 根据其对应的太阳活动指数和时间变量构造矩阵 $X_{K,L,S}$, 并结合训练得到的模型系数 $\hat{\beta}_{K,L,S}$ 计算 M(3000)F2 预测值, 将预测值与观测值进行比较, 计算所有组合下的 RMSE 值, 选取使验证集误差最小的超参数组合作为全局最优配置:

$$(K^*, L^*, S^*) = \arg \min_{K,L,S} RMSE(K, L, S) \quad (10)$$

由此可确定最优的多项式阶数 L^* 、谐波展开深度 K^* 以及太阳活动指数集合 S^* 。

图 6 给出了在不同超参数组合及太阳活动指数子集下, 模型在验证集上的 RMSE。横轴为多项式阶数 L , 纵轴为谐波阶数 K , 每个单元格的顏色代表在该 (K, L) 组合下遍历所有太阳活动指数子集后所获得的最低 RMSE 值, 顏色从黄色(高误差)到蓝色(低误差)逐渐过渡, 单元格中的文字标签则标示了取得该最优预测性能的特定太阳活动指数子集。需要说明的是, 虽然 F10.7、R、Lyman- α 、MgII 和 EUV 这 5 类指数均参与了候选子集的遍历搜索, 但由于 F10.7 和 R 在所有超参数组合下的表现均未达到最优, 因此未出现在图 6 所示的最优指数标签中。结果显示:



图 6 SML 模型超参数优化结果

Fig. 6 Hyperparameter optimization results of the SML model

(1) 相较于线性模型 ($L=1$), 引入二次项 ($L=2$) 后 RMSE 降低并达到全局最优, 表明 M(3000)F2 与太阳活动间存在非线性关系。然而, 当 L 进一步提高, 模型性能并未持续改善, 反而出现 RMSE 回升, 表明更高阶的非线性因模型过度复杂而导致泛化性能下降。因此, $L^*=2$ 为最优选择, 在表征主要非线性特征的同时避免了过拟合风险。

(2) 谐波阶数 K 的优化结果表明, 模型对时间周期性的表征深度影响预测精度。在最优 $L=2$ 时, K 从 1 增至 2 时, 验证集误差下降, 并在 $K=2$ 时达到最优。这与电离层在太阳辐射驱动下表现出的多时间尺度耦合特性相一致, 验证了在年周期基础上引入半年谐波的必要性。

(3) 太阳活动指数的选择呈现出对模型复杂度的依赖关系。在线性模型框架下, 需同时引入多个太阳活动指数(如 Lyman- α 与 EUV)才能达到较优性能, 而最优二次模型仅使用单一 Lyman- α 指数便实现全局最小误差 (RMSE=0.10, 图中星标位置)。这表明在适当的非线性映射下, Lyman- α 作为极紫外辐射的有效代理指标^[34], 在表征 F2 层电离过程的非线性驱动机制上具有优秀的物理解释力。该结果不仅符合在保证精度的前提下, 模型应尽可能简单的原则, 还避免了引入多源指数可能带来的多重共线性问题, 增强了模型的稳健性与可解释性。

综上, 最优模型配置为: 采用二次多项式 ($L^*=2$) 描述 M(3000)F2 对太阳活动的非线性响应, 结合二阶谐波展开 ($K^*=2$) 捕捉年周期和半年周期的时变规律, 以 Lyman- α 指数作为太阳活动输入, 该组合在偏差-方差权衡中达到最佳平衡, 式 (8) 可写为:

$$\begin{aligned}
M(3000)F2(\text{Lyman}_{12}, m) &= \sum_{k=0}^2 \sum_{l=0}^2 [a_u \text{Lyman}_{12}(t)^l \cos(\frac{2\pi km}{12}) + b_u \text{Lyman}_{12}(t)^l \sin(\frac{2\pi km}{12})] \\
&= a_{00} + a_{01} \text{Lyman}_{12}(t) + a_{02} \text{Lyman}_{12}^2(t) + a_{10} \cos(\frac{2\pi m}{12}) + \\
&\quad a_{11} \text{Lyman}_{12}(t) \cos(\frac{2\pi m}{12}) + a_{12} \text{Lyman}_{12}^2(t) \cos(\frac{2\pi m}{12}) + \\
&\quad \dots \\
&\quad b_{20} \sin(\frac{4\pi m}{12}) + b_{21} \text{Lyman}_{12}(t) \sin(\frac{4\pi m}{12}) + b_{22} \text{Lyman}_{12}^2(t) \sin(\frac{4\pi m}{12})
\end{aligned} \tag{11}$$

通过最小二乘法并以 RMSE 作为评价标准即可确定时间映射中的未知系数 a_{kl} , b_{kl} 。图 7 分别给出了 9 个建模站点的时变系数图。图中系数标识 1~18 分别对应 a_{00} , a_{01} , a_{02} , b_{00} , b_{01} , b_{02} , a_{10} , a_{11} , a_{12} , b_{10} , b_{11} , b_{12} , a_{20} , a_{21} , a_{22} , b_{20} , b_{21} , b_{22} 。

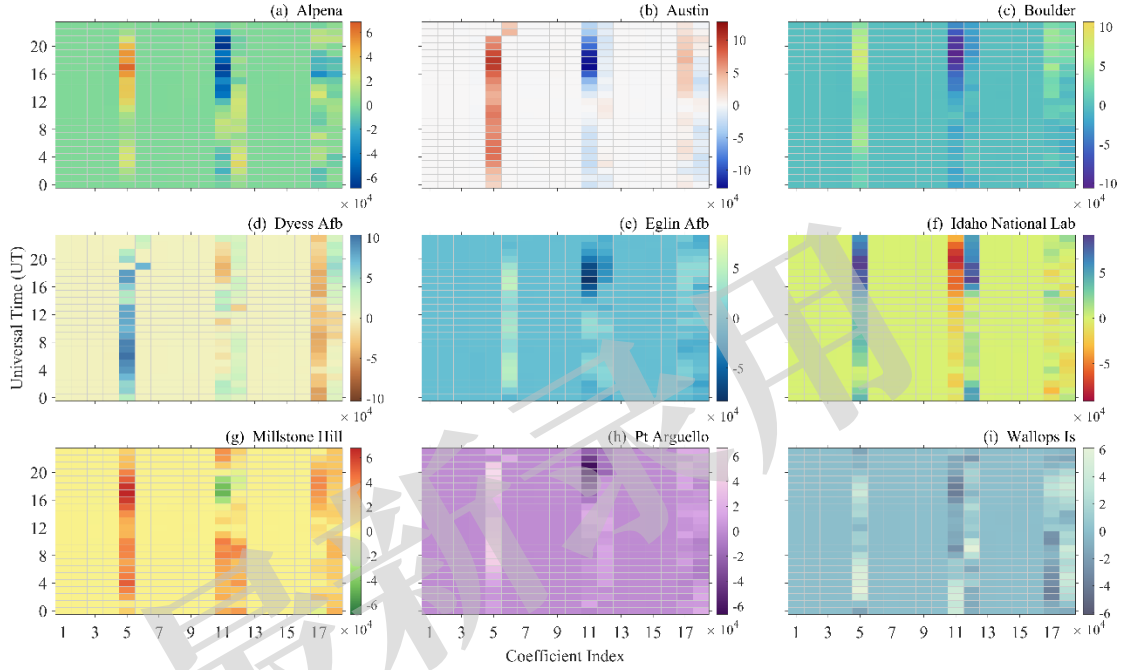


图 7 建模站点的时变系数

Fig. 7 Time varying coefficients of the modeling stations

3 结果讨论

本节使用测试数据集将 SML 模型同 IRI 模型进行了多维度对比，来证实 SML 的泛化能力。

3.1 时序分析

图 8 展示了 9 个观测站的 M(3000)F2 时间序列预测结果，直观对比 SML 模型与 IRI 模型的预测精度差异。从整体趋势来看，IRI 模型普遍存在系统性低估现象，特别是在 M(3000)F2 的峰值区间。相比之下，SML 模型能够更准确地追踪实测数据的时间变化规律，预测精度更高。

通过各站点 RMSE 的定量对比显示：SML 模型在 Eglin 和 Austin 站点取得了最佳精度，RMSE 分别为 0.06 和 0.05，相比 IRI 模型实现了超过 50.00% 的精度提升。此外，在 Millstone、Boulder 以及 Alpena 等多数站点，SML 模型均保持了较低的误差水平，明显优于 IRI 模型的表现。需要指出的是，在 Pt Arguello 站点，SML 模型的 RMSE 为 0.13，略高于 IRI 模型的 0.11，但误差差异较小，不影响 SML 模型的整体优势。

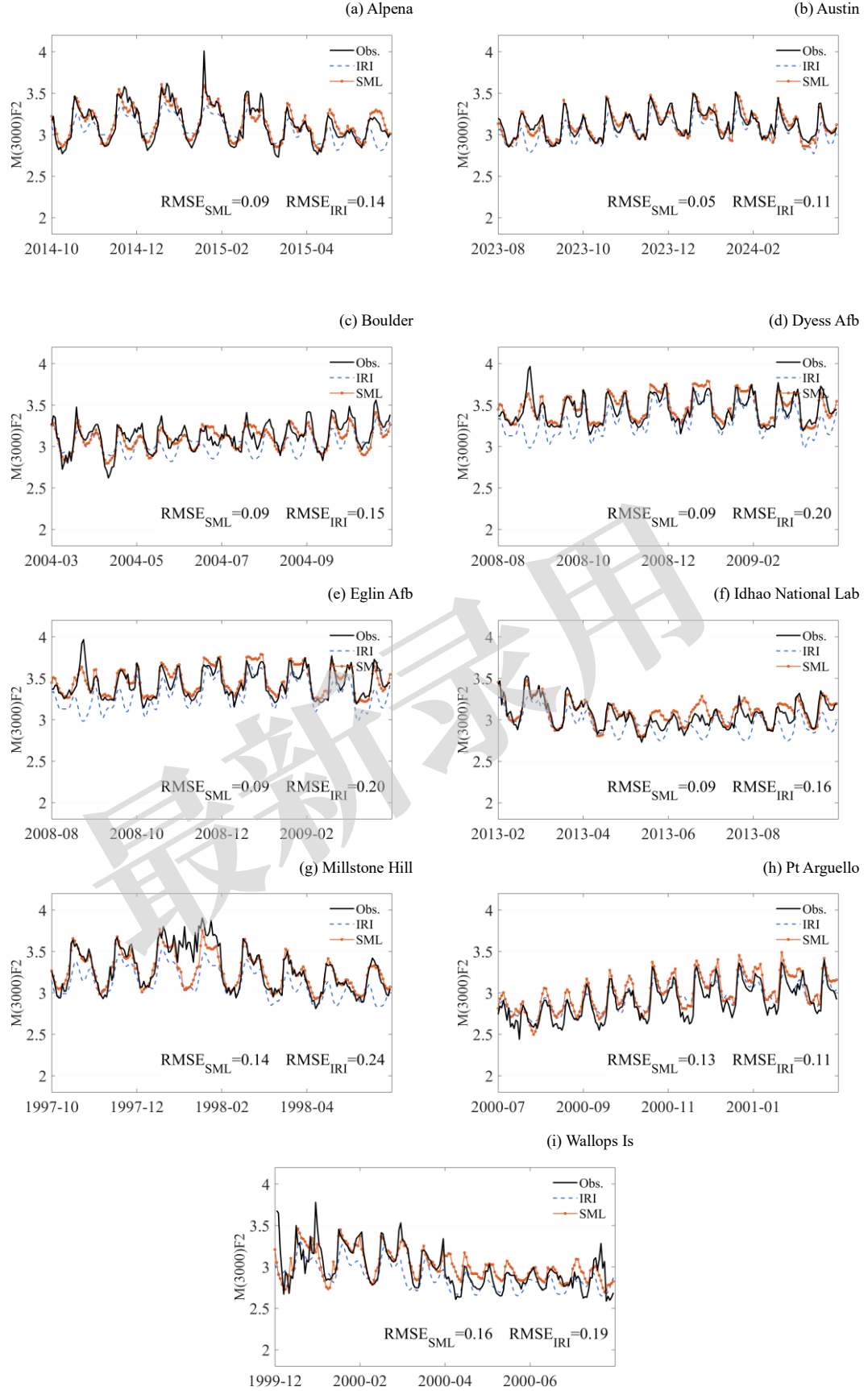


图 8 IRI 和 SML 的 M(3000)F2 预测值和实测值结果对比

Fig. 8 Comparison of M(3000)F2 fitting results between observations and predictions from IRI and SML models

3.2 残差分析

图 9 展示了 SML 模型和 IRI 模型在 9 个站点的预测残差分布，横轴为 IRI 残差，纵轴为 SML 残差，图中两条红色对角线 ($y=x$ 和 $y=-x$) 作为判断模型优劣的基准线。这两条线将平面划分为不同区域，其中满足 $|y|<|x|$ 的区域称为“楔形区域”。当散点位于该区域内时，表明 SML 模型的残差绝对值小于 IRI 模型，即 SML 模型的预测更接近真实值。

从图 9 的整体分布来看，大多数站点的散点分布在上述楔形区域内，且 SML 模型的残差点更集中在原点附近，而 IRI 模型的残差分布范围更广，呈现明显的“沿横轴拉伸、沿纵轴压缩”的椭圆形态，表明 SML 模型在预测精度和稳定性方面均优于 IRI 模型。

从系统偏差角度分析，IRI 模型在多数站点表现出系统性低估现象。以 Millstone 站点为例，IRI 模型的残差均值为 $\mu=0.18$ ，残差点主要集中在正值区域，表明该模型普遍低估了 M(3000)F2。相比之下，SML 模型的残差均值接近零 ($\mu=-0.02$)，残差围绕横轴近似对称分布，验证了模型的无偏性。就随机误差而言，SML 模型在所有站点的标准差均小于 IRI 模型，在 Millstone 站点，SML 的标准差为 0.16，而 IRI 达到 0.25，降幅 36.00%，说明 SML 模型对 M(3000)F2 变化的捕捉更为稳健。

综上所述，SML 模型在降低系统偏差和提升预测一致性方面均表现出明显优势。

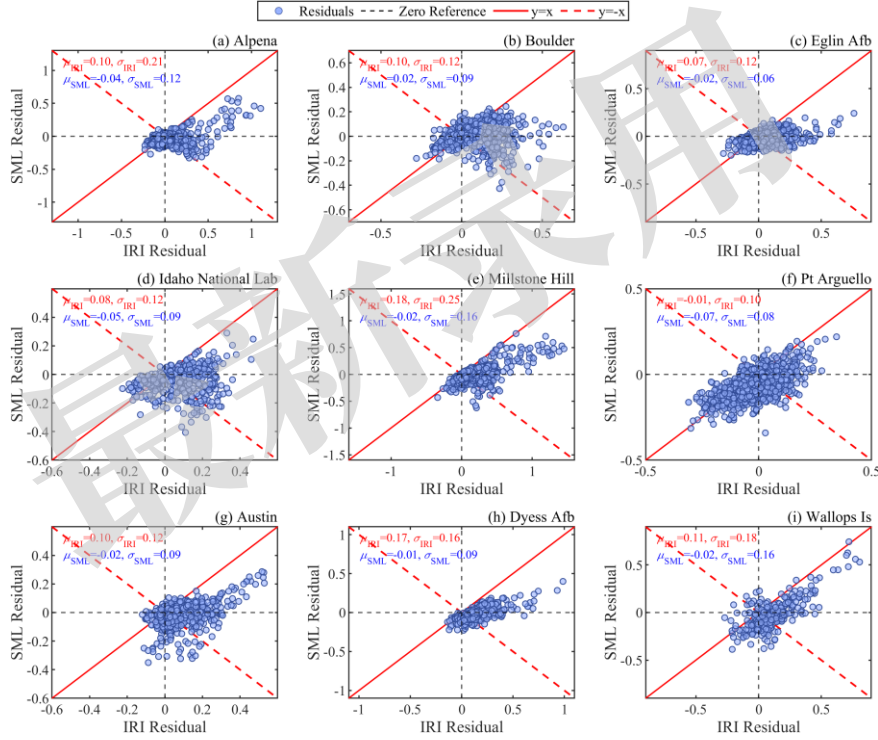


图 9 建模台站 IRI 和 SML 模型残差对比

Fig. 9 Comparison of residuals between IRI and SML models at modeling stations

3.3 站点分析

图 10 展示了 SML 模型和 IRI 模型在 9 个站点的 RMSE 对比。整体来看，代表 SML 模型的蓝色多边形几乎完全落在 IRI 模型的橙色虚线内，说明 SML 模型在绝大多数站点均实现了更低的预测误差。具体而言，在 Dyess 站点，SML 的 RMSE 从 IRI 的 0.22 降低至 0.08，降幅高达 63.64%，Eglin 和 Millstone 站点的误差也分别下降了 50.00%和 44.44%，在 Wallops、Austin 和 Idhao 站点，SML 同样表现稳定。唯一例外的是 Pt Arguello 站点，两模型的 RMSE 均为 0.10，但并未影响 SML 的整体优势。从雷达图的几何形态分析，SML 模型的误差分布更集中，各站点 RMSE 波动较小。IRI 模型则呈现明显的空间异质性，表明 SML 模型在不同地理环境下具有更强的空间一致性和泛化稳健性。

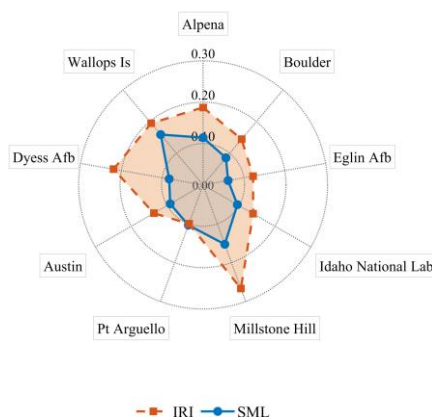


图 10 IRI 与 SML 模型在不同站点的 RMSE 对比

Fig. 10 Comparison of RMSE between IRI and SML models across different stations

3.4 季节分析

本文统计对比了 SML 与 IRI 模型在各季节的 RMSE, 季节划分标准为: 3~5 月为春季, 6~8 月为夏季, 9~11 月为秋季, 12 月至次年 2 月为冬季, 结果如图 11 所示。SML 模型在春、夏、秋、冬四季的 RMSE 分别为 0.09、0.14、0.09 和 0.11, 均优于 IRI 模型的 0.18、0.27、0.14 和 0.15。受电离层夏季异常等复杂机制影响, 两模型均在夏季误差最大, 但 SML 模型的 RMSE 较 IRI 降低 48.15%, 显示其处理强烈电离层波动的优势。从全年平均来看, SML 模型的 RMSE 约为 0.11, 比 IRI 模型的 0.19 降低了 42.11%, 反映出 SML 模型在不同季节具有稳健预测能力。

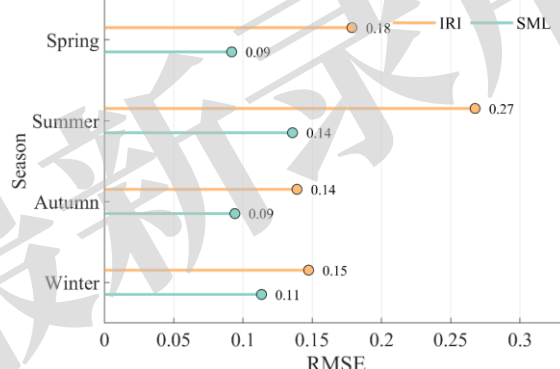


图 11 IRI 与 SML 模型不同季节预测 RMSE 对比

Fig. 11 Season comparison of prediction RMSE between IRI and SML models

3.5 综合分析

9 个观测站数据整体评估结果如图 12 所示, 在此选用 MAE、RMSE 和 R^2 三个统计指标进行评估, 三项指标均显示 SML 模型明显优于 IRI 模型。SML 模型的 MAE 为 0.08, 较 IRI 模型降低 38.46%, 表明 SML 模型有效修正了系统性偏差。RMSE 方面, SML 模型收敛至 0.11, 比 IRI 模型的 0.19 低 42.11%, 说明 SML 模型在抑制极端偏差方面表现更优。最显著的差异体现在 R^2 上, SML 模型的 R^2 达到 0.81, 意味着 SML 可解释 81.00% 的观测方差, 而 IRI 模型仅为 0.42, 证明 SML 模型能更精准地捕捉 M(3000)F2 随太阳活动与时间变化的规律。

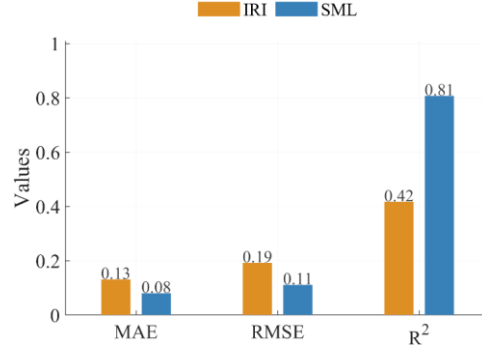


图 12 SML 和 IRI 模型的全局评价指标对比

Fig. 12 Comparison of global evaluation metrics between SML and IRI models

为进一步分析模型性能随太阳活动的变化规律，图 13 展示了基于 1996 至 2024 年全部历史数据计算的 9 个站点年均 RMSE 分布，并叠加了 Lyman- α 指数以反映太阳活动强度。从长时序分布来看，SML 模型表现出极高的稳定性，其年度 RMSE 始终维持在 0.10 至 0.20，未随时间推移及太阳活动变化产生剧烈波动。相反，IRI 模型则呈现出显著的“反太阳活动依赖”特征：在 2019-2020 年等太阳活动低年，IRI 模型的 RMSE 均出现峰值，表明 IRI 模型对太阳活动低年弱辐射控制下的电离层变化敏感度不足，而 SML 模型成功克服了这一缺陷，无论在太阳活动高年还是低年均能保持稳健的预测精度，泛化性能优秀。

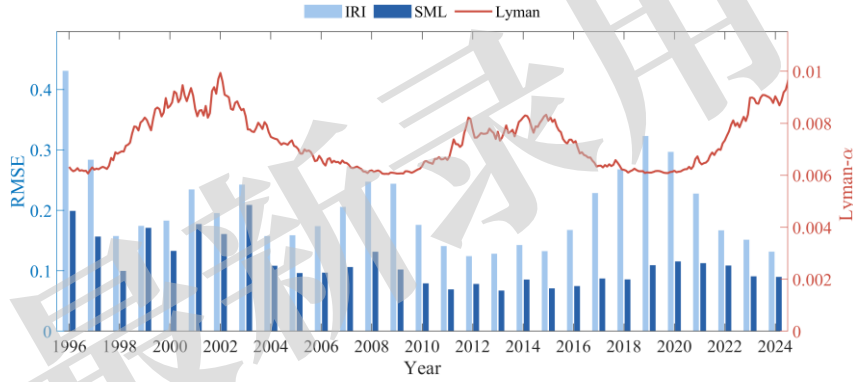


图 13 SML 和 IRI 的 RMSE 与 Lyman 随时间的变化关系对比（1996–2024）

Fig. 13 Comparison of temporal variations in RMSE for SML and IRI models with Lyman- α (1996–2024)

4 结论

本研究基于 SML 方法建立了一种适用于北美中纬度地区的 M(3000)F2 预测模型。该模型通过多项式展开表征太阳活动指数的非线性动态响应，通过谐波分解捕捉年周期和半年周期等时间变化特征，同时选定 Lyman- α 指数、月份和世界时作为输入变量，有效兼顾了模型的预测精度与计算复杂度。在此基础上，以北美中纬度地区 9 个观测站 1996-2024 年观测数据为例验证了所建模型。结果表明：本研究采用分层阻断验证策略确保模型在不同太阳活动水平下的泛化能力；相较于 IRI 模型，所建模型的平均绝对误差和均方根误差分别降低 38.46% 和 42.11%，决定系数提升 48.15%，在不同太阳活动周期、地理位置和季节条件下均表现出更高的预测精度和稳定性；特别是在预测难度最大的夏季，RMSE 降幅达 48.15%，证实了 Lyman- α 指数结合时间谐波展开能够有效表征 M(3000)F2 的时间变化规律。该模型可用于支撑 HF 通信系统频率优选。未来工作将利用全球台站数据验证并扩展该方法的适用范围，构建全球预测模型；同时引入地磁活动指数，建立针对扰动期的修正模块，提升空间天气事件期间的预测可靠性，并结合深度学习方法探索时序依赖关系，在保持可解释性的基础上，持续提升模型性能。

参考文献

- [1] JI S Y, HE G J, YU Q, *et al.* A short-term forecasting method for high-frequency broadcast MUF based on LSTM[J]. *Atmosphere*, 2024, **15**(5): 569
- [2] ADEBESIN B O, ADENIYI J O, AFOLABI P A, *et al.* Modelling M(3000)F2 at an African equatorial location for better IRI-model prediction[J]. *Radio Science*, 2022, **57**(5): 1-19
- [3] ZHANG R Z, LI H R, SHEN Y X, *et al.* Deep learning applications in ionospheric modeling: progress, challenges, and opportunities[J]. *Remote Sensing*, 2025, **17**(1): 124
- [4] WANG J, YU Q, SHI Y F, *et al.* A new determining method for ionospheric F2-region peak electron density height[J]. *Remote Sensing*, 2024, **16**(3): 531
- [5] JI Shengyun, JIA Wenke, WANG Jian, *et al.* MUF prediction method based on multi-sounding data system detection data fusion[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2019, **34**(3): 309-314 (姬生云, 贾文科, 王健, 等. 基于多体制探测数据融合的 MUF 预报方法[J]. 电波科学学报, 2019, **34**(3): 309-314)
- [6] CHEN Qiang, WANG Jian, HUANG Xiangdong. Refined study of HF frequency prediction method over East Asia Region[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2020, **35**(5): 721-729 (陈强, 王健, 黄翔东. 东亚地区高频频率预测方法精细化研究[J]. 电波科学学报, 2020, **35**(5): 721-729)
- [7] BILITZA D, ALTADILL D, TRUHLIK V, *et al.* International Reference Ionosphere 2016: from ionospheric climate to real-time weather predictions[J]. *Space Weather*, 2017, **15**(2): 418-429
- [8] BRADLEY P A, DUDENEY J R. A simple model of the vertical distribution of electron concentration in the ionosphere[J]. *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 1973, **35**(12): 2131-2146
- [9] AA E, CHEN Y H, LUO B X. Dynamic expansion and merging of the equatorial ionization anomaly during the 10-11 May 2024 super geomagnetic storm[J]. *Remote Sensing*, 2024, **16**(22): 4290
- [10] DANILOV A D, LASTOVICKA J. Effects of geomagnetic storms on the ionosphere and atmosphere[J]. *International Journal of Geomagnetism and Aeronomy*, 2001, **2**(3): 209-224
- [11] DUDENEY J R. The accuracy of simple methods for determining the height of the maximum electron concentration of the F2-layer from scaled ionospheric characteristics[J]. *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 1983, **45**(8/9): 629-640
- [12] SMITH J, KAST A, GERASCHENKO A, *et al.* Mapping the ionosphere with millions of phones[J]. *Nature*, 2024, **635**(8038): 365-369
- [13] DAI Liandong, DING Zonghua, YANG Song, *et al.* Characteristics of ionospheric multiparameter changes in Qujing area[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2022, **42**(6): 1122-1128 (代连东, 丁宗华, 杨嵩, 等. 曲靖地区电离层多参数变化特征[J]. 空间科学学报, 2022, **42**(6): 1122-1128)
- [14] ZHANG Y H, OU M, CHEN L, *et al.* Machine learning-based estimation of foF2 and MUF(3000)F2 using GNSS ionospheric TEC observations[J]. *Remote Sensing*, 2025, **17**(10): 1764
- [15] BILITZA D, REINISCH B W, RADICELLA S M, *et al.* Improvements of the international reference ionosphere model for the topside electron density profile[J]. *Radio Science*, 2006, **41**(5): RS5S15
- [16] LIU C X, ZHANG M L, WAN W X, *et al.* Modeling M(3000)F2 based on empirical orthogonal function analysis method[J]. *Radio Science*, 2008, **43**(1): RS1003

- [17] ZHANG M L, LIU C X, WAN W X, *et al.* Evaluation of global modeling of M(3000)F2 and hmF2 based on alternative empirical orthogonal function expansions[J]. *Advances in Space Research*, 2010, **46**(8): 1024-1031
- [18] WANG J, FENG F, BAI H M, *et al.* A regional model for the prediction of M(3000)F2 over East Asia[J]. *Advances in Space Research*, 2020, **65**(8): 2036-2051
- [19] OYEYEMI E O, MCKINNELL L A, POOLE A W V. Neural network-based prediction techniques for global modeling of M(3000)F2 ionospheric parameter[J]. *Advances in Space Research*, 2007, **39**(5): 643-650
- [20] ORONSAYE S I, MCKINNELL L A, HABARULEMA J B. A new global version of M(3000)F2 prediction model based on artificial neural networks[J]. *Advances in Space Research*, 2014, **53**(3): 371-386
- [21] BAI H M, FENG F, WANG J, *et al.* Modeling M(3000)F2 based on extreme learning machine[J]. *Advances in Space Research*, 2020, **65**(1): 107-114
- [22] SHI Y F, YANG C, WANG J, *et al.* A near-real-time forecasting model of high-frequency radiowave propagation factor fusion based on the ICEEMDAN decomposition and Bi-LSTM methods[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2024, **72**(7): 6032-6044
- [23] SHERSTYUKOV R, MOGES S, KOZLOVSKY A, *et al.* A deep learning approach for automatic ionogram parameters recognition with convolutional neural networks[J]. *Earth and Space Science*, 2024, **11**(10): e2023EA003446
- [24] MOHANTY A, GAO G. A survey of machine learning techniques for improving Global Navigation Satellite Systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2024, **2024**(1): 73
- [25] VAPNIK V N. The Nature of Statistical Learning Theory[M]. New York: Springer, 2000
- [26] HASTIE T, TIBSHIRANI R, FRIEDMAN J. The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction[M]. 2nd ed. New York: Springer, 2009
- [27] TAN JUN RIOS M G, BORRIES C, LIU H X, *et al.* Long-term changes in the dependence of NmF2 on solar flux at Juliusruh[J]. *Annales Geophysicae*, 2025, **43**(1): 73-89
- [28] RISHBETH H, MÜLLER-WODARG I C F, ZOU L, *et al.* Annual and semiannual variations in the ionospheric F2-layer: II. Physical discussion[J]. *Annales Geophysicae*, 2000, **18**(8): 945-956
- [29] LI Hang. Statistical Learning Methods[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2019 (李航. 统计学习方法[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2019)
- [30] Global Ionospheric Radio Observatory. Lowell Digital Ionogram DataBase (DIDBase)[DB/OL]. [2024-12-23]. <https://giro.uml.edu/didbase/>
- [31] SOLOMON S C, QIAN L Y, BURNS A G. The anomalous ionosphere between solar cycles 23 and 24[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2013, **118**(10): 6524-6535
- [32] QIAN L Y, MURSULA K. Evaluating F10.7 and F30 radio fluxes as long-term solar proxies of energy deposition in the thermosphere[J]. *Annales Geophysicae*, 2025, **43**(1): 175-182
- [33] GAO X, YAO Y B. A storm-time ionospheric TEC model with multichannel features by the spatiotemporal ConvLSTM network[J]. *Journal of Geodesy*, 2023, **97**(1): 9
- [34] LAŠTOVIČKA J, BUREŠOVÁ D. Relationships between foF2 and various solar activity proxies[J]. *Space Weather*, 2023, **21**(4): e2022SW003359
- [35] DANILOV A D, KONSTANTINOVA A V. Trends in foF2 to 2022 and various solar activity indices[J]. *Advances in Space Research*, 2023, **71**(11): 4594-4603

- [36] ZOSSI B S, MEDINA F D, DURAN T, *et al.* Revisiting sunspot number as an extreme ultraviolet (EUV) proxy for ionospheric F2 critical frequency[J]. *Annales Geophysicae*, 2025, **43**(1): 91-98
- [37] AMIRI-SIMKOOEI A R, ASGARI J. Harmonic analysis of total electron contents time series: methodology and results[J]. *GPS Solutions*, 2012, **16**(1): 77-88
- [38] CAO B X, FENG J, AN L L. Long-term relationship between foF2 from China ionospheric stations and solar activity during the 24th solar activity cycle[J]. *Radio Science*, 2022, **57**(11): e2022RS007539



陈镜伊 女，2000 年 8 月出生于山东省济宁市，现为天津大学深圳学院研究生，主要研究方向是电离层参数预测与建模。E-mail: chenjingyi@tju.edu.cn



王健 男，1979 年 8 月出生于河北省唐山市，现为华北电力大学电气与电子工程学院教授、天津大学微电子学院研究生导师，主要研究方向是无线信道建模及工程应用。E-mail: wangjian16@tju.edu.cn