0254-6124/2021/41(6)-928–08 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

GAO Chen, YANG Zhen, NIU Wenlong. Linear surrogate uncertainty analysis method for distributed satellite system (in Chinese). *Chin. J. Space Sci.*, 2021, **41**(6): 928-935. DOI:10.11728/cjss2021.06.928

基于线性回归近似替代模型的分布式卫星系统不确定性分析方法 *

高 辰[1,2] 杨 震[1] 牛文龙[1]

1(中国科学院国家空间科学中心 北京 100190)

2(中国科学院大学 北京 100049)

摘 要 分布式卫星系统在空间科学领域具有广泛的应用前景, 同时也对概念设计阶段的分析工作提出了更高的要求. 在分布式卫星系统概念设计阶段, 评价不确定性参数对于最终探测效能的影响有着重要的工程应用价值. 传统的不确定性分析方法存在解析困难、数值模拟计算效率低且耦合关系表征不明确的缺点. 本文结合概念设计阶段不确定性分析的特点和需求, 提出一种线性回归近似替代模型, 将不确定性参数对于探测效能影响的结果计算降维为一个线性组合系数的求解问题. 利用一个空间多点探测物理场分界面任务作为典型事例进行仿真验证, 结果表明, 相比传统数值模拟方法, 本文方法在计算效率上具有明显优势且对关键不确定性参数有一定识别作用.

关键词 分布式卫星系统, 不确定性分析, 概念设计, 线性回归, 权重计算

中图分类号 V 57

Linear Surrogate Uncertainty Analysis Method for Distributed Satellite System

GAO Chen[1,2] YANG Zhen[1] NIU Wenlong[1]

1(*National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

2(*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049)

Abstract Distributed satellite system is widely used in space science mission. The complexity of system brings challenges in conceptual design phase. To evaluate the impact of uncertainty parameters on the system detection result is significant. Traditional analysis method such as differential method and Monte Carlo method have disadvantages in solving this problem. Differential method needs system can be expressed explicit while Monte Carlo method is time consuming which cannot fit fast iteration demand. In this paper, a surrogated linear model method is proposed. The problem is solved by reducing the dimensionality of the results of the uncertainty parameters into a linear combination of coefficients. The coefficients are obtained by weighted regression method using data

* 国家重点研发计划项目资助 (2020YFC2200100)

2020-05-28 收到原稿, 2021-08-07 收到修定稿

E-mail: g_chen0711@hotmail.com

generated by Monte Carlo process. Simulated with a typical distributed satellite mission, the proposed method is valid compared to Monte Carlo simulation method.

Key words Distributed satellite system, Uncertainty analysis, Conceptual design phase, Linear regression, Weighted calculation

0 引言

低成本、单一功能航天器的发展为多航天器协同执行任务提供了可能, 使得航天任务不再局限于使用单一卫星进行观测 [1]. 分布式空间系统由物理上互不相连、共同实现同一空间任务的航天器构成, 已成为空间技术应用领域的重要组成部分 [2]. 空间任务的概念设计是一项集多学科、多技术为一体的综合性工作, 围绕科学探测目标, 结合火箭推进技术、航天器动力学、空间环境、控制技术等工程领域, 开展空间任务分析、有效载荷的辅助设计与分析、卫星轨道设计与控制、发射分析、姿态设计与分析、地面系统设计与分析以及能源分析等研究工作 [3]. 在概念设计阶段, 研究系统不确定性分析方法有助于认识系统在不确定性影响下, 输出的不确定性范围、均值、方差、不连续性等, 具有重要的研究价值 [4,5]. 在系统具有更高性能、更强可靠性和鲁棒性的基础上降低成本和风险是任务设计阶段的主要目标. 基于不确定性的分析是实现这一目标的重要手段 [6,7].

目前, 不确定性分析方法主要包括微分分析方法和数值模拟方法, 在系统可以表示显示函数的情况下对函数直接进行微分, 求解输入与输出变量不确定性之间的关系. 蒙特卡罗方法是使用最广泛的数值模拟方法, 也是解决复杂情况下不确定性相关问题的主要手段. 在抽样数量足够多的前提下, 蒙特卡罗方法可以实现对样本的无偏估计.

GPS/INSAR 等空间位置与目标关系明确的任务中, 主要通过描述系统方程并基于微分分析方法求解轨道误差对系统性能的影响 [8,9]. 在空间电磁场探测的 Cluster Ⅱ 任务中, 利用仿真模拟研究卫星系统四面体构型与测量结果之间的关系, 并对各不确定性参数进行独立变量分析 [10−13]. 针对五星探测构型任务, 文献 [14] 提出了四星构型配合第五点的探测效能评估方法. 文献 [15] 结合 Bootstrap 方法与蒙特卡罗方法分析了考虑统计不确定性的基坑变形可靠度. 文献 [16] 通过构建 Chebyshev 多项式, 对月球探测器着陆动响应区间进行了不确定性分析. 文献 [17] 使用多层蒙特卡罗方法进行火箭结构动力学的不确定性分析, 提高了计算效率. 文献 [18] 分析了混合不确定性信息条件下的航天机构可靠性方法, Zhang 等 [19] 研究了基于不确定性的飞行器分离可靠性建模及分析方法. 可以看出, 航天任务的不确定性研究以单独学科分析为主, 从系统级别整体考虑的研究较少.

为解决分布式卫星系统不确定性分析研究中解析分析困难、数值模拟计算量大、结果关系表征不明显的问题, 本文提出一种不确定性传播过程的线性模型近似替代方法, 将不确定性分析研究中的方差求解降维为一个线性组合的系数求解问题, 并通过加权回归分析方法求解线性组合的系数.

1 典型多点物理场探测任务

空间物理场探测任务的一种典型应用是利用空间多点探测在时空中运动的物理场分界面. 如图 1 所示, 空间物理场中存在沿一定方向和速度 $(\boldsymbol{n}, v)$ 运动的物理场分界面, 在界面两侧, 其物理场探测数值存在较大差异. 传统单星任务因不能区别时空中的变化, 需要由多星组成分布式卫星系统对分界面的运动速度方向进行探测.

1.1 多点物理场分界面探测过程

设整个系统构型几何中心通过分界面的时间为

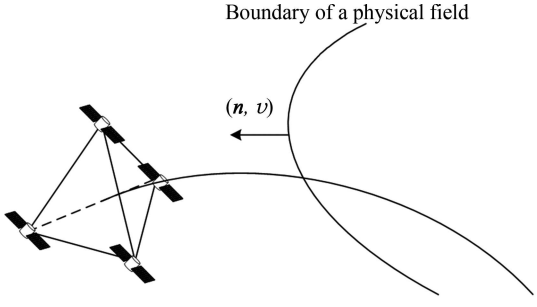


图 1 分布式空间系统探测空间物理场分界面

Fig. 1 Detection process of a distributed satellite system

t_c. 由基本的几何关系可以推导, 每一颗航天器通过分界面的位置 $\boldsymbol{r}_\alpha$、时间 t_α 与分界面运动的速度和方向矢量存在如下关系:

$$v(t_\alpha - t_c) = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r}_\alpha. \tag{1}$$

对于由 N 个卫星组成的探测系统, 可以构建如上 N 个方程. 在式 (1) 中, 未知变量为分界面的运动方向和速度 $(\boldsymbol{n}, v)$, 以及虚拟的分布式卫星系统几何重心通过分界面的时间 t_c.

可以看出, 对于空间三维结构分界面的探测, 能够满足方程组求解的最少卫星数量为 4. 对于由 N 个卫星 $(N \geqslant 4)$) 组成的探测系统, 其构成一超定线性方程组, 可以通过最小二乘法构建方程进行求解. 由于假定函数在待估参数中是线性的, 只要用于拟合的数据点数量等于或超过未知参数的数量, 线性最小二乘法具有唯一的封闭解 [20], 即

$$S = \sum_{\alpha=1}^{N} [\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r}_\alpha - v(t_\alpha - t_c)]^2. \tag{2}$$

考虑 $\boldsymbol{n}$ 为单位矢量, 构建矢量 $\boldsymbol{m} = \boldsymbol{n}/v$ 用以简化方程.

根据最小二乘法计算准则, 求解使得最小二乘法目标值最小, 可得

$$\frac{\partial S}{\partial t_c} = 2 \times \sum_{\alpha=1}^{N} [\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{r}_\alpha - (t_\alpha - t_c)] = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial S}{\partial m_i} = 2 \times \sum_{\alpha=1}^{N} r_{\alpha i} \Big[\sum_{j=1}^{3} m_j r_{\alpha j} - (t_\alpha - t_c) \Big] = 0. \tag{4}$$

由式 (3) 和式 (4) 可以推得

$$\begin{aligned} t_c = & \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^{N} (t_\alpha - \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{r}_\alpha) = \\ & \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^{N} t_\alpha - \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^{N} \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{r}_\alpha = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^{N} t_\alpha. \end{aligned} \tag{5}$$

矩阵表示为

$$\boldsymbol{m}\boldsymbol{R} = \boldsymbol{Y}, \quad \boldsymbol{m} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{R}^{-1}. \tag{6}$$

其中, $\boldsymbol{R}$ 为文献 [21] 定义的分布式卫星系统构型的体张量, $R_{jk} = \sum_{\alpha=1}^{N} r_{\alpha j} r_{\alpha k}$. $\boldsymbol{Y}$ 为一系数矢量, 定义如下:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Y} = (y_1, y_2, y_3)^{\mathrm{T}} = & \Big[\sum_{\alpha=1}^{N} r_{\alpha 1}(t_\alpha - t_c), \\ & \sum_{\alpha=1}^{N} r_{\alpha 2}(t_\alpha - t_c), \quad \sum_{\alpha=1}^{N} r_{\alpha 3}(t_\alpha - t_c) \Big]^{\mathrm{T}}. \end{aligned} \tag{7}$$

1.2 传统不确定性分析方法

1.2.1 微分分析方法

传统的基于微分分析的不确定性分析方法在系统具有高维非线性特点时局限性较大. 以 1.1 节中分布式卫星系统探测空间物理场分界面运动方向和速度为例, 各航天器的位置和时间信息为关键因素. 对某航天器的位置信息进行微分分析, 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(\boldsymbol{R})}{\partial r_{\alpha 1}} = & 2R_{33}R_{12}r_{\alpha 2} - 2r_{\alpha 2}R_{13}R_{23} + \\ & 2R_{22}R_{13}r_{\alpha 3} + 2r_{\alpha 1}R_{23}^2 - 2r_{\alpha 1}R_{22}R_{33}; \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F_1(\boldsymbol{R})}{\partial r_{\alpha 1}} = R_{23}^2(t_\alpha - t_c) - r_{\alpha 2}R_{23}y_3 + r_{\alpha 3}R_{22}y_3 - \\ \qquad\qquad r_{\alpha 3}R_{23}y_2 + r_{\alpha 2}R_{33}y_2 - R_{22}R_{33}(t_\alpha - t_c), \\ \dfrac{\partial F_2(\boldsymbol{R})}{\partial r_{\alpha 1}} = 2R_{13}y_2r_{\alpha 3} - (R_{13}r_{\alpha 2} + R_{12}r_{\alpha 3})y_3 + \\ \qquad\qquad 2r_{\alpha 1}R_{23}y_3 - [r_{\alpha 3}y_1 + (t_\alpha - \\ \qquad\qquad t_c)R_{13}]R_{23} + r_{\alpha 2}R_{33}y_2 - \\ \qquad\qquad R_{22}R_{33}(t_\alpha - t_c) - 2r_{\alpha 1}R_{33}y_2 + \\ \qquad\qquad [r_{\alpha 2}y_1 + (t_\alpha - t_c)R_{12}]R_{33}, \\ \dfrac{\partial F_3(\boldsymbol{R})}{\partial r_{\alpha 1}} = 2r_{\alpha 2}R_{12}y_3 - (R_{13}r_{\alpha 2} + R_{12}r_{\alpha 3})y_2 - \\ \qquad\qquad 2r_{\alpha 1}R_{22}y_3 + 2r_{\alpha 1}R_{23}y_2 - [r_{\alpha 2}y_1 + \\ \qquad\qquad (t_\alpha - t_c)R_{12}]R_{23} + [r_{\alpha 3}y_1 + \\ \qquad\qquad (t_\alpha - t_c)R_{13}]R_{22}. \end{cases} \tag{8}$$

其中,

$$\begin{aligned} G(\boldsymbol{R}) = & R_{33}R_{12}^2 - 2R_{12}R_{13}R_{23} + R_{22}R_{13}^2 + \\ & R_{11}R_{23}^2 - R_{11}R_{22}R_{33}; \end{aligned}$$

$$\begin{cases} F_1(\boldsymbol{R}) = R_{23}^2y_1 - R_{12}R_{23}y_3 + R_{13}R_{22}y_3 - \\ \qquad\qquad R_{13}R_{23}y_2 + R_{12}R_{33}y_2 - R_{22}R_{33}y_1, \\ F_2(\boldsymbol{R}) = R_{13}^2y_2 - R_{12}R_{13}y_3 + R_{11}R_{23}y_3 - \\ \qquad\qquad R_{13}R_{23}y_1 - R_{11}R_{33}y_2 + R_{12}R_{33}y_1, \\ F_3(\boldsymbol{R}) = R_{12}^2y_3 - R_{12}R_{13}y_2 - R_{11}R_{22}y_3 + \\ \qquad\qquad R_{11}R_{23}y_2 - R_{12}R_{23}y_1 + R_{13}R_{22}y_1. \end{cases} \tag{9}$$

可以看出, 对于该系统, 其微分分析结果既与构型相关的矩阵 $\boldsymbol{R}$ 有关, 也与系统自身位置信息 $\boldsymbol{r}_\alpha$ 和时间信息 t_α 相关. 通过求微分的局部灵敏度分析, 难以准确描述系统不确定性参数与探测结果精度之间的

关系, 因此无法开展复杂高维非线性系统的不确定性分析.

1.2.2　蒙特卡罗仿真模拟方法

对于此类卫星探测任务, 利用蒙特卡罗方法对其进行不确定性分析的工作流程如图 2 所示.

设定被探测分界面的运动速度方向以及分布式卫星系统基本几何构型; 在每次蒙特卡罗仿真抽样计算过程中, 计算每颗子星通过分界面的时间; 引入不确定性参数, 例如时钟精度和定位精度, 生成具体的不确定性参数数据; 计算当前抽样条件下, 考虑不确定性参数后的探测结果; 利用蒙特卡罗仿真方法抽样计算大量探测结果后, 基于统计分析方法给出不确定性参数对系统探测效能不确定性的影响.

如前文所述, 蒙特卡罗方法在抽样次数足够充分的情况下可以逼近真实情况, 但在概念设计阶段, 使用蒙特卡罗仿真方法存在计算量大且参数与计算结果之间关系不明确的缺点.

2　线性模型近似替代计算方法

为解决传统不确定性分析方法中解析法解析困难, 而数值模拟法计算量大、难以识别参数耦合关系的问题, 结合概念设计阶段不确定性分析的需求特点, 提出了使用一种基于权重回归分析的线性近似替代模型方法.

在概念设计阶段, 不确定性分析的特点如下.

(1) 参数不确定性描述精度不高, 通常使用标量进行描述, 在具体计算中则利用正态分析描述.

(2) 在描述系统整体探测效能不确定性时, 通常使用偏差、方差等统计值.

(3) 在概念设计阶段, 由于设计方案在迭代变化, 通常只需要得到定性结果, 因此对计算效率的需求高于计算精度.

基于此, 本文构建了一种线性回归近似替代模型. 将系统探测效能不确定性的统计计算降维为一个系统输入不确定性的线性组合系数求解问题, 并利用少量数值模拟结果结合权重回归分析求解线性组合系数. 具体计算过程如下.

设分布式卫星系统探测效能不确定性与参数之间的关系为 $y = f(\boldsymbol{X})$, 其中 $\boldsymbol{X}$ 为不确定性参数, y 为系统探测效能不确定性结果, $f(\cdot)$ 为函数关系. 当输入参数使用正态分布描述且探测效能不确定性评价指标为相对于真值的均值和方差统计结果时, 可用输入不确定性参数的线性组合作为系统探测效能不确定性的评价结果, 其线性近似模型如下:

$$f_L(\boldsymbol{X}) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j X_j. \tag{10}$$

式中, $f_L(\boldsymbol{X})$ 为线性替代模型函数, $\boldsymbol{X} = [X_1, X_2, \cdots, X_j]$ 为输入的不确定性参数, $\boldsymbol{a} = [a_0, a_1, a_2, \cdots, a_j]$ 为近似线性组合的系数. 通过这种方式, 将探测效能不确定性分析统计计算降维为一个线性组合的系数求解问题.

利用一次蒙特卡罗仿真计算过程求解线性组合

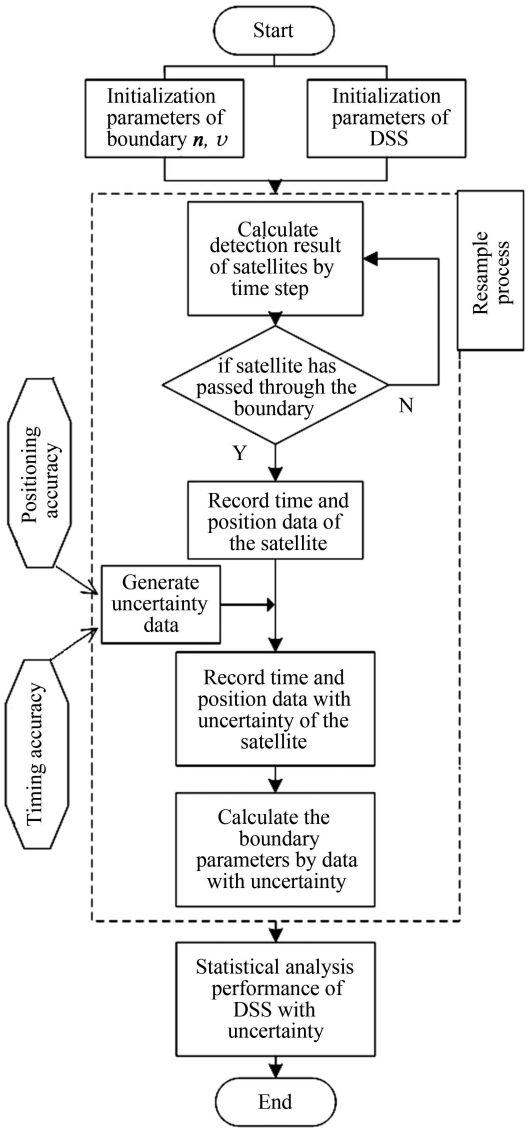


图 2　蒙特卡罗仿真分析流程

Fig. 2　Flow chart of Monte-Carlo simulation method

的系数, 设 M 次采样仿真过程中, 所有输入参数可写为式 (11) 的形式. 式中, $\boldsymbol{X}_{\rm all}$ 表示所有输入的集合, $[x_1^i \quad x_2^i \quad \cdots \quad x_j^i]$ 为第 i 次抽样计算过程中 j 个输入参数的值.

$$\boldsymbol{X}_{\rm all}=\begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \cdots & x_j^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_j^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^m & x_2^m & \cdots & x_j^m \end{bmatrix}, \tag{11}$$

对应的 M 次输出结果为

$$\boldsymbol{Y}=[y_1, y_2, \cdots, y_m].$$

将 $\boldsymbol{X}_{\rm all}$, $\boldsymbol{Y}_m$ 代入式 (10) 中求解可得

$$\boldsymbol{a}=(\boldsymbol{X}_{\rm all}^{\rm T}\boldsymbol{X}_{\rm all})^{-1}\boldsymbol{X}_{\rm all}^{\rm T}\boldsymbol{Y}_m. \tag{12}$$

在 M 次蒙特卡罗计算过程后, 在计算时引入加权矩阵体现不同参数对系统影响的重要性 [22]. 加权后的系数计算如下:

$$\boldsymbol{a}=(\boldsymbol{X}_{\rm D}^{\rm T}\boldsymbol{w}\boldsymbol{X}_{\rm D})^{-1}\boldsymbol{X}_{\rm D}^{\rm T}\boldsymbol{w}\boldsymbol{Y}_m. \tag{13}$$

其中, 权重矩阵定义为

$$\boldsymbol{w}=\begin{bmatrix} w_{x_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{x_2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_{x_m} \end{bmatrix}, \tag{14}$$

式中 w_{x_i} 的计算公式为

$$w_{x_i}=\exp\Big(-\frac{|y_i|-g}{g}\Big), \tag{15}$$

其中 y_i 为第 i 次输入 x_i 时的计算结果, $g=\max|\boldsymbol{Y}|$ 代表此次蒙特卡罗计算过程中探测效能不确定性最大的情况.

3 实验结果及分析

3.1 仿真参数配置

根据前面的问题描述, 对被探测对象和分布式卫星系统参数进行初始化. 设被探测对象为一个在三维空间中运动的平面, 在假想的空间坐标系下, 其运动方向的单位矢量 $\boldsymbol{n}$ 和运动速度 v 列于表 1. 由于物理量单位对不确定性分析不产生影响, 在本文实验中使用无量纲数值以简化计算.

假设该分布式卫星系统由 4 颗卫星组成一正四面体构型, 在构型几何中心坐标系下, 各卫星的位置信息列于表 2. 在仿真条件中, 设卫星有效载荷对物理场数值探测的频率为 1000 Hz. 在不考虑输入参数不确定性误差的情况下, 可以求得探测系统探测到的空间运动平面的速度和方向, 结果列于表 3. 这里使用分界面运动速度 v 与真实值的差值作为评价系统不确定性的指标.

3.2 蒙特卡罗方法仿真结果

在探测过程中, 影响探测效能不确定性的主要参数是各个卫星的时钟精度和位置精度. 在蒙特卡罗仿真中, 其不确定性参数列于表 4. 其中 T1, T2, T3 和 T4 分别为卫星 1~4 的时钟精度, P1, P2, P3 和 P4 分别为卫星 1~4 的定位精度. 设这些参数的不确定性均服从高斯分布. 以 T1 参数为例, 均值 0 表示卫星 1 的时钟精度平均值为 0, 方差 0.01 表示在 99.7% 的情况下, 时钟最大误差小于 0.01. 同理, P1 的均值 0 表示卫星 1 的定位精度均值为 0, 方差 0.01 表示在 99.7% 的情况下, 定位误差最大值小于 0.001.

表 1 仿真中使用的空间运动三维分界面参数

Table 1 Direction and velocity of virtual space boundary in motion used in simulation

分界面运动方向 $\boldsymbol{n}$			分界面运动
x	y	z	速度 v
0.455 842	0.569 803	0.683 763	0.01

表 2 卫星系统中各子卫星相对于重心坐标系下的位置

Table 2 Position of each satellite in barycentric coordinates of distributed satellite system

	x	y	z
卫星 1	1	0	$-1/\sqrt{2}$
卫星 2	-1	0	$-1/\sqrt{2}$
卫星 3	0	1	$1/\sqrt{2}$
卫星 4	0	-1	$1/\sqrt{2}$

表 3 不考虑参数不确定性的计算分界面方向和速度

Table 3 Calculated direction and velocity of the boundary by simulated detection data without considering parameter uncertainty

探测分界面运动方向 $\boldsymbol{n}$			探测分界面
x	y	z	运动速度 v
0.455 841	0.569 801	0.683 766	0.010

根据以上参数设置, 10^6 次蒙特卡罗采样仿真的结果统计如图 3 所示. 其中, 红色柱状条为结果统计的频率直方图. 蓝色曲线为统计结果的正态分布拟合. 横轴代表分界面速度测量值与真值之间的偏差, 左侧纵轴代表频率直方图的统计数量, 右侧纵轴代表正态分布拟合后曲线对应的分布值.

3.3　本文方法计算结果

将蒙特卡罗仿真结果作为本文方法计算系数的输入, 计算结果见表 5.

分布式探测系统的线性近似模型可表示为

$$f_L(\boldsymbol{X}) = A_{t1}T_1 + A_{t2}T_2 + \cdots + A_{p4}P_4. \tag{16}$$

为了验证本文方法所得近似模型的可用性, 以蒙特卡罗方法的统计结果作为评价基准, 选取另一组不确定性输入参数 (见表 6).

本文方法与 10^6 次采样所得蒙特卡罗仿真结果的对比见表 7 和图 4. 图 4 中红色柱状条为蒙特卡罗仿真结果的频率直方图, 蓝色曲线为由本文方法计算得到的均值方差对应的正态函数曲线. 横轴代表分界面速度测量值与真值之间的偏差, 左侧纵轴代表频率直方图的统计数量, 右侧纵轴代表正态分布拟合后曲线对应的分布值.

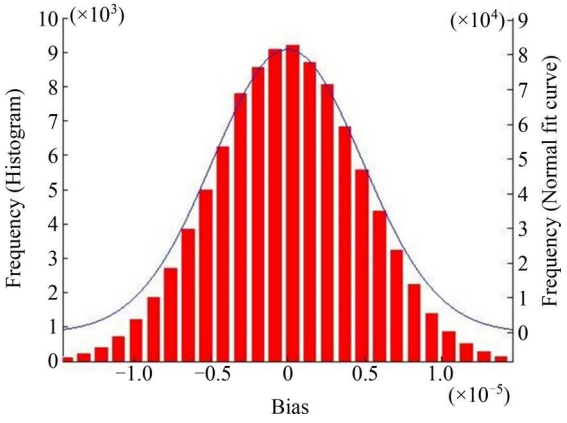


图 3　蒙特卡罗仿真统计结果

Fig. 3　Statistical analysis results of Monte Carlo simulation

表 4　蒙特卡罗输入的不确定性参数

Table 4　Uncertainty parameters in MCS method

输入参数	分布形式	均值	方差
T1	正态分布	0	0.01
T2	正态分布	0	0.01
T3	正态分布	0	0.01
T4	正态分布	0	0.01
P1	正态分布	0	0.001
P2	正态分布	0	0.001
P3	正态分布	0	0.001
P4	正态分布	0	0.001

利用本文方法计算得出的系数可以反映不同参数对系统探测效能不确定性的贡献程度, 由表 5 可以看出, 卫星 1 和 2 的定位精度对结果的影响存在明显差异. 为了验证这一结论, 增加 2 组参数进行对比

表 5　本文方法计算得到的线性回归后系数值

Table 5　Combination of coefficients calculated by proposed surrogated linear model method

不同参数系数	计算结果
A_{t1}	$1.379\,48\times10^{-6}$
A_{t2}	$4.696\,37\times10^{-5}$
A_{t3}	$-5.266\,55\times10^{-5}$
A_{t4}	$4.314\,53\times10^{-6}$
A_{p1}	$9.455\,29\times10^{-5}$
A_{p2}	$3.211\,43\times10^{-3}$
A_{p3}	$-3.601\,08\times10^{-3}$
A_{p4}	$2.950\,46\times10^{-4}$

表 6　对比验证用输入参数

Table 6　Uncertainty parameters for comparison and verification in MCS method

输入参数	分布形式	均值	方差
T1	正态分布	0	0.01
T2	正态分布	0	0.02
T3	正态分布	0	0.03
T4	正态分布	0	0.04
P1	正态分布	0	0.004
P2	正态分布	0	0.003
P3	正态分布	0	0.002
P4	正态分布	0	0.001

表 7　不同方法结果比较

Table 7　Results comparison of different methods

本文方法		蒙特卡罗仿真统计	
均值	方差	均值	方差
0	1.218×10^{-5}	1.732×10^{-8}	1.217×10^{-5}

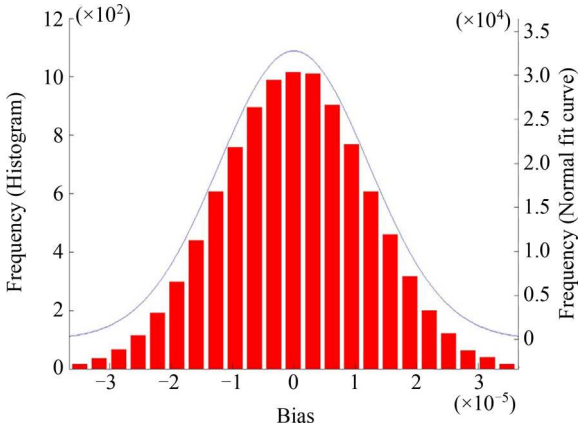


图 4 蒙特卡罗方法与本文方法的结果对比

Fig. 4 Results comparison between our method and MCS method

实验, 具体参数列于表 8. 在参数组 1 中, 保持其他参数不变, 提高了卫星 1 的定位精度 (方差从 0.004 减少到 0.001); 在参数组 2 中, 保持其他参数不变, 提高了卫星 2 的定位精度 (方差从 0.003 减少到 0.001).

2 组输入参数下的结果对比列于表 9. 从与表 7 的结果对比可以看出, 参数组 1 的结果变化不大 (探测结果的方差变化小于 0.03%), 参数组 2 的结果变化较为明显, 随着卫星 2 定位精度的提高 (方差减小至 1/3), 探测结果精度提高了 50%, 方差从 1.218×10^{-5} 减小为 0.811×10^{-5}.

本文采用计算硬件条件列于表 10, 两种方法的计算时间对比见表 11, 在当前参数配置条件下, 利用蒙特卡罗方法进行 10^6 次采样仿真及统计分析耗时约 2.195 s, 本文方法的参数初始化计算耗时约 0.640 s, 参数化完成后的计算为基础四则运算, 耗时可以忽略不计. 相比蒙特卡罗方法, 本文方法在计算效率方面优势明显.

4 结语

分布式卫星系统在空间科学领域具有广泛应用前景, 但是也对工程设计提出更高要求. 在概念设计阶段评估不确定性参数对分布式卫星系统探测效能的影响具有重要工程和研究价值.

分布式卫星系统不确定性分析存在解析分解困难、数值仿真计算量大且结果关系表征不明确等问题. 本文提出了一种不确定性传播过程的线性模型近似替代方法, 将不确定性分析中的结果计算降维为一个线性组合的系数求解问题, 并通过加权回归分析方法求解线性组合的系数.

以一个分布式卫星系统探测空间物理场分界面为典型事例, 进行仿真验证. 实验结果表明, 本文方法在计算时间效率方面具有明显优势. 即使考虑初始化的时间, 仍比单次蒙特卡罗方法快 3 倍左右. 初始

表 8 对比实验输入参数组

Table 8 Two groups of comparison uncertainty parameters

输入参数	分布类型	均值	参数组 1 方差	参数组 2 方差
T1	正态分布	0	0.01	0.01
T2	正态分布	0	0.02	0.02
T3	正态分布	0	0.03	0.03
T4	正态分布	0	0.04	0.04
P1	正态分布	0	0.001	0.004
P2	正态分布	0	0.003	0.001
P3	正态分布	0	0.002	0.002
P4	正态分布	0	0.001	0.001

表 9 两组实验参数结果对比

Table 9 Results comparison of two groups of experimental parameters

	系统不确定性 (方差)	
	本文方法	蒙特卡罗仿真统计
参数组 1	1.218×10^{-5}	1.217×10^{-5}
参数组 2	0.811×10^{-5}	0.810×10^{-5}

表 10 计算硬件条件

Table 10 Calculated hardware conditions

设备名称	型号
CPU	Intel(R) Core(TM)i7-2640M @2.8 GHz
RAM	8.00 GByte
OS	64 bit Windows 7
IDE	Eclipse NEON

表 11 两种方法计算耗时对比

Table 11 Comparison of time consumptions by the two methods

蒙特卡罗仿真 (10^6 次采样)	本文方法参数初始化	本文方法初始化后计算
2.195 s	0.640 s	4472 ns

化完成后, 与蒙特卡罗方法相比, 耗时可以忽略不计. 并且本文方法可以在任务早期设计阶段帮助发现关键的不确定性参数, 初步分析这些参数对探测结果可能产生的影响.

参考文献

[1] SHAW G B, HASTINGS D E. A Generalized Analysis Methodology for Distributed Satellite Systems [M]. Netherlands: Springer, 1998: 33-49

[2] LIN Laixing. Technological development and application prospects of distributed small satellite system [J]. *Spacec. Eng.*, 2010, **19**(1): 60-66 (林来兴. 分布式小卫星系统的技术发展与应用前景 [J]. 航天器工程, 2010, **19**(1): 60-66)

[3] MENG Xin, YANG Zhen. The space science mission concurrent design platform [J]. *E-Sci. Technol. Appl.*, 2011, **2**(3): 58-68 (孟新, 杨震. 空间科学探测任务集同论证平台 [J]. 科研信息化技术与应用, 2011, **2**(3): 58-68)

[4] YAO Wen, CHEN Xiaoqian, LUO Wencai, *et al.* Review of uncertainty-based multidisciplinary design optimization methods for aerospace vehicles [J]. *Prog. Aeros. Sci.*, 2011, **47**(6): 450-479

[5] ZHAO Min, LIU Baiqi, SU Hua. Review of UMDO for system design of flight vehicle [J]. *J. Astron.*, 2018, **39**(6): 593-604 (赵民, 刘百奇, 粟华. 面向飞行器总体设计的 UMDO 技术综述 [J]. 宇航学报, 2018, **39**(6): 593-604)

[6] SAHINIDIS N V. Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities [J]. *Comput. Chem. Eng.*, 2004, **28**(6): 971-983

[7] CRESPO L G, KENNY S P. Special edition on uncertainty quantification of the AIAA Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication [J]. *J. Aeros. Comput. Inf. Commun.*, 2015, **12**(1): 9

[8] LOU Liangsheng, LIU Zhiming, LI Chongwei. Technique of determining base-line for InSAR based on formation-flying satellites [J]. *Remote Sens. Inf.*, 2013, **28**(2): 9-11 (楼良盛, 刘志铭, 李崇伟. 卫星编队 InSAR 基线的确定方法 [J]. 遥感信息, 2013, **28**(2): 9-11)

[9] DU Peng, FU Mengyin, ZHANG Hongye, *et al.* Analysis and modeling of GPS positioning error [J]. *J. Beijing Instit. Technol.*, 1998, **18**(4): 456-460 (杜鹏, 傅梦印, 张鸿业, 等. GPS 定位误差分析与建模 [J]. 北京理工大学学报, 1998, **18**(4): 456-460)

[10] ROBERT P, DUNLOP M W, ROUX A, *et al.* Accuracy of current density determination [J]. *J. Appl. Electrochem.*, 1998, **5**(1): 39-41

[11] ROBERT P, ROUX A. Accuracy of the Estimate of J Via Multipoint Measurements [R]. Graz: Space Plasma Physics Investigation by Cluster and Regatta, 1990

[12] DUNLOP M W, BAOLGH A, SOUTHWOOD D J, *et al.* Configurational Sensitivity of Multipoint Magnetic Field Measurements [R]. Graz: Space Plasma Physics Investigation by Cluster and Regatta, 1990

[13] DUNLOP M W, BAOLGH A, GLASSMEIER K H. Four-point Cluster application of magnetic field analysis tools: the discontinuity analyzer [J]. *J. Geophys. Res. Space Phys.*, 2002, **107**(A11): SMP 23-1-SMP 23-14

[14] YANG Zhen, MENG Xin, NIU Wenlong, *et al.* A study for quality factors of multi-spacecraft formation detection efficiency [J]. *J. Astronaut.*, 2015, **36**(9): 981-987 (杨震, 孟新, 牛文龙, 等. 多航天器协同探测星簇构型探测效能的评价方法 [J]. 宇航学报, 2015, **36**(9): 981-987)

[15] ZHANG Longsong, LI Dianqing, CAO Zijun, *et al.* Efficient reliability analysis of excavation deformation considering statistical uncertainty using monte carlo simulation [J]. *Eng. J. Wuhan Univ.*, 2019, **52**(3): 207-215 (张隆松, 李典庆, 曹子君, 等. 考虑统计不确定性的基坑变形可靠度高效蒙特卡罗分析方法 [J]. 武汉大学学报: 工学版, 2019, **52**(3): 207-215)

[16] CHEN Zhaoyue, LIU Li, CHEN Shulin, *et al.* Interval uncertainty analysis of soft-landing dynamics of lunar lander [J]. *Acta Armam.*, 2019, **40**(2): 442-448

[17] YUAN He, LIU Li, KANG Jie. Multilevel Monte Carlo based uncertainty analysis of launch vehicle structural dynamics [J]. *J. Projectiles Rocket. Missil. Guid.*, 2019, **39**(3): 144-148

[18] PENG Wensheng, ZHANG Jianguo, WANG Pidong, *et al.* Comprehensive reliability analysis of the aerospace mechanism with hybrid uncertainty information [J]. *J. Astronaut.*, 2015, **36**(5): 596-604 (彭文胜, 张建国, 王丕东, 等. 混合不确定信息航天机构可靠性综合分析方法 [J]. 宇航学报, 2015, **36**(5): 596-604)

[19] ZHANG Hairui, WANG Hao, WANG Yao, *et al.* Uncertainty-based reliability modeling and analysis method of flight vehicle seperation [J]. *J. Astronaut.*, 2019, **40**(4): 378-385 (张海瑞, 王浩, 王尧, 等. 基于不确定性的飞行器分离可靠性建模与分析方法 [J]. 宇航学报, 2019, **40**(4): 378-385)

[20] ROBERT P, ROUX A, HARVEY C C, *et al.* Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data [M]. Noordwijk: ESA Publication, 1998: 323-348

[21] HARVEY C C. Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data [M]. Noordwijk: ESA Publication, 1998: 307-322

[22] XIAO N C, HUANG H Z, WANG Z, *et al.* Reliability sensitivity analysis for structural systems in interval probability form [J]. *Struct. Multidiscipl. Optim.*, 2011, **44**(5): 691-705