一种深空探测器自主天文导航新方法及其可观测性分析*

宁晓琳　房建成

(北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院　北京 100083)

摘　要　天文导航是一种适用于深空探测器的完全自主的导航方法. 与传统的直接利用天体观测信息进行滤波的方法不同, 针对深空探测器, 提出了一种首先利用天文观测信息通过几何解算得到一个初步的定位结果, 再结合轨道动力学方程利用多模自适应 (MM) 滤波方法对初步结果进行再处理的自主天文导航新方法. 仿真计算的结果表明, 该方法可以明显提高导航定位精度, 同时从可观测性和可观测度的角度, 分析了应用该方法提高导航定位精度的原因和机理.

关键词　自主天文导航; 深空探测器; 多模自适应; 可观测性

中图法分类号　V448.2

A New Autonomous Celestial Navigation Method for Deep Space Probe and Its Observability Analysis

NING Xiaolin　FANG Jiancheng

(*School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing* 100083)

Abstract　Celestial navigation method is a kind of important autonomous navigation method for deep space probing. Now it is widely used in many situations, especially in deep space exploration for its special characteristics. There are two kinds of celestial navigation methods. One is to use the geometric technique, in which the navigation information is obtained from the geometric relation between the celestial bodies and explorer. The other is an optimal estimate technique, which uses the celestial measurement as observation directly and employs the extended Kalman filter to estimate the position of explorer. A new autonomous celestial navigation for lunar explorer is developed and investigated in this paper, which combines both these two techniques. At first using the geometric technique to calculate the position of satellite and then reestimate the original position determination results using orbit dynamical equations and Multiple Model (MM) Kalman filter to get a better navigation result. The simulation result shows the high precision of this new method. Finally, the superiority and effectiveness based on the observability and the degree of observability analysis of this method are demonstrated by the simulation result simultaneously.

Key words　Autonomous celestial navigation, Deep space probe, Multiple Model

---

* 国家自然科学基金项目 (60174031) 和国家 863-703 计划项目 (2003AA735101) 共同资助

2004-12-08 收到原稿、 2005-05-13 收到修定稿

1 引言

深空探测器的自主导航是实现其自主管理，从而提高在轨生存能力的基础. 对于深空探测器来说，拥有自主导航的能力具有重大意义. 一方面，可以大大减轻地面站的负担；另一方面，自主导航可以为其他自主能力例如自主姿态控制等提供支持. 当前可以对深空探测器进行实时导航的方法主要有：天文导航、GPS 测量和地面站测量等. 其中，GPS 仅能用于深空探测器近地段的导航 [1]. 地面站遥测是精度最高、应用最广的深空探测器导航方法，目前美国利用深空网 (DSN) 和多普勒测量 VLBI, DVLBI 等方法最高可以达到数十米的位置精度；我国受地理及其他条件的限制，仅能利用国内的地面站观测数据，在地面站可观测范围内可以达到 300 m 的位置精度 [2]. 通过地面站遥测定位的不足之处首先在于它不能自主，必须依赖地面站的支持，且必须保证可靠的无线电通信能力. 一旦当地面台站发生阻塞就无法完成导航任务. 其次为保持系统正常运行，探测器必须装备复杂、昂贵的测控和通信设备，增加了任务成本. 随着深空探测技术的发展，迫切要求深空探测器降低地面支持成本，提高自主生存能力，因此探测器的自主导航也就成为亟待解决的关键技术问题.

天文导航是一种传统的完全自主的导航方法，具有以下特点：(1) 不需要与外界进行任何信息交换，是一种完全自主的导航方法；(2) 可以同时提供位置、速度和姿态信息；(3) 仅需利用探测器姿态敏感部件星敏感器和红外地平仪，而不需额外增加其它硬件设备；(4) 不需任何先验知识. 因此，天文导航备受青睐，得到广泛的应用. 目前，探测器的天文导航方法主要可分为两大类，一是基于轨道动力学方程的滤波方法 [3]；二是纯天文的几何解析法 [4]. 前者是利用天文量测信息结合轨道动力学方程，通过最优估计的方法得到深空探测器的导航信息，而后者则是利用天文量测信息，根据深空探测器与天体间的几何关系，通过几何解算得到深空探测器的导航信息. 本文将这两种方法相结合，针对深空探测器提出了一种自主天文导航新方法，该方法首先将天文观测信息通过几何解算得到初步的定位结果，然后再结合轨道动力学方程利用多模自适应卡尔曼滤波对该初步的定位结果进行精确估计，计算机仿真结果表明该方法与传统的直接利用天文观测信息的滤波方法相比，具有更高的导航定位精度. 本文最后从可观测性和可观测度的角度，分析了应用该方法可提高导航定位精度的原因和机理.

由于月球探测是深空探测的第一步也是近期研究的热点，在此以月球探测器为例，详细阐述该方法. 月球探测器在地月空间中运动的轨道大致可分为地球附近的停泊轨道；从地球到月球的地月转移轨道和环月轨道. 对于近地停泊轨道和环月轨道情况下的自主天文导航方法可参考文献 [5] 和 [6]. 本文主要研究探测器在地月转移轨道上的自主天文导航方法.

2 深空探测器的自主天文导航方法

2.1 纯天文几何解析定位方法

纯天文几何解析定位方法的原理是，利用星敏感器识别星光，并测量该星光在星敏感器测量坐标系的方向，通过星敏感器安装矩阵的转换，可算得星光在探测器本体坐标的方向. 利用地球敏感器测量地心矢量方向，得出地心矢量在探测器本体坐标的方向 [7]. 这样就得到了导航恒星和地球之间的星光角距 (如图 1 中的 A_1)，通过该值，可以确定一个探测器位置圆锥. 该圆锥的顶点位于地心，轴线指向导航恒星. 通过对另外两颗恒星的测量，便得到顶点也位于地心的另外两个圆锥. 这 3 个圆锥相交便确定了一条位置线，探测器就位于这条线上. 具体的几何解算方法如下.

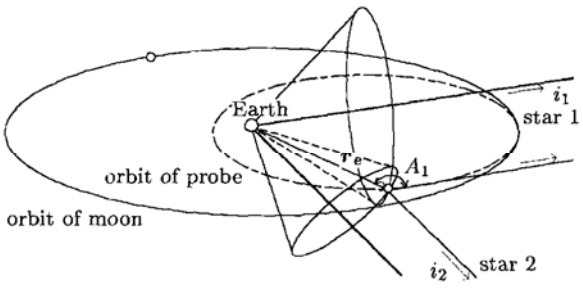


图 1 天文观测模型

Fig.1 Diagram of celestial measurement

设探测器对地球的位置线方向矢量为 $\boldsymbol{r}_e$，$\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2, \boldsymbol{s}_3$ 为 3 颗导航恒星的方向矢量，A_1, A_2, A_3 为 3 次观测得到 3 个量测量. 我们可得到如下方程：

$$\boldsymbol{r}_e \cdot \boldsymbol{s}_1 = -\cos A_1, \quad \boldsymbol{r}_e \cdot \boldsymbol{s}_2 = -\cos A_2,$$
$$\boldsymbol{r}_e \cdot \boldsymbol{s}_3 = -\cos A_3. \tag{1}$$

求解该方程，即可得到 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}}$ 的值. 同样，利用另一个近天体 (月球) 的观测值可以确定另一条位置线的方向矢量 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}$，如果量测无误差，则这两条位置线必相交于探测器所在的位置. 但由于量测误差的存在，为了计算探测器坐标，则需要给出公式

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{e}} + \rho_{\mathrm{e}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{m}} + \rho_{\mathrm{m}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}. \tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}}$ 为探测器在惯性坐标系中的位置矢量，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{e}}$ 和 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{m}}$ 分别为地球和月球在惯性坐标系中的位置矢量，可见

$$\rho_{\mathrm{e}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}} - \rho_{\mathrm{m}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{R}_{\mathrm{e}}. \tag{3}$$

即

$$[\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}}, -\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}]\begin{bmatrix}\rho_{\mathrm{e}}\\ \rho_{\mathrm{m}}\end{bmatrix} = [\boldsymbol{R}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{R}_{\mathrm{e}}]. \tag{4}$$

如果量测无误差，通过消元可以用式 (4) 的任何两个分量决定 ρ_{e} 和 ρ_{m}. 由于 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}}$ 和 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}$ 的测量值是有误差的，所以通常用最小二乘法确定 ρ_{e} 和 ρ_{m}. 解出 ρ_{e} 和 ρ_{m}，探测器的位置坐标就可以从式 (2) 算出.

该方法的缺点是不能直接获得探测器的速度信息，且位置信息的精度随量测噪声的变化起伏较大. 结合轨道动力学方程，通过滤波方法对该结果进行再处理，可大大提高导航定位的精度.

2.2 基于轨道动力学方程的多模自适应滤波方法

2.2.1 导航系统的数学模型

在讨论月球探测器在地月转移轨道的运动时，选取历元 (J2000.0) 地心赤道惯性坐标系. 此时通常选用的月球探测器的状态模型 (三体轨道模型) 为

$$\begin{cases}
\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_x + w_x,\\
\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = v_y + w_y,\\
\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = v_z + w_z,\\
\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -\mu_{\mathrm{e}}\dfrac{x}{r^3}\left[1 - J_2\left(\dfrac{R_{\mathrm{e}}}{r}\right)\left(7.5\dfrac{z^2}{r^2} - 1.5\right)\right] - \\
\qquad \mu_m\left(\dfrac{x - x_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{sm}}^3} + \dfrac{x_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{m}}^3}\right) + w_{v_x},\\
\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -\mu_{\mathrm{e}}\dfrac{y}{r^3}\left[1 - J_2\left(\dfrac{R_{\mathrm{e}}}{r}\right)\left(7.5\dfrac{z^2}{r^2} - 1.5\right)\right] - \\
\qquad \mu_m\left(\dfrac{y - y_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{sm}}^3} + \dfrac{y_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{m}}^3}\right) + w_{v_y},\\
\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -\mu_{\mathrm{e}}\dfrac{z}{r^3}\left[1 - J_2\left(\dfrac{R_{\mathrm{e}}}{r}\right)\left(7.5\dfrac{z^2}{r^2} - 4.5\right)\right] - \\
\qquad \mu_m\left(\dfrac{z - z_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{sm}}^3} + \dfrac{z_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{m}}^3}\right) + w_{v_z},
\end{cases}$$

$$\begin{aligned}
r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},\\
r_{\mathrm{sm}} &= |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}| \\
&= \sqrt{(x - x_{\mathrm{m}})^2 + (y - y_{\mathrm{m}})^2 + (z - z_{\mathrm{m}})^2}.
\end{aligned} \tag{5}$$

其中，各参数的定义可参考文献 [8]. 令状态矢量

$$\boldsymbol{X} = [x, y, z, v_x, v_y, v_z]^{\mathrm{T}},$$

状态模型噪声

$$\boldsymbol{W} = [w_x, w_y, w_z, w_{v_x}, w_{v_y}, rw_{v_z}]^{\mathrm{T}},$$

则式 (1) 可简写为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t) = f(\boldsymbol{X}(t)) + \boldsymbol{W}(t). \tag{6}$$

这里，使用星光角距作为观测量，由图 1 中所示的几何关系，可得到星光角距 α_{e}, α_{m} 的表达式为

$$\alpha_{\mathrm{e}} = \arccos(\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}} \cdot \boldsymbol{s}) + v_{\alpha_{\mathrm{e}}}, \tag{7}$$

$$\alpha_{\mathrm{m}} = \arccos(\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}} \cdot \boldsymbol{s}) + v_{\alpha_{\mathrm{m}}}. \tag{8}$$

令 $\boldsymbol{Z} = [\alpha_{\mathrm{e}}, \alpha_{\mathrm{m}}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{V} = [v_{\alpha_{\mathrm{e}}}, v_{\alpha_{\mathrm{m}}}]^{\mathrm{T}}$(量测噪声)，则由式 (7)、(8) 可得天文导航系统的量测方程为

$$\boldsymbol{Z}(t) = [\alpha(t)] = h(\boldsymbol{X}(t)) + \boldsymbol{V}. \tag{9}$$

上述量测方程为非线性的，相应的量测矩阵可由公式 $H = \partial h/\partial X$ 得出.

对于本文提出的新方法，由于使用第一步通过纯天文几何解算得到的位置信息，即探测器在惯性坐标系中的 3 轴位置作为观测量，因此导航系统的量测模型变为

$$\boldsymbol{Z}'(t) = \boldsymbol{H}' \cdot \boldsymbol{X}(t) + \boldsymbol{V}'. \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{Z}' = \boldsymbol{r}_{\mathrm{p}} = (x_{\mathrm{c}}, y_{\mathrm{c}}, z_{\mathrm{c}})^{\mathrm{T}}$ 为通过方程 (1) 和 (2) 计算得到的探测器的位置. 此时，量测矩阵变为

$$\boldsymbol{H}' = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}. \tag{11}$$

显然，这种新方法与传统的直接利用天文观测量 (例如星光角距) 的滤波方法相比，观测矩阵由非线性时变矩阵变为了线性定常矩阵. 由此带来的可观测度的变化和定位精度的提高将在后面详细讨论.

2.2.2 多模自适应卡尔曼滤波方法

由于使用的量测信息来自于第一步通过纯天文几何解算得到的位置信息，而不是直接的天文量测量，因此量测噪声的方差阵不能直接使用测量仪器的量测噪声方差，必须综合考虑量测误差和计算误

差. 该量测误差会受到量测误差、导航星之间的位置关系及导航恒星与探测器之间的几何关系等多种因素的影响，因此量测噪声方差阵不是常量. 为了解决这个问题，获得高性能的导航系统，在此采用模糊多模型自适应卡尔曼滤波方法 [9]−[11].

1. 系统模型集

对于运行于转移轨道的探测器来说，天文系统的状态方程为式 (5) 定义的轨道动力学方程，在此简写为 $\dot{\boldsymbol{X}}(t) = f(X,t) + \boldsymbol{W}(t)$, 且状态模型噪声协方差阵 $\boldsymbol{E}[\boldsymbol{W}(k)\boldsymbol{W}(k)^{\mathrm{T}}] = \boldsymbol{Q}$; 由于量测噪声方差阵不确定，量测方程则使用来自式 (10) 一个模型集: $\boldsymbol{Z}_i(t) = \boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{X}(t) + \boldsymbol{V}_i(t)$, 其中量测模型噪声的协方差阵 $\boldsymbol{E}[\boldsymbol{V}_i(k)\boldsymbol{V}_i(k)^{\mathrm{T}}] = \boldsymbol{R}_i$, $i = 1,2,\cdots,N$.

2. 多模型卡尔曼滤波器

对于上面描述的多模系统，由于系统模型为非线性, 为减小其线性化误差, 采用了带二阶项的扩展卡尔曼滤波方法. 各子模型的具体滤波方法如下.

$$\hat{\boldsymbol{X}}_i(k,k-1) = \hat{\boldsymbol{X}}_i(k-1) + f[\hat{\boldsymbol{X}}_i(k-1), t_{k-1}]\cdot \boldsymbol{T} + F[\hat{\boldsymbol{X}}_i(k-1)]\cdot f[\hat{\boldsymbol{X}}_i(k-1), t_{k-1}]\frac{T^2}{2}, \tag{12}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_i(k) = \hat{\boldsymbol{X}}_i(k,k-1) + \boldsymbol{K}_i(k)\cdot \{\boldsymbol{Z}(k) - \boldsymbol{H}[\hat{\boldsymbol{X}}_i(k,k-1), k]\}, \tag{13}$$

$$\boldsymbol{K}_i(k) = \boldsymbol{P}_i(k,k-1)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(k)\cdot [\boldsymbol{H}(k)\boldsymbol{P}_i(k,k-1)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{R}_i(k)]^{-1}, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{P}_i(k,k-1) = \boldsymbol{\Phi}(k,k-1)\boldsymbol{P}_i(k-1)\cdot \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(k,k-1) + \boldsymbol{Q}(k-1), \tag{15}$$

$$\boldsymbol{P}_i(k) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_i(k)\boldsymbol{H}(k)]\boldsymbol{P}_i(k,k-1)\cdot [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_i(k)\boldsymbol{H}(k)]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{K}_i(k)\boldsymbol{R}_i(k)\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}(k). \tag{16}$$

其中,

$$\boldsymbol{F}(k) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}\Big|_{x=\hat{\boldsymbol{X}}(k)},$$
$$\boldsymbol{\Phi}(k,k-1) = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{F}(k-1)\cdot T.$$

3. 模糊估计融合

应用上述卡尔曼滤波公式对 N 个模型进行状态估计，就得到 N 个状态估计值. 然后需要根据各子模型与实际模型的匹配程度确定权值，进行全局融合估计. 传统求取权值的方法是取

$$W_{\mathrm{q}i}(k) = \frac{p(\boldsymbol{Z}_i(k)|\hat{\boldsymbol{X}}_i(k))p(\hat{\boldsymbol{X}}_i(k)|\hat{\boldsymbol{X}}(k-1))}{\sum_{i=1}^{N} p(\boldsymbol{Z}_i(k)|\hat{\boldsymbol{X}}_i(k))p(\hat{\boldsymbol{X}}_i(k)|\hat{\boldsymbol{X}}(k-1))},$$

但对于本文提出的方法来说, 在一段时间内, 虽然仅有少数子模型与实际模型相符合，但由于各子模型的差异仅在于量测噪声的误差阵不同，因此采用上面的权值计算方法所得到的权值不能较好地反映各子模型与实际模型的匹配程度. 为了解决该问题，本文改为采用模糊方法计算权重，即以标称状态值和量测值定义模糊集合，然后根据对子模型得到的状态估计值和量测值计算各个模型的隶属度，然后把这个隶属度作为所使用模型的权重. 即令

$$W_{\mathrm{q}x}^i(k) = G[\hat{\boldsymbol{X}}_i(k);\ \hat{\boldsymbol{X}}(k,k-1), \boldsymbol{Q}] = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{|\hat{\boldsymbol{X}}_i(k) - \hat{\boldsymbol{X}}(k,k-1)|}{|\boldsymbol{Q}|}\right)^2},$$

$$W_{\mathrm{q}z}^i(k) = G[\boldsymbol{H}\cdot\hat{\boldsymbol{X}}_i(k);\ \boldsymbol{Z}_i(k),\ \boldsymbol{R}_i] = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{|\boldsymbol{Z}_i(k) - \boldsymbol{H}\cdot\hat{\boldsymbol{X}}_i(k,k-1)|}{|\boldsymbol{R}_i|}\right)^2},$$

$$W_{\mathrm{q}i}(k) = W_{\mathrm{q}x}^i(k)W_{\mathrm{q}z}^i(k).$$

其中, G 为高斯函数. 这样，那些与实际模型相符合的子模型就获得了较大的权重. 在对具有较小权值的子模型进行舍弃 (令其 $W_{\mathrm{q}i}(k) = 0$), 并对权值进行归一化后，系统最终的状态估计值和状态估计误差阵由式 (17), (18) 得到

$$\hat{\boldsymbol{X}}(k) = \sum_{i=1}^{N} W_{\mathrm{q}i}(k)\hat{\boldsymbol{X}}_i(k), \tag{17}$$

$$\boldsymbol{P}(k) = \sum_{i=1}^{N} W_{\mathrm{q}i}(k)\{\boldsymbol{P}_i(k) + [\hat{\boldsymbol{X}}_i(k) - \hat{\boldsymbol{X}}(k)]\cdot [\hat{\boldsymbol{X}}_i(k) - \hat{\boldsymbol{X}}(k)]^{\mathrm{T}}\}. \tag{18}$$

3 仿真结果

3.1 仿真条件

选用 1995 年美国深空科学实验计划 (Deep Space Program Science Experiment, DSPSE) 中使用的仿真条件，探测器的标称位置和姿态数据由 STK 软件生成，具体仿真条件如下.

(1) 坐标系为 J2000 地心赤道惯性坐标系.

(2) 轨道参数为

长半轴: $a = 203\,340$ km.

偏心率: $e = 0.9672$.

轨道倾角: $I = 27.845°$.

升交点赤经: $\Omega = 319.47°$.

近升角距: $\omega = 306.14°$.

(3) 测量仪器的精度为

星敏感器的视角： 20°.

星敏感器精度： 3″ (1σ).

地球敏感器的精度： 0.05° (1σ).

月球敏感器的精度： 0.05° (1σ).

(4) 为了便于比较，仿真中使用了固定的 3 颗导航恒星，分别为 Arcturus(α Boo), Altair(α Aql), Alhena(γ Gem).

(5) 在扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman Filter, EKF) 中使用的初始值和参数为

$$\boldsymbol{Q} = \mathrm{diag}\begin{bmatrix}(2\times10^{-5})^2 & (2\times10^{-5})^2 & (2\times10^{-5})^2\\ (2\times10^{-7})^2 & (2\times10^{-7})^2 & (2\times10^{-7})^2\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{R}_i = \begin{bmatrix} r_i & 0 & 0\\ 0 & r_i & 0\\ 0 & 0 & r_i\end{bmatrix}.$$

其中， $r_i = 2i$, $i = 1, 2, \cdots, 10$; $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 主要反映模型误差和量测误差，根据经验选取； P_0 可以任意选取， X_0 可以在真值附近的区间内选取，滤波周期 $T = 15$ s.

3.2 仿真结果

图 2 和图 3 分别给出了通过传统的直接以星光角距作为观测量的滤波方法和本文提出的新方法得到的滤波定位结果.

表 1 给出了两种方法导航精度的仿真数据.

表 1 两种方法的结果比较表

Table 1 Simulation result comparison of two method

导航方法	位置误差 (1σ)	速度误差 (1σ)
以星光角距作为观测量的滤波方法	9.6204 km	0.5721 m/s
本文提出的新方法	6.2043 km	0.3341 m/s

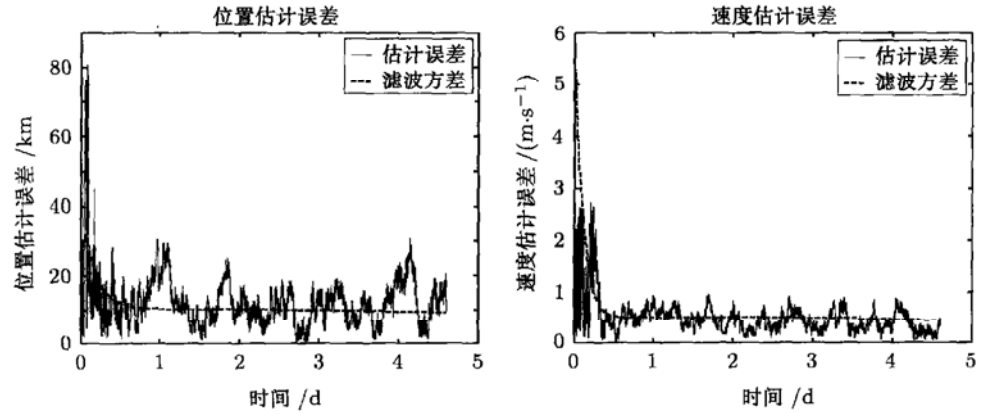


图 2 直接以星光角距作为观测量滤波后的定位结果

Fig.2 The simulation results of the conventional method

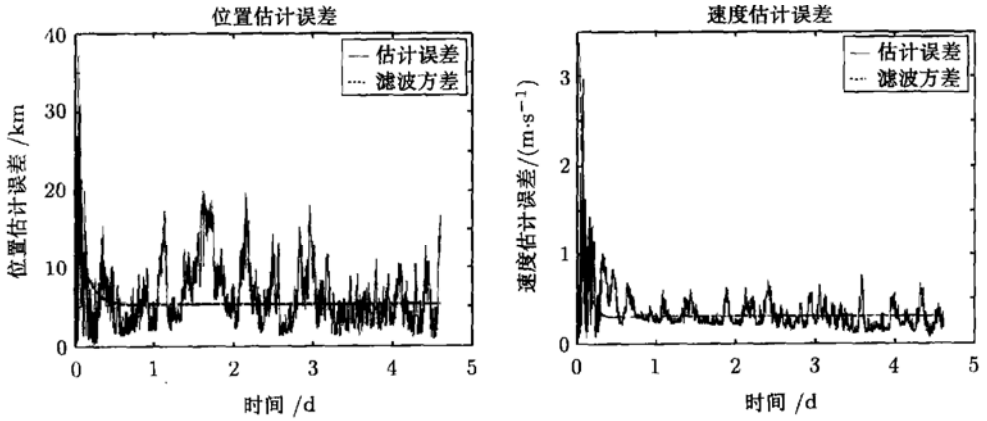


图 3 本文方法的滤波结果

Fig.3 The simulation results of the new method

从上述仿真结果可以看出，将天文观测量先经过几何解算，再将求得的结果作为观测量进行滤波比直接对这些观测量滤波可获得更高的精度，这主要是由于量测方程的变化，导致系统的可观测度提高，最终影响了滤波定位的结果.

4 可观测性和可观测度分析

对于离散非线性时变系统，

$$\boldsymbol{X}(k+1)=f(\boldsymbol{X}(k)),$$
$$\boldsymbol{Z}(k)=h(\boldsymbol{X}(k))+\boldsymbol{V}.$$

其可观测性矩阵为 [12]

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}(k)\\ \boldsymbol{H}(k+1)\boldsymbol{F}(k)\\ \boldsymbol{H}(k+2)\boldsymbol{F}(k+1)\boldsymbol{F}(k)\\ \vdots\\ \boldsymbol{H}(k+n-1)\boldsymbol{F}(k+n-2)\cdots\boldsymbol{F}(k)\end{bmatrix},$$

其中，

$$\boldsymbol{F}(k)=\left.\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right|_{x=\hat{\boldsymbol{X}}(k)},$$
$$\boldsymbol{H}(k)=\left.\frac{\partial h(x)}{\partial x}\right|_{x=\hat{\boldsymbol{X}}(k)}.$$

当 $T=15\,\mathrm{s}$ 时，对于传统的直接利用天文观测信息如星光角距的滤波方法，其系统的状态方程和观测方程可由式 (5)、(9) 得到，设在 k 时刻有

$$\hat{\boldsymbol{X}}(k)=$$
$$[-53653\ 32348\ 17049\ -3.1088\ 0.68253\ 0.35861]^{\mathrm{T}},$$

使用上述仿真条件中的 3 颗导航恒星提供的观测信息，可得到 k 时刻的可观测矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的秩 $R(\boldsymbol{M})=6$，说明系统在 k 时刻是可观测的，条件数 $C(\boldsymbol{M})=31\,870$，说明该可观测性矩阵为一个严重病态矩阵，可观测度较差，在此取矩阵的条件数作为可观测度的度量标准 [13]. 如果可观测性矩阵的条件数较大，说明该可观测性矩阵为一个病态矩阵，在相同量测误差下得到的估计误差就较大，可观测度较差；反之可观测性矩阵的条件数较小，则可观测度较好. 也就是说，可观测性矩阵的条件数与系统的可观测度呈反比. 该部分的详细分析，包括对采用其他观测信息，例如星光仰角的天文导航系统的分析可以参考文献 [14].

对于本文介绍的新方法，由于使用初步定位的结果作为观测量，其观测矩阵 $\boldsymbol{H}'(k)$ 为式 (11) 所示的定常矩阵，其在 k 时刻的可观测性矩阵 $\boldsymbol{M}'$ 的秩 $R(\boldsymbol{M}')=6$，说明系统在 k 时刻是可观测的，条件数 $C(\boldsymbol{M}')=227.0134$，显然其可观测度要好得多.

更一般性地，图 4 和图 5 给出了这两种方法在 5 天内可观测矩阵条件数的数值. 由图可见，在整个滤波过程中，可观测度的数值基本保持在同一数量级. 本文提出的新方法的可观测度明显优于传统方法. 从图 4 中还可看出，随地球、月球和探测器位置关系的变化，传统方法在不同时间的可观测度略有差异，中间段的可观测度优于近地和近月段.

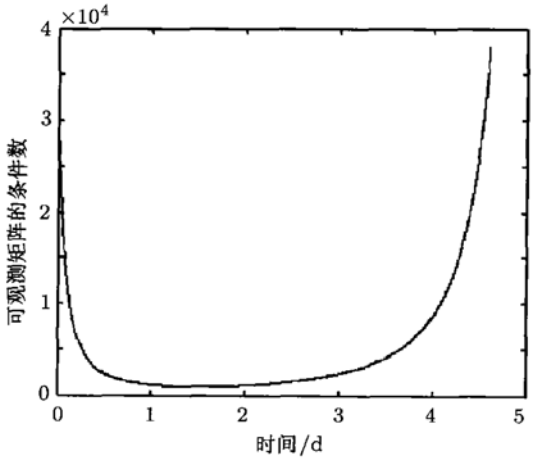


图 4 传统方法的可观测度

Fig.4 The observability of conventional method

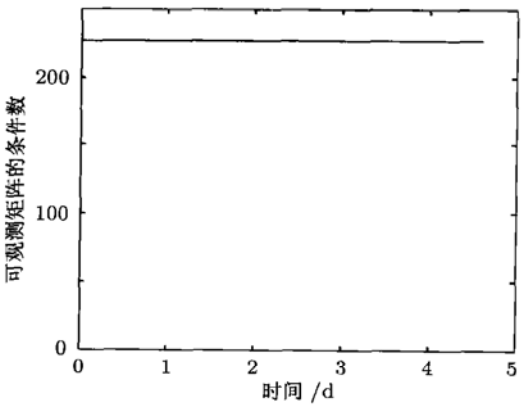


图 5 本文方法的可观测度

Fig.5 The observability of new method

5 结论

受系统可观测性能的影响，天文导航系统的性

能与观测量以及相应的量测方程密切相关，这种将天文观测量先通过几何解析得到一个初定位结果，再将该结果作为观测量进行滤波的天文自主导航新方法，与传统的直接对这些观测量进行滤波的方法相比，由于其可观测性能有了较大提高，因此可以获得更高的导航定位精度．由于在该方法中量测噪声方差阵是不断变化的，为了获得较好的系统性能，采用了模糊多模型自适应扩展卡尔曼滤波方法，仿真结果表明该方法较好地解决了这一问题，系统的导航定位精度有了较大提高．如何将该方法进行改进，减少计算量，以及在其他类型的航天器上进行应用仍是值得进一步研究的问题．

参考文献

[1] Song Fuxiang, Zuo Wenji. Algorithm study on autonomous orbit determination for low earth orbit microsatellites using GPS. *Chin. J. Space Sci.*, 2000, **20**(1):40—46. in Chinese (宋福香, 左文辑. 近地卫星的GPS自主定轨算法研究. 空间科学学报, 2000, **20**(1):40—46)

[2] Wen Yuanlan, Wang Wei, Zeng Guoqiang, Xi Xiaoning. Navigation for the lunar probe based on ground tracking sites. *J. Nat. Univ. Def. Tech.*, 2001, **23**(6):33—37. in Chinese (文援兰, 王威, 曾国强, 郗晓宁. 地面站对月球探测器的导航. 国防科技大学学报, 2001, **23**(6):33—37)

[3] Li Linlin, Sun Huixian. A method of celestial autonomous orbit determination and attitude determination for satellite. *Chin. J. Space Sci.*, 2003, **23**(2):127—133. in Chinese (李琳琳, 孙辉先. 一种卫星天文自主定轨定姿方法研究. 空间科学学报, 2003, **23**(2):127—133)

[4] Battin R H. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics. New York: Amer. Ins. Aeron. Astron., 1999, 624—626

[5] Ning Xiaolin, Fang Jiancheng. A new method of autonomous celestial navigation for spacecraft based on information fusion. *J. Astron.*, 2003, **24**(6):579—583. in Chinese (宁晓琳, 房建成. 一种基于信息融合的卫星自主天文导航新方法. 宇航学报, 2003, **24**(6):579—583)

[6] Fang Jiancheng, Ning Xiaolin. New autonomous celestial navigation method for lunar satellite. *J. Harbin Ins. Tech.*, 2003, **10**(3):308—310

[7] Zhang Renwei. Satellite Attitude Dynamics and Control. Beijing: Beijing Univ. Aeron. Astron. Press, 1998, 50—52. in Chinese (章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998, 50—52)

[8] Zhou Wenyan, Yang Weilian. Mid-correction of translunar trajectory of lunar explorer. *J. Astron.*, 2004, **25**(1):89—92. in Chinese (周文艳, 杨维廉. 月球探测器转移轨道的中途修正. 宇航学报, 2004, **25**(1):89—92)

[9] Zhang Yongsheng, Ji Chengxin. A fuzzy in teracting multiple model algorithm based on current statistical model. *Fire Cont. Comm. Cont.*, 2003, **28**(1):51—55. in Chinese (张永胜, 嵇成新. 一种基于当前统计模型的模糊交互多模型算法. 火力与指挥控制, 2003, **28**(1):51—55)

[10] Li Yanhua, Fang Jiancheng. A multi-model adaptive federated filter and it's application in INS/CNS/GPS integrated navigation system. *Aeros. Cont.*, 2003, **21**(2):33—38. in Chinese (李艳华, 房建成. 一种多模型自适应联邦滤波器及其在INS/CNS/GPS组合导航系统中的应用. 航天控制, 2003, **21**(2):33—38)

[11] Zhang Zhixing, Sun Chunzai, Shui Guyinger. Neuro-Fuzzy and Soft Computing. Xian: Xian Jiaotong Univ. Press, 2000. in Chinese (张志星, 孙春在, 水谷英二. 神经-模糊和软计算. 西安: 西安交通大学出版社. 2000)

[12] Reif Konrad, Gunther Stefan. Stochastic stability of the discerte-time extended kalman filter. *Autom. Cont., IEEE Trans.*, 1999, **44**(4):714—728

[13] Zhe Chen. Local observability and its application to multiple measurement estimation. *Ind. Elec., IEEE Trans.*, 1991, **38**(6):491—496

[14] Ning Xiaolin, Fang Jiancheng. The analysis of observability and the degree of observability in autonomous celestial navigation. *J. Beijing Univ. Aeron. Astron.*, 2005, **31**(6):. in Chinese (宁晓琳, 房建成. 主天文导航系统的可观测性及可观测度分析. 北京航空航天大学学报, 2005, **31**(6):)