粗差拟准检定法在星载 GPS 低轨卫星定轨中的应用*

韩保民[1] 欧吉坤[2] 曲国庆[1] 柳林涛[2]

[1](山东理工大学建筑工程学院 淄博 255049)

[2](中国科学院测量与地球物理研究所动力大地测量学重点实验室)

摘 要 利用自适应卡尔曼滤波进行星载 GPS 低轨卫星定轨时，必须解决量测方程中经常存在的粗差问题. 在分析以往方法的优缺点后，用拟准检定法来探测和修正量测方程中存在的粗差. 该法的优点是辨识粗差准确率高，能同时定位多个粗差. 另外，为了克服星载 GPS 低轨卫星定轨的滤波器可能出现的数值不稳定性及发散现象，还采用了 UD 分解算法及 Sage 自适应滤波器. 最后用一个 CHAMP 卫星的模拟算例验证本方法的可行性和有效性.

关键词 星载 GPS; 低轨卫星定轨; 卡尔曼滤波; 粗差拟准检定法

中图法分类号 V 412

Use of QUAD Method for GPS-based Orbit Determination of LEOs

HAN Baomin[1] OU Jikun[2] QU Guoqing[1] LIU Lintao[2]

[1](*School of Architecture and Engineering, Shandong University of Technology, Zibo* 255049)

[2](*Key Laboratory of Dynamical Geodesy, Institute of Geodesy and Geophysics, The Chinese Academy of Sciences*)

Abstract Kalman filtering technique can be used as optimal estimation of motion state of a LEO (Low-Earth-Orbiter); it can be applied directly to real time Orbit Determination (OD), or to Precise Orbit Determination (POD) with post-processing mode. The OD accuracy using Kalman filters depends on a priori knowledge of system models, noise statistics, especially quality of observations from onboard GPS receiver on LEO. When using Kalman filtering technique for GPS-based OD of LEOs, the gross errors in observation equation must be well dealt with firstly. Having analyzed the characteristics of solving gross errors in pervious methods, QUasi-Accurate Detection (QUAD) of gross errors method has been employed to detect and correct gross errors in observations. The advantages of this method are: accuracy rate of detecting gross errors is high; multiple gross errors can be detected at the same time. In addition, UD decomposition technique and Sage adaptive filter are employed to overcome the instability of numerical value computation and divergence of filter that

* 国家自然科学基金项目 (40474001, 40474009), 山东省基础地理信息与数字化技术重点实验室开放基金项目 (SD040209), 中国科学院测量与地球物理研究所 "百人计划" 项目和山东理工大学科研基金项目 (2004KJM11) 共同资助

2004-05-28 收到原稿, 2005-01-10 收到修定稿

properly occurred. At last, a simulation example of CHAMP satellite is used to demonstrate the feasibility and validity of new method presented in this paper.

Key words GPS-based, Orbit determination for LEOs, Kalman filter, QUAD

1 引言

动态卡尔曼滤波由于无需保存历史观测数据、计算机存储量和计算量相对较小等特点，非常适于实时动态数据处理以及非平稳随机过程的估计. 目前已在航天器导航、导弹制导、GPS 动态定位、星载 GPS 低轨卫星定轨等动态数据处理方面得到了广泛的应用，并成为低轨卫星定轨常用方法 [1]–[4]. 利用卡尔曼滤波技术，可以实时确定低轨卫星轨道，也可以利用卡尔曼平滑技术，在某一段时间内对低轨卫星进行后处理精密定轨.

然而，在利用卡尔曼滤波进行星载 GPS 低轨卫星定轨时，在 GPS 观测方程中，常存在粗差，在相位观测方程中还可能存在周跳，它们是限制定轨精度提高的重要因素之一. 研究表明，未被探测的粗差将导致滤波对低轨卫星位置及速度等参数的有偏估计，严重的还会将导致滤波发散. 因此，必须探测量测方程中是否存在粗差，如果存在，应对其进行定位并修正，然后校正该历元的结果，再开始下一历元的滤波.

为此，有人提出利用新息序列自适应地实时估计观测噪声协方差阵方法，但是这种方法在状态噪声未知或不准的情况下就会失效，因为不能同时自适应估计观测噪声和状态噪声的方差阵，二者是相互影响的 *. 假设检验虽然应用广泛，但是在测量数据中存在多个粗差时，特别是系统结构弱时，效果不好 [6]. 抗差估计 [7],[8] 的关键是构造有效的权函数，然而目前构造通用权函数还较困难，对于多维情形，还没有严密适用的精度评定办法 [9],[10]. 粗差的拟准检定法以观测值的真误差为研究对象，通过附加 “拟准观测真误差的范数极小” 的条件，求解关于真误差的秩亏方程. 由于它是一种选群拟合，而非强制性符合，因而可以同时辨识、定位观测数据中多个粗差，并能估计粗差大小和精度 [10]. 有鉴于此，本文将拟准检定法拓展，与动态卡尔曼滤波结合，提出一种综合卡尔曼滤波方法. 该方法用拟准检定法消除观测方程中的粗差影响，用 UD 分解算法及 Sage 自适应滤波器来克服星载 GPS 低轨卫星定轨的滤波器可能出现的数值不稳定性及发散现象. 算例结果表明，该滤波能较好地削弱粗差的影响，加上自适应 UD 滤波算法，滤波结果比较平稳.

2 星载 GPS 低轨卫星定轨中综合卡尔曼滤波模型

在星载 GPS 低轨卫星定轨中有三类常用方法，即顾及低轨卫星力学模型的动力学定轨法、基于 GPS 观测值的纯几何法定轨以及将动力学法与几何法联合起来的综合动力学法. 其中基于星载 GPS 的纯几何法定轨由于无需知道低轨卫星的受力状态、观测精度高及可连续观测等特点，成为目前低轨卫星精密定轨中最常用方法之一. 本文主要研究卡尔曼滤波在星载 GPS 低轨卫星几何法定轨中的应用.

由于低轨卫星在运行时受到摄动力的影响是不断变化的，其速度和加速度也随之不断变化，因此应采用合理的常加速度模型 [11]. 在实际计算中，一般是根据初始几个历元的最小二乘结果求得低轨卫星的初始状态向量及其协方差阵，并取低轨卫星的三维位置 (x, y, z) 、钟差 $(\mathrm{d}t)$ 及其速度和加速度为状态向量，即

$$\boldsymbol{X}_k = (x\ y\ z\ \mathrm{d}t\ \dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}\ \mathrm{d}\dot{T}\ \ddot{x}\ \ddot{y}\ \ddot{z}\ \mathrm{d}\ddot{t})_k^{\mathrm{T}}, \quad (1)$$

式中， $\boldsymbol{X}_k$ 为状态向量，上标 T 表示转置，下标 k 表示历元号， $\cdot$ 和 $\cdot\cdot$ 分别表示对时间的一次和二次导数.

在确定了低轨卫星的状态向量后，常用离散化的卡尔曼滤波模型来描述低轨卫星的系统状态，且其状态方程为线性形式

$$\boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{\phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{B}_{k,k-1}\boldsymbol{u}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_{k-1}. \quad (2)$$

观测方程是非线性的，将其线性化后有

$$\boldsymbol{L}_k = \boldsymbol{A}_k\boldsymbol{X}_k + \boldsymbol{v}_k. \quad (3)$$

*Busse Franz D, Simpson James. Demonstration of adaptive extended Kalman filter for low earth orbit formation estimation using CDGPS. Institute of Navigation GPS Meeting, Portland OR, 2002

在上两式中,

$$\boldsymbol{\phi}_{k,k-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E} & \Delta t\boldsymbol{E} & \Delta t^2\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{E} & \Delta t\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O} & \boldsymbol{E}\end{bmatrix}$$

为 $k-1$ 历元到 k 历元的一步状态转移矩阵, 其中, $\boldsymbol{E}$ 为三阶单位阵, Δt 为观测历元间隔. $\boldsymbol{u}_{k-1}$ 指模型误差的补偿参数 (常用加速度的变化率来拟合),$\boldsymbol{B}_{k,k-1}=(\Delta t^3\boldsymbol{E}\ \ \Delta t^2\boldsymbol{E}\ \ \Delta t\boldsymbol{E})^{\mathrm{T}}$ 为其系数阵. $\boldsymbol{L}_k$ 为第 k 历元观测向量, $\boldsymbol{A}_k$ 为设计矩阵, $\boldsymbol{\omega}_{k-1}$、$\boldsymbol{v}_k$ 为独立白噪声, 其统计特性为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\omega}_k)=0, && \boldsymbol{E}(\boldsymbol{v}_k)=0,\\ &\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\omega}_k\boldsymbol{\omega}_j^{\mathrm{T}})=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\delta}_{kj}, && \boldsymbol{E}(\boldsymbol{v}_k\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}})=\boldsymbol{R}\boldsymbol{\delta}_{kj}.\end{aligned}\quad(4)$$

其中 $\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{R}$ 分别为各历元的动态噪声和观测噪声的协方差阵.

(1) 用拟准检定法探测观测方程中的粗差

当观测值中存在粗差时, 系统的观测方程可写成

$$\breve{\boldsymbol{L}}_k=\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{C}_b\boldsymbol{\nabla}_k+\boldsymbol{v}_k.\quad(5)$$

式中, $\boldsymbol{C}_b$ 为粗差系数阵, $\boldsymbol{\nabla}_k$ 为粗差向量. 按标准卡尔曼滤波模型, 含粗差影响的预测残差为

$$\breve{\boldsymbol{V}}_k=\breve{\boldsymbol{L}}_k-\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{X}_{k,k-1}=\boldsymbol{V}_k+\boldsymbol{C}_b\boldsymbol{\nabla}_k.\quad(6)$$

式中, $\boldsymbol{V}_k$ 为无粗差时的预测残差. 由公式 (6) 可知, 如果初始状态参数比较可靠, 粗差在预测残差中可以得到相当程度的反映.

应注意到这样的事实, 观测值中正常的 (指无粗差的) 毕竟是多数, 将这些基本正常但尚待确认的观测称为 "拟准观测". 很显然, 真误差估值相对较小是判别拟准观测的必要条件. 为此, 可用适当的方式选出 $r(>m)$ 个拟准观测, 一般分初选和复选两大步.

①初选. 由于预测残差能比较好地反映粗差情况, 首先根据预测残差初选拟准观测. 初选 $|\breve{\boldsymbol{V}}_k|$ 较小的观测作为拟准观测, 假设初选拟准观测为 $r(r>4$ 个, 式 (3) 中的必要观测数为 4), 通过附加拟准观测范数极小的条件求得第 k 历元观测值真误差估值为

$$\hat{\Delta}_k=-(\boldsymbol{R}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k+\boldsymbol{P}_Q\boldsymbol{G}_Q^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_Q\boldsymbol{P}_Q)^{-1}\boldsymbol{R}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k\breve{\boldsymbol{L}}_k.\quad(7)$$

其中, $\boldsymbol{G}_Q=0(\boldsymbol{H}_k)_r^{\mathrm{T}}$, $(\boldsymbol{H}_k)_r^{\mathrm{T}}$ 为第 k 个历元系数阵 $\boldsymbol{H}_k$ 的转置矩阵对应于拟准观测的分块矩阵, $\boldsymbol{P}_Q=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & (P_k)_r\end{pmatrix}$, $(\boldsymbol{P}_k)_r$ 为拟准观测对应的权阵, $\boldsymbol{P}_k=\sigma_0^2\boldsymbol{R}_k^{-1}$.

②复选. 复选拟准观测根据真误差估值 $\hat{\Delta}_k$ 的分群情况, 如果初选的拟准观测正确, 则含粗差观测的真误差估值明显大于正常观测的真误差估值, 以此可将含粗差的观测区分开来. 有关拟准检定法的详细步骤可参考文献 *.

通过初选、复选拟准观测求得 $\hat{\Delta}$, 根据 $\hat{\Delta}$ 呈现明显分群的特征, 可以确定粗差的位置. 假设第 i 个观测被判定含粗差, 可用一个 n 维单位向量 $e_i=(0\cdots010\cdots0)^{\mathrm{T}}$(第 i 个分量为 1, 其余为 0) 标记出来. 如果找到 b 个粗差, 就得到 b 个 n 维单位向量 $\boldsymbol{e}_j(j=1,2,\cdots,b)$. 这 b 个单位向量可确定系数阵 $\boldsymbol{C}_b$ 的结构, 即, $\boldsymbol{C}_b=(\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_2\cdots\boldsymbol{e}_b)$. 最后可得到如下公式来估计粗差

$$\hat{\boldsymbol{\nabla}}_k=(\boldsymbol{C}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_Q\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{C}_b)^{-1}\boldsymbol{C}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_Q\boldsymbol{R}_k\breve{\boldsymbol{L}}_k.\quad(8)$$

式中, $\boldsymbol{R}$ 为平差因子阵. 假设将观测值中的粗差全部找到, 将含粗差的观测值剔除, 或给出较准确的拟准解将其修正, 然后就可以用卡尔曼滤波求解参数估值.

(2) 用 UD 滤波计算 $X_{k,k}$ 及其协方差阵

由于卡尔曼滤波过程中矩阵运算较多, 尤其是矩阵的求逆, 计算量很大. 从计算的精度取舍上, 很难保证随时间累计的协方差阵的正定性, 导致滤波发散. 因此, 在星载 GPS 低轨卫星实际定轨中, 常采用 UD 分解算法来克服这一缺陷.

利用 Cholesky 分解将 $\boldsymbol{\Sigma}_{k,k-1}$ 分解成: $\boldsymbol{\Sigma}_{k,k-1}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{D}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}$, 其中 $\boldsymbol{U}$ 为上三角阵, $\boldsymbol{D}$ 为对角阵. 则有

$$\boldsymbol{\Sigma}_{k,k}=\boldsymbol{U}(\boldsymbol{D}-\boldsymbol{F}\boldsymbol{S}\boldsymbol{L}_k\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}},\quad(9)$$

式中, $\boldsymbol{S}_k$ 为预测残差方差阵, $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{D}\boldsymbol{G}$, $\boldsymbol{G}=(\tilde{\boldsymbol{A}}_k\boldsymbol{U})^{\mathrm{T}}$, $\tilde{\boldsymbol{A}}_k$ 为由第 k 历元修正或剔除粗差后的设计矩阵.

(3) Sage 自适应滤波器

如果观测噪声及状态噪声估计不准, 也会引起滤波器发散. 为此, 在将卡尔曼滤波应用于星载 GPS 定轨卫星定轨中时, 滤波器常采用自适应过程. 本文采用最常用的 Sage 自适应估计方法 [5]. 它是利

* 韩保民. 基于星载 GPS 的低轨卫星几何法定轨理论研究. 博士论文, 中国科学院测量与地球物理研究所, 2003

用状态滤波值 $\widehat{\boldsymbol{X}}_{k,k}$ 与状态预测值 $\widehat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}$ 之差 (称为状态残差) 估计 $\boldsymbol{Q}_k$, 如果记状态残差为 $\boldsymbol{VX}_k = \widehat{\boldsymbol{X}}_{k,k} - \widehat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}$, 则动态噪声误差方差阵自适应估计为

$$\boldsymbol{Q}_k = \frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1} \boldsymbol{VX}_{k-i}\boldsymbol{VX}_{k-i}^{\mathrm{T}} + P\boldsymbol{H}_{k,k-1}\boldsymbol{\Sigma}_{k-1,k-1}\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\Sigma}_{k,k}. \quad (10)$$

3 应用实例

3.1 算例描述

本文采用的算例是在经过处理后的实际观测值上模拟粗差. 之所以采用模拟粗差, 是因为这样可以准确知道粗差位置及大小, 在验证粗差的探测及修复等问题的研究时, 就有很强的针对性, 可以很直观的判断各种方法的优劣. 另外由于采用的是实际观测值, 其观测噪声等更符合实际情况, 从而也便于验证自适应卡尔曼滤波的有效性. 在处理时, 先利用 GIPSY 软件先对 2002 年 10 月 2 日 1000—1230 的 2.5 h 的 CHAMP 卫星的双频星载 GPS 观测数据进行预处理, 剔除含粗差观测值, 然后在其上模拟了 12 个粗差, 大小和位置见表 1. 为了验证综合卡尔曼滤波方法, 即 QUAD+ 自适应 UD 分解滤波, 本算例与抗差卡尔曼滤波进行了对比, 两种滤波方法及 UD 自适应滤波的定轨结果见图 1—3.

表 1 粗差模拟统计表

Table 1 The statistics of simulated gross errors

粗差位置 历元 / 位置	100/5	200/1	250/4	300/3	400/6	450/7	600/1	650/2	700/4	800/1
粗差 /m	10	5	8	12	4	30	10	12	15	20

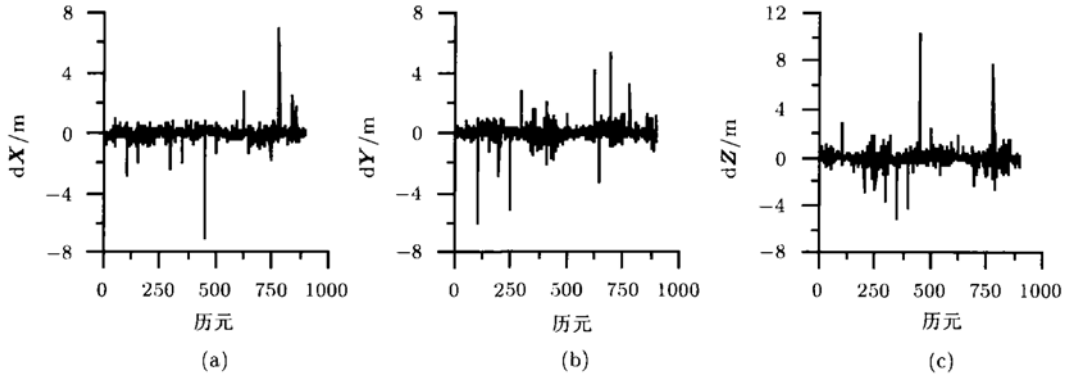


图 1 自适应 UD 分解滤波定轨结果

Fig.1. The OD results obtained by adaptive UD decomposition filter

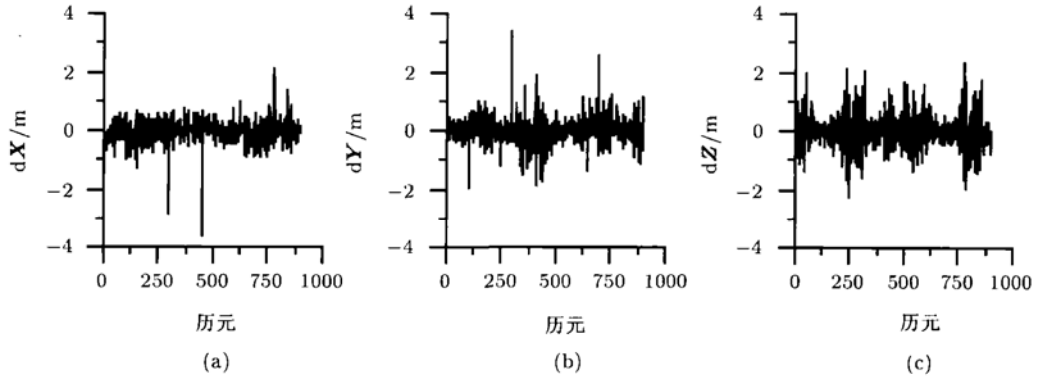


图 2 抗差卡尔曼滤波定轨结果

Fig.2. The OD results obtained by Robust Kalman filter

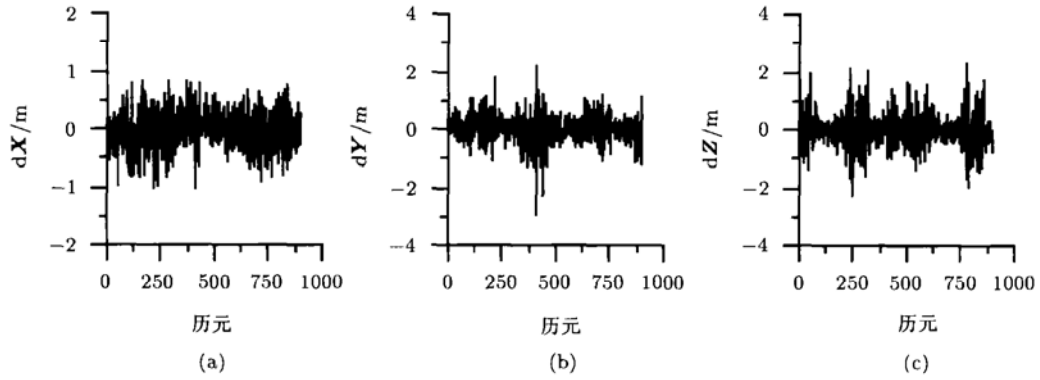


图 3 综合卡尔曼滤波定轨结果

Fig.3. The OD results obtained by comprehensive Kalman filter

3.2 结果分析

从图 1、图 2、图 3 中可以看出，由于在综合卡尔曼滤波中应用了效率较高的拟准检定法来探测和修复量测方程中存在的误差，因此模拟的粗差全部被探测出来，并得到较好的修复；而抗差卡尔曼滤波中只有部分粗差被探测出来，或者虽然粗差被探测出来，由于抗差卡尔曼滤波是将其剔除或降权处理，也可能存在降权不合理的情况.

4 结论

将拟准检定法同自适应 UD 滤波结合，应用到星载 GPS 几何法定轨中，结果能比较好地定位并修正量测方程中存在的粗差，从而较好的消除了粗差的干扰，提高状态参数解算的准确性. 算例计算结果表明，本文将拟准检定法同卡尔曼滤波结合，提出的综合卡尔曼滤波方法是可行、有效的，能够作为一种可行的星载 GPS 低轨卫星定轨方案.

参考文献

[1] Xu Tianhe *et al.* The Improved Method of Sage Adaptive Filtering. *Sci. Survey Map.*, 2000, **25**(3): 22—24. in Chinese (徐天河等. 改进的 Sage 自适应滤波方法. 测绘科学, 2000, **25**(3): 22—24)

[2] Yang Yuanxi. The Theory and applications of Robust Estimation. Beijing: Bayi Press, 1993. in Chinese (杨元喜. 抗差估计理论及其应用. 北京: 八一出版社, 1993)

[3] Yang Y, He H, Xu G. A new adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning. IUGG/IAG Birmingham, 1999

[4] Grewal M S, Andrews A P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MALTAB (2nd Edition). New York: John Wiley & Sons, 2001

[5] Lichten S M. Estimation and filtering for high precision GPS positioning applications. *Man. Geod.*, 1990, **15**:159—177

[6] Tao Benzao. The identification of Kalman filtering model errors. *J. Crustal Deform. Earthq.*, 1999, **19**(4):15—20. in Chinese (陶本藻. 卡尔曼滤波模型误差的识别. 地壳形变与地震, 1999, **19**(4):15—20)

[7] Koch K R, Yang Y. Robust Kalman filter for rank deficient observation models. *J. Geod.*, 1998, **72**(8):436—441

[8] Chai Hongzhou, Cui Y. Robust Kalman Filter for GPS Kinematic Positioning. *J. Inst. Surv. Mapp.*, 2001, **18**(1):12—15. in Chinese (柴洪洲等. 抗差卡尔曼滤波在 GPS 动态定位中的应用. 测绘学院学报, 2001, **18**(1):12—15)

[9] Ou J K. A design of triple-step resistance to gross errors. *Acta Geod. Cart. Sinica*, 1996, **25**(3):173—179, in Chinese (欧吉坤. 一种三步抗差方案的设计. 测绘学报, 1996, **25**(3):173—179)

[10] Ou J K. A new method of identifying and locating gross errors-Quasi-Accurate Detection. *Sci. Bull.*, 1999, **44**(16):1777—1781. in Chinese

[11] Schwarz K P *et al.* A comparison of GPS kinematic models for the determination of position and velocity along a trajectory. *Man. Geod.*, 1989, **14**:345—353