0254-6124/2006/26(2)-148-07 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Meng Yunhe, Dai Jinhai. Satellite formation establishing in near circular orbit. *Chin. J. Space Sci.*, 2006, **26**(2): 148—154

近圆轨道卫星编队捕获技术研究 *

孟云鹤 戴金海

(国防科学技术大学航天与材料工程学院 长沙 410073)

摘 要 基于近圆参考轨道的假设，研究处于同一入轨点多颗卫星的编队捕获方法. 首先由高斯型拉格朗日轨道摄动运动方程得到轨道坐标系中控制冲量与轨道根数偏差的关系，基于近圆轨道的条件简化并带入相对运动方程，得到控制冲量与相对运动的关系表达式；通过深入分析各个方向（径向、沿迹向与轨道面法向）的控制冲量对相对运动的影响，给出了分别用径向与轨道面法向控制冲量组合和沿迹向与轨道面法向控制冲量组合实现编队捕获的两种控制策略；最后给出了一个空间圆编队捕获实例，并从燃料消耗、施加冲量次数及捕获时间等角度对比研究了两种控制策略的特点. 仿真结果表明，这两种控制策略简单、实用，能够较好地解决近圆轨道卫星编队的捕获问题.

关键词 近圆轨道；监测卫星；编队飞行；编队捕获

中图法分类号 V 448

Satellite Formation Establishing in Near Circular Orbit

MENG Yunhe DAI Jinhai

(*College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defence Technology, Changsha* 410073)

Abstract Based on the assumption of near circular orbit, a method to establish a formation flying with multiple satellites in the same point of orbit-intry was discussed. Firstly, from Gauss' equations and relative motion equations, the relation of control impulse and relative motion was expressed as analysis formulas and simplified based on the near circular condition. By deeply analyzing the mechanism of impulses in each directions (radial, in-track and cross-track directions) effect on relative motion respectively, two maneuvers to establish formation flying are provided: one is to utilize the impulses in radial and cross-track directions, the other is to utilize the impulses in along-track and cross-track directions. Both of the two methods can establish satellite formation flying of any configuration. The method with impulses irradial and cross-track directions needs only 3 impulses, while the method with impulses in along-back and cross-track directions needs 4 impulses. Lastly, by an example of establishing a space-circle formation flying, two maneuvers were compared with each other in the amount of impulses and fuel consuming estimation. Simulations show that the methods are simple and practical, which could solve the establishing problem of satellite formations on near circular orbit easily.

Key words Near circular orbit, Inspector satellite, Formation flying, Formation establish

---

* 国防预研基金项目 (51421050203KG01) 资助

2005-05-30 收到原稿， 2006-01-16 收到修定稿

1 引言

利用小卫星对空间站及其他主航天器进行观测并为其服务是现代小卫星的一个重要的应用领域，这种小卫星被称为 Inspector 卫星. 作为空间支持的一种新手段，Inspector 卫星围绕主航天器飞行，并将观测数据发回地面，实现了对主航天器的观测和监视任务，可以替代宇航员执行耗时和危险的操作任务，具有重要的意义 [1]. 然而，这种 Inspector 卫星的伴随轨道如何实现捕获需要研究.

作为当前研究的热点，卫星编队飞行技术可以利用多颗小卫星协同工作完成单颗卫星难以实现的任务，具有广泛的应用前景. 但多颗小卫星入轨后如何形成期望编队构形也需要研究.

上面两个问题的实质是一致的，都需要通过在轨控制作用实现相对运动构形，称之为编队捕获问题 (或绕飞轨道的初始化问题).

当前，国际上对编队捕获问题的研究不多见，Woffinden* 以 Inspector 卫星的伴随轨道设计为背景，提出了多种适于检测任务的绕飞轨道的初始化方法，但对该问题解决得不够完全. 本文基于近圆参考轨道的前提条件，推导出控制冲量与相对运动的关系表达式, 并作了合理简化, 分析其作用机理, 得出通过冲量作用使多颗小卫星形成期望编队构形的方法.

2 相对运动与卫星体坐标系冲量关系

由高斯型轨道摄动运动方程 [2] 可以得到冲量与无奇点轨道根数偏差的关系. 设作用时间为 Δt, 略去偏心率的平方项 (即二阶小量), 表达式为

$$\begin{aligned}
\Delta a &= \Delta V_{\rm S}\frac{2}{n}e\sin f + \Delta V_{\rm T}\frac{2}{n}\Big(\frac{p}{r}\Big),\\
\Delta i &= \Delta V_{\rm W}\frac{r}{na^2}\cos u, \quad \Delta\Omega = \Delta V_{\rm W}\frac{r}{na^2}\frac{\sin u}{\sin i},\\
\Delta\xi &= \Delta V_{\rm S}\frac{1}{na}\sin u + \Delta V_{\rm T}\frac{2}{na}\cos u + \\
&\quad \Delta V_{\rm W}\frac{r\cos i\sin\omega}{na^2\sin i}e\sin u, \qquad (1)\\
\Delta\eta &= \Delta V_{\rm S}\frac{1}{na}\cos u - \Delta V_{\rm T}\frac{2}{na}\sin u + \\
&\quad \Delta V_{\rm W}\frac{r\cos i\cos\omega}{na^2\sin i}e\sin u,\\
\Delta\lambda &= -\frac{3n}{2a}\Delta a\cdot\Delta t - \Delta V_{\rm S}\frac{1}{na}\Big(\frac{2r}{p}+\frac{e\cos f}{2}\Big) + \\
&\quad \Delta V_{\rm T}\frac{1}{na}\Big(1+\frac{r}{p}\Big)e\sin f - \Delta V_{\rm W}\frac{r}{na^2}\frac{\cos i}{\sin i}\sin u.
\end{aligned}$$

其中，$\xi = e\cos\omega$, $\eta = -e\sin\omega$; $a, e, i, \omega, \Omega, u, \lambda, f$, n, p, r 分别为长半轴、偏心率、轨道倾角、近地点幅角、升交点赤经、纬度幅角、平纬度幅角、真近点角、轨道角速度、半通径和地心距； $\Delta V_{\rm S}$, $\Delta V_{\rm T}$, $\Delta V_{\rm W}$ 分别为星体坐标系径向、沿迹向和轨道面法向冲量. 写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix}\Delta a\\ \Delta i\\ \Delta\Omega\\ \Delta\xi\\ \Delta\eta\\ \Delta\lambda\end{bmatrix} = \frac{1}{n}\begin{bmatrix}
2e\sin f_0 & \dfrac{2a}{r(f_0)} & 0\\
0 & 0 & \dfrac{r(f_0)\cos(\omega+f_0)}{a^2}\\
0 & 0 & \dfrac{r(f_0)\sin(\omega+f_0)}{a^2\sin i}\\
\dfrac{\sin(\omega+f_0)}{a} & \dfrac{2\cos(\omega+f_0)}{a} & \dfrac{r(f_0)\cos i\sin\omega}{a^2\sin i}e\sin(\omega+f_0)\\
\dfrac{\cos(\omega+f_0)}{a} & -\dfrac{2\sin(\omega+f_0)}{a} & \dfrac{r(f_0)\cos i\cos\omega}{a^2\sin i}e\sin(\omega+f_0)\\
-\dfrac{1}{a}\Big(\dfrac{2r(f_0)}{a}+ & -\dfrac{1}{a}\Big[n\dfrac{3a}{r(f_0)}\Delta t- & -\dfrac{r(f_0)}{a^2}\dfrac{\cos i}{\sin i}\sin(\omega+f_0)\\
\dfrac{1}{2}e\cos f_0+3ne\sin f_0\Big) & \Big(1+\dfrac{r(f_0)}{a}\Big)e\sin f_0\Big] &
\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_{\rm S}\\ \Delta V_{\rm T}\\ \Delta V_{\rm W}\end{bmatrix}. \qquad (2)$$

*Woffinden D. On-orbit satellite inspection navigation and ΔV analysis. Master's Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2004. 26—53

其中， f_0 为施加控制冲量时的卫星真近点角， $r = r(f_0) \approx a(1-e\cos f_0)$ 为施加冲量的时刻的地心距.

施加控制冲量可以使伴星产生相对于主航天器的轨道差异，无奇点形式的轨道根数的偏差为

$$\delta a = \Delta a,\ \delta i = \Delta i,\ \delta\Omega = \Delta\Omega,$$

$$\delta\xi = \Delta\xi,\ \delta\eta = \Delta\eta,\ \delta\lambda = \Delta\lambda. \tag{3}$$

定义主航天器 (或参考中心) 的轨道坐标系 3 轴分别沿径向、沿迹向和轨道面法向，用无奇点轨道根数表示此轨道坐标系中的相对运动位置 [3]

$$\begin{bmatrix} x(f) \\ y(f) \\ z(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{a} & 0 & 0 & -\frac{r^2}{a}\cos u & \frac{r^2}{a}\sin u & \frac{e\sin f}{1+e\cos f}r \\ 0 & 0 & r\cos i & 2r\sin u & 2r\cos u & r \\ 0 & r\sin u & -r\sin i\cos u & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta i \\ \delta\Omega \\ \delta\xi \\ \delta\eta \\ \delta\lambda \end{bmatrix}. \tag{4}$$

用此式表达相对运动位置的绝对偏差量为 ae^2 的量级，相对偏差量为 e 的量级. 在近圆轨道条件下，此式精度较高.

联立矩阵 (2)、(3)、(4), 略去二阶及以上的小量 (主要是偏心率平方项), 如果在真近点角为 f_0 时刻对伴随卫星施加冲量作用，那么在真近点角为 f 时的相对运动位置可以表达为

$$\begin{bmatrix} x(f) \\ y(f) \\ z(f) \end{bmatrix} = \frac{1}{n}\{[\boldsymbol{A}] + e[\boldsymbol{B}]\} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V_{\mathrm{S}} \\ \Delta V_{\mathrm{T}} \\ \Delta V_{\mathrm{W}} \end{bmatrix}. \tag{5}$$

其中，与偏心率无关项的关系矩阵为

$$[\boldsymbol{A}] = \begin{bmatrix} \sin(f-f_0) & 2-2\cos(f-f_0) & 0 \\ -2+2\cos(f-f_0) & 4\sin(f-f_0)-3(f-f_0) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(f-f_0) \end{bmatrix}.$$

偏心率一次项的关系矩阵为

$$[\boldsymbol{B}] = \begin{bmatrix} -2\sin f+\sin f_0-2\cos f\sin(f-f_0) & -2\cos f-2\cos f_0+4\cos f\cos(f-f_0) & 0 \\ 2\cos f+\frac{3}{2}\cos f_0-2\cos f\cos(f-f_0) & -4\cos f\sin(f-f_0) & 2\frac{\cos i}{\sin i}\sin u_0\cos f \\ 0 & 0 & (\cos f+\cos f_0)\sin(f-f_0) \end{bmatrix}.$$

由于近圆轨道的偏心律 e 为一阶小量，即 $e \ll 1$, 而由 (5) 式可知，相对运动与 3 个方向的冲量满足线性关系，因此在相对运动与冲量作用的关系表达式中， $e[\boldsymbol{B}]$ 影响相对运动的量级相对于 $[\boldsymbol{A}]$ 的影响为一阶小量，而用轨道根数偏差描述的相对运动表达式 (4) 本身的相对误差即为 e 的量级，所以略去一阶小量 $e[\boldsymbol{B}]$ 不会改变该问题的实质, 反而便于进行研究.

略去小量 $e[\boldsymbol{B}]$, 得到相对运动与控制冲量的关系表达式为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{n}\begin{bmatrix} \sin(f-f_0) & 2[1-\cos(f-f_0)] & 0 \\ -2[1-\cos(f-f_0)] & 4\sin(f-f_0)-3(f-f_0) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(f-f_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{\mathrm{S}} \\ \Delta V_{\mathrm{T}} \\ \Delta V_{\mathrm{W}} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

对于特殊情况分析，在 $f=f_0+2k\pi$ 时，变换矩阵为 $[0]_{3\times3}$，此时相对位置为 0，即如果在真近点角为 f_0 时施加冲量，则每经过一个轨道周期，相对运动也回归一次.

3 冲量作用效果分析

下面分别研究各个方向的控制冲量对相对运动的影响.

3.1 径向冲量

径向控制冲量只影响参考轨道面内的运动. 在真近点角为 $f_{0\mathrm{S}}$ 时，由 (6) 式可知相对运动为

$$\begin{aligned} x&=\frac{\Delta V_{\mathrm{S}}}{n}\sin(f-f_{0\mathrm{S}}),\\ y&=-2\frac{\Delta V_{\mathrm{S}}}{n}[1-\cos(f-f_{0\mathrm{S}})]. \end{aligned}\tag{7}$$

此时，得到一个空间椭圆，与卫星轨道共面，径向与沿迹向振幅比为 1:2，振幅由施加的径向冲量和卫星轨道角速度共同决定，相位由施加冲量的时刻 (或真近点角) 决定，而且每当 $f=f_0+2k\pi$ 时卫星都回到主航天器的位置. 由于施加冲量前后平均长半轴基本不变，因而构形稳定、不漂移，但卫星绕飞轨道的中心相对于主航天器沿迹向有偏移. 为了消除这个偏移量，可以通过施加两次径向冲量实现控制.

假设：第 1 次施加冲量为 $\Delta V_{\mathrm{S}1}$，卫星真近点角为 $f_{01\mathrm{S}}$；第 2 次施加冲量为 $\Delta V_{\mathrm{S}2}$，卫星真近点角为 $f_{02\mathrm{S}}$.

当 $f\geqslant f_{02}$ 时，相对运动为

$$\begin{aligned} x=&\frac{\Delta V_{\mathrm{S}1}}{n}\sin(f-f_{01\mathrm{S}})+\frac{\Delta V_{\mathrm{S}2}}{n}\sin(f-f_{02\mathrm{S}}),\\ y=&-2\frac{\Delta V_{\mathrm{S}1}}{n}[1-\cos(f-f_{01\mathrm{S}})]-\\ &2\frac{\Delta V_{\mathrm{S}2}}{n}[1-\cos(f-f_{02\mathrm{S}})]. \end{aligned}\tag{8}$$

消除沿迹的偏移量应满足 $\Delta V_{\mathrm{S}2}=-\Delta V_{\mathrm{S}1}$，此时形成如下相对运动，

$$\begin{aligned} x=&\frac{\Delta V_{\mathrm{S}1}}{n}[\sin(f-f_{01\mathrm{S}})-\sin(f-f_{02\mathrm{S}})]=\\ &2\frac{\Delta V_{\mathrm{S}1}}{n}\sin\left(\frac{f_{02\mathrm{S}}-f_{01\mathrm{S}}}{2}\right)\cos\left(f-\frac{f_{02\mathrm{S}}+f_{01\mathrm{S}}}{2}\right),\\ y=&2\frac{\Delta V_{\mathrm{S}1}}{n}[\cos(f-f_{01\mathrm{S}})-\cos(f-f_{02\mathrm{S}})]=\\ &-4\frac{\Delta V_{\mathrm{S}1}}{n}\sin\left(\frac{f_{02\mathrm{S}}-f_{01\mathrm{S}}}{2}\right)\cdot\\ &\sin\left(f-\frac{f_{02\mathrm{S}}+f_{01\mathrm{S}}}{2}\right). \end{aligned}\tag{9}$$

此时仍为 1:2 的椭圆，但径向、沿迹向的振幅及相位都发生了变化. 任取施加两次冲量的相位角都可以形成绕飞运动，只是振幅和相位有差别；为了使振幅最大，使 $f_{02\mathrm{S}}=f_{01\mathrm{S}}+(2k+1)\pi$，即相隔 $k+1/2$ 个周期施加的两次大小相等、方向相反的径向冲量使卫星形成绕主航天器 (或参考中心) 的环绕运动构形最大.

3.2 沿迹向冲量

沿迹控制冲量也只影响轨道面内的运动，在真近点角为 $f_{0\mathrm{T}}$ 时，由 (6) 式可知相对运动为

$$\begin{aligned} x&=2\frac{\Delta V_{\mathrm{T}}}{n}[1-\cos(f-f_{0\mathrm{T}})],\\ y&=4\frac{\Delta V_{\mathrm{T}}}{n}[\sin(f-f_{0\mathrm{T}})-3(f-f_{0\mathrm{T}})]. \end{aligned}\tag{10}$$

此时，沿迹向存在恒定的漂移速度，卫星存在沿迹向漂移，与径向冲量情况类似，研究两次冲量作用下的相对运动.

假设：第 1 次施加冲量为 $\Delta V_{\mathrm{T}1}$，卫星真近点角为 $f_{01\mathrm{T}}$；第 2 次施加冲量为 $\Delta V_{\mathrm{T}2}$，卫星真近点角为 $f_{02\mathrm{T}}$.

当 $f\geqslant f_{02\mathrm{T}}$ 时，相对运动为

$$\begin{aligned} x=&2\frac{\Delta V_{\mathrm{T}1}}{n}[1-\cos(f-f_{01\mathrm{T}})]+\\ &2\frac{\Delta V_{\mathrm{T}2}}{n}[1-\cos(f-f_{02\mathrm{T}})],\\ y=&\frac{\Delta V_{\mathrm{T}1}}{n}[4\sin(f-f_{01\mathrm{T}})-3(f-f_{01\mathrm{T}})]+\\ &\frac{\Delta V_{\mathrm{T}2}}{n}[4\sin(f-f_{02\mathrm{T}})-3(f-f_{02\mathrm{T}})]. \end{aligned}\tag{11}$$

使 $\Delta V_{\mathrm{T}2}=-\Delta V_{\mathrm{T}1}$，则

$$\begin{aligned} x=&-2\frac{\Delta V_{\mathrm{T}1}}{n}[\cos(f-f_{01\mathrm{T}})-\cos(f-f_{02\mathrm{T}})],\\ =&4\frac{\Delta V_{\mathrm{T}1}}{n}\sin\left(\frac{f_{02\mathrm{T}}-f_{01\mathrm{T}}}{2}\right)\sin\left(f-\frac{f_{02\mathrm{T}}+f_{01\mathrm{T}}}{2}\right),\\ y=&4\frac{\Delta V_{\mathrm{T}1}}{n}[\sin(f-f_{01\mathrm{T}})-\sin(f-f_{02\mathrm{T}})]+\\ &3\frac{\Delta V_{\mathrm{T}1}}{n}(f_{01\mathrm{T}}-f_{02\mathrm{T}}),\\ =&8\frac{\Delta V_{\mathrm{T}1}}{n}\sin\left(\frac{f_{02\mathrm{T}}-f_{01\mathrm{T}}}{2}\right)\cos\left(f-\right.\\ &\left.\frac{f_{02\mathrm{T}}+f_{01\mathrm{T}}}{2}\right)+3\frac{\Delta V_{\mathrm{T}1}}{n}(f_{01\mathrm{T}}-f_{02\mathrm{T}}). \end{aligned}\tag{12}$$

如果 $f_{02\mathrm{T}}=f_{01\mathrm{T}}+(2k+1)\pi$，则产生椭圆运动，施加大小相同的总冲量，沿迹向方式可使编队构形比径向加冲量的方式大 1 倍，因而这种方式的

效率更高，但是此时卫星的绕飞中心沿迹向漂移了一段距离 d, 其值为

$$\begin{aligned} d &= 3\Delta V_{\mathrm{T1}}(f_{01\mathrm{T}} - f_{02\mathrm{T}})/n \\ &= -(6k+3)\pi \cdot \Delta V_{\mathrm{T1}}/n. \end{aligned} \tag{13}$$

如果 $k=0$, 该距离为 $-3\pi \cdot \Delta V_{\mathrm{T1}}/n$, 其值比施加两次冲量后沿迹向的运动振幅 $8\Delta V_{\mathrm{T1}}/n$ 大一些.

如果需要使卫星编队中心偏离主航天器，则可以利用沿迹向位置偏差，使两冲量的施加时机满足 $f_{02\mathrm{T}} = f_{01\mathrm{T}} + 2k\pi$ 的条件，卫星编队就会沿迹向漂移 $2d$ 距离. 利用此性质，也可以实现编队卫星的沿迹漂移控制.

由式 (11) 可知，施加两次沿迹冲量不能实现参考中心稳定的绕飞构形，故增加冲量次数，研究施加 3 次冲量形成稳定的绕飞构形的方法.

假设：第 1 次施加冲量为 ΔV_{T1}, 卫星真近点角为 $f_{02\mathrm{T}}$; 第 2 次施加冲量为 ΔV_{T2}, 卫星真近点角为 $f_{02\mathrm{T}}$; 第 3 次施加冲量为 ΔV_{T3}, 卫星真近点角为 $f_{03\mathrm{T}}$.

当 $f \geqslant f_{03\mathrm{T}}$ 时，相对运动为

$$\begin{aligned} x =& 2\frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}[1-\cos(f-f_{01\mathrm{T}})]+ \\ & 2\frac{\Delta V_{\mathrm{T2}}}{n}[1-\cos(f-f_{02\mathrm{T}})]+ \\ & 2\frac{\Delta V_{\mathrm{T3}}}{n}[1-\cos(f-f_{03\mathrm{T}})], \\ y =& \frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}[4\sin(f-f_{01\mathrm{T}})-3(f-f_{01\mathrm{T}})]+ \\ & \frac{\Delta V_{\mathrm{T2}}}{n}[4\sin(f-f_{02\mathrm{T}})-3(f-f_{02\mathrm{T}})]+ \\ & \frac{\Delta V_{\mathrm{T3}}}{n}[4\sin(f-f_{03\mathrm{T}})-3(f-f_{03\mathrm{T}})]. \end{aligned} \tag{14}$$

首先为消除沿迹漂移，由上式可知，3 次冲量需满足条件 $\Delta V_{\mathrm{T1}} + \Delta V_{\mathrm{T2}} + \Delta V_{\mathrm{T3}} = 0$, 若施加冲量的真近点角满足 $f_{02\mathrm{T}} = f_{01\mathrm{T}} + (2k_1+1)\pi$ 和 $f_{03\mathrm{T}} = f_{02\mathrm{T}} + (2k_2+1)\pi$, 且 $k_1 = k_2$, 不防取 $\Delta V_{\mathrm{T2}} = -2\Delta V_{\mathrm{T1}} = -2\Delta V_{\mathrm{T3}}$, 这时式 (14) 可以进一步简化为

$$\begin{aligned} x =& -2\frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}\cos(f-f_{01\mathrm{T}})+ \\ & 4\frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}\cos[f-f_{01\mathrm{T}}-(2k+1)\pi]- \\ & 2\frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}\cos[f-f_{01\mathrm{T}}-2(2k+1)\pi] \\ =& -8\frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}\cos(f-f_{01\mathrm{T}}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y =& \frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}[4\sin(f-f_{01\mathrm{T}})-3(f-f_{01\mathrm{T}})]+ \\ & \frac{\Delta V_{\mathrm{T2}}}{n}[4\sin(f-f_{02\mathrm{T}})-3(f-f_{02\mathrm{T}})]+ \\ & \frac{\Delta V_{\mathrm{T3}}}{n}[4\sin(f-f_{03\mathrm{T}})-3(f-f_{03\mathrm{T}})] \\ =& 4\frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}\sin(f-f_{01\mathrm{T}})-8\frac{\Delta V_{\mathrm{T2}}}{n}\cdot \\ & \sin[f-f_{01\mathrm{T}}-(2k+1)\pi]+ \\ & 4\frac{\Delta V_{\mathrm{T3}}}{n}\sin[f-f_{01\mathrm{T}}-2(2k+1)\pi] \\ =& 16\frac{\Delta V_{\mathrm{T1}}}{n}\sin(f-f_{01\mathrm{T}}). \end{aligned} \tag{15}$$

由此，可以得到一种效率很高的编队捕获方法，即分别间隔 1/2 个周期施加 3 次冲量，第 2 次冲量大小为第 1 次的两倍，方向相反，第 3 次冲量与第 1 次相同. 而第 1 、 3 次冲量不一定相等，只要满足 $\Delta V_{\mathrm{T1}} + \Delta V_{\mathrm{T2}} + \Delta V_{\mathrm{T3}} = 0$ 的条件即可. 因此，这是一个多解的问题，而 $\Delta V_{\mathrm{T2}} = -2\Delta V_{\mathrm{T1}} = -2\Delta V_{\mathrm{T3}}$ 的解则相对简单.

3.3 轨道面法向冲量

轨道面法向冲量只影响轨道面法向的运动，与轨道面内的运动完全解耦，且没有偏移量，其振幅和相位分别由法向冲量和施加冲量的真近点角决定

$$z = \frac{\Delta V_{\mathrm{W}}}{n}\sin(f-f_{0\mathrm{W}}), \tag{16}$$

因而，对于卫星编队轨道面法向的运动可以单独设计. 为形成期望的伴随轨道，须适当地选择振幅和相位与轨道面的运动相匹配.

4 编队捕获方法

由以上的运动分析，可以形成两种构成编队绕飞运动的思路. 第一种思路是利用径向与轨道面法向控制冲量组合的方式，相隔 $k+1/2$ 个周期施加两次径向控制冲量；第二种思路是利用沿迹向与轨道面法向控制冲量组合的方式，施加 3 次沿迹向的控制冲量，分别间隔半个周期，第 2 次冲量大小为第 1 次与第 3 次冲量之和，方向相反. 两种方法都须解决的问题是应为轨道面法向冲量寻求合适的施加时机，使法向运动与轨道面内的运动相匹配. 对于多星编队飞行的捕获问题，只需为各星的初始冲量选择不同施加时机即可，这将决定卫星在编队中的相位.

5 仿真

设计 3 星空间圆编队，半径为 1×10^4 m, 相位均匀分布，编队卫星的初始轨道根数见表 1.

以主航天器作为空间圆绕飞轨道的中心，分别用以上两种方法实现卫星编队的捕获.

表 1 编队卫星初始轨道根数

Table 1 Initial orbit elements of formation flying satellites

	a/m	e	i/(°)	ω/(°)	Ω/(°)	f/(°)
轨道根数	7 200 000	0.001	98.00	90.00	270.00	270.00

4.1 径向与轨道面法向控制冲量组合的方式

由于 $n=\sqrt{\mu/a^3}=1.0334\times10^{-3}$, 由式 (9) 和式 (16) 可以分别计算径向冲量与轨道面法向冲量, 其冲量施加情况如表 2 所示，相对运动轨迹如图 1 所示.

表 2 施加径向和轨道面法向冲量实现空间圆编队捕获

Table 2 Satellite formation establishing by impulses in radial and cross-track directions

	$\Delta V_{\rm S}/(\rm m\cdot s^{-1})$	$\Delta V_{\rm W}/(\rm m\cdot s^{-1})$	f/(°)
第 1 次冲量	2.583 51	8.949 542	−90.00
第 2 次冲量	−2.583 51	无	90.00

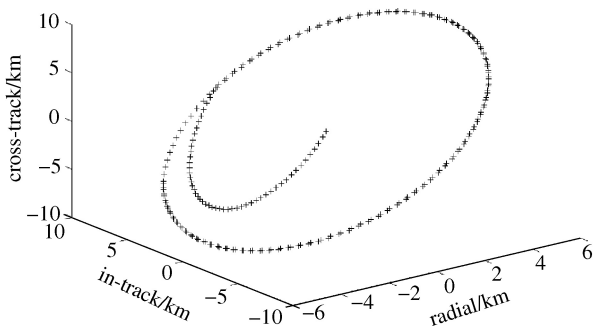

图 1 施加径向和轨道面法向冲量实现空间圆编队捕获

Fig.1 Satellite formation establishing by impulses in radial and cross-track directions

施加冲量的时刻依次后推 1/3 周期, 对卫星 2、3 的施加同样的冲量作用即可实现 3 星空间圆编队的捕获.

4.2 沿迹向与轨道面法向控制冲量组合的方式

由式 (15) 和式 (16) 分别计算沿迹向冲量与轨道面法向冲量，相对运动轨迹如图 2 所示，其冲量施加情况如表 3 所示.

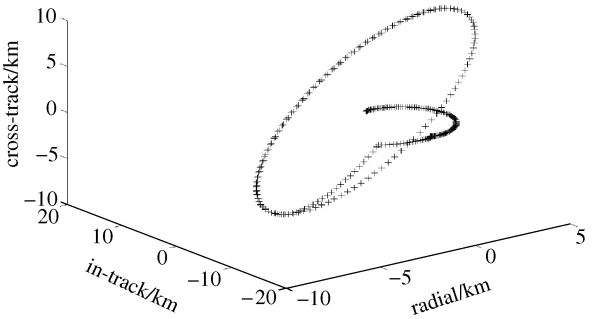

图 2 施加沿迹向和轨道面法向冲量实现空间圆编队捕获

Fig.2 Satellite formation establishing by impulses in along-track and cross-track directions

表 3 施加沿迹向和轨道面法向冲量实现空间圆编队捕获

Table 3 Satellite formation establishing by impulses in along-track and cross-track directions

	$\Delta V_{\rm T}/(\rm m\cdot s^{-1})$	f/(°)	$\Delta V_{\rm W}/(\rm m\cdot s^{-1})$	f/(°)
第 1 次冲量	−0.645 88	90	8.949 54	360
第 2 次冲量	1.291 76	270	无	
第 3 次冲量	−0.645 88	450	无	

4.3 燃料估算

由齐奥尔科夫斯基公式，可以把速度冲量折合成燃料质量,

$$\Delta M=M\left(e^{\frac{\Delta V}{v_{\rm e}}}-1\right). \tag{12}$$

其中，$v_{\rm e}$ 为排气速度，M 为不计燃料的卫星质量，ΔV 为表征卫星轨道控制能力的总速度冲量. 如果 $M=100\,\rm kg$, 而 $v_{\rm e}=2800\,\rm m/s$, 则两种方法所用的燃料分别为 0.51 kg 和 0.42 kg. 如果不计轨道面法向的控制冲量，所用的燃料分别为 0.18 kg 和 0.09 kg. 由此，燃料消耗非常少，这种编队捕获方法具有实用性.

由以上仿真结果可以看到，用加冲量的方法实现轨道面法向的运动比轨道面内的控制更耗费燃料.

如果只考虑轨道面内的运动，则径向控制方法只需两次冲量，1/2 轨道周期即可实现卫星相对于主航天器的环绕飞行, 比较简便, 用时也短; 而沿迹向控制方法需要 1 个轨道周期，至少施加 3 次控制冲量，但总的冲量需求比径向控制方法减少了 1/2.

研究发现，冲量施加时刻所对应的小卫星在绕飞轨道上的位置，不是处于相对运动的最高点或最低点，就是处于最前面或最后面，这些都是相对运

动构形的特征位置点，都可以使用简单的测量仪器来实现观测，因而相对来讲，本文所提的卫星编队捕获技术简便、实用.

6 结论

本文基于近圆参考轨道假设，用多次小冲量控制的方式来解决编队捕获的问题. 首先得到参考轨道坐标系内的控制冲量和相对运动的关系表达式，并基于近圆轨道特点合理简化，在深入分析影响机理的基础上，提出了利用径向与轨道面法向控制冲量组合和沿迹向与轨道面法向控制冲量组合的卫星编队捕获控制的两种实现方式，通过仿真实例证明了所提出的编队捕获技术可以实现近圆轨道卫星编队捕获，方法实用且简便. 同时，在施加冲量次数和总冲量等方面对二者的优劣进行了比较分析，便于根据不同的任务选择适当的方法.

这些结果可以应用于在空间站内发射 Inspector 卫星或编队，也可用于一箭多星方式发射入轨的卫星编队捕获问题. 由于冲量作用与相对运动关系的表达式 (6) 在推导过程中经多次简化，同时有多种轨道摄动因素存在，此编队捕获控制并不能保证所形成的编队构形长期稳定运行，因而在构形形成后需要立即对编队卫星进行捕获误差修正或编队构形的保持控制，这是后续研究内容.

参考文献

[1] Yu Jinpei, Yang Genqing, Liang Xuwen. Technology and Application of Modern Small Satellite. Shanghai: Popular Science Press of Shanghai, 2004. 276—283. in Chinese (余金培, 杨根庆, 梁旭文. 现代小卫星技术与应用. 上海：上海科学普及出版社， 2004. 276—283)

[2] Liu Lin. Orbit theory of spacecraft. Beijing: National Defence Industry Press, 2000. in Chinese (刘林. 航天器轨道理论. 北京：国防工业出版社， 2000)

[3] Schaub H. Spacecraft Relative Orbit Description Through Orbit Element Differences. 14th U.S. National Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Blacksburg, Virginia, 2002