

引入时间变量的 TLE 轨道确定*

刘劲宏 史佳美 龙婉婷

袁 博 吴晨韵

(重庆交通大学智慧城市学院 重庆 400074)

摘 要 利用 TLE 数据获得空间碎片的精确轨道信息一直是研究重点. 因缺乏对热层大气的理解, 大气阻力是轨道确定最大的误差来源, 其中大气密度模型、弹道系数中的误差与时间有关, 然而现有基于 TLE 数据的定轨算法并未考虑与时间相关的误差影响, 导致轨道预报精度无法进一步提升. 因此, 引入时间变量, 利用单纯形调优搜索算法将其与其他轨道参数一同求解, 削弱与时间相关的误差对轨道精度的影响. 使用 8 颗卫星的 TLE 数据和 CPF 精密星历数据开展实验, 引用时间变量的轨道预报相对精度提升了 0.11%~78.60%. 因此, 通过引入时间变量削弱与时间变量相关的误差, 有助于提升定轨精度, 研究成果有望在大气再入预报、风险评估、碰撞预警等领域得到应用.

关键词 TLE, 轨道确定, 轨道预报, 单纯形调优法

中图分类号 V412

TLE Orbit Determination Considering Time Variables

LIU Jinghong SHI Jiamei LONG Wanting

YUAN Bo WU Chenyun

(Smart City Institute, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074)

Abstract To obtain precise orbit information of space debris from Two-Line Element (TLE) has always been a research focus. Due to a lack of understanding of the thermosphere atmosphere, atmospheric drag is the largest source of error in orbit determination, with errors in atmospheric density models and trajectory coefficients being time-dependent. However, TLE-based orbit determination algorithms have not taken into account the impact of time-dependent errors, resulting in the inability to further improve orbit prediction accuracy. Therefore, this article introduces a time variable and uses the simplex optimization search algorithm to solve it together with other orbit parameters, weakening the impact of time-related errors on orbit accuracy. This article conducted experiments using TLE data and CPF

* 国家自然科学基金项目 (12503081), 重庆市自然科学基金面上项目 (CSTB2022NSCQ-MSX1093), 重庆市教委科学技术研究项目 (KJQN202200701)和中国博士后科学基金面上项目 (2021M703487) 共同资助

2024-10-19 收到原稿, 2025-06-11 收到修定稿

©The Author(s) 2025. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

(Consolidated Prediction Format) precise ephemeris data from 8 satellites, and the relative accuracy of orbit prediction considering time variables was improved by 0.11%~78.60%. Therefore, introducing time variables to weaken errors related to time variables can help improve orbit determination accuracy, and research results are expected to be applied in fields, such as atmospheric re-entry forecasting, risk assessment, collision warning, *etc.*

Key words Two-line element, Orbital determination, Orbital prediction, Simplex method

0 引言

当前, 美国 ELSETs 空间编目数据库使用 TLE 数据格式向全球公开发布约 3 万个在轨目标的轨道信息, 被广泛应用于大气密度反演、碰撞预警和大气再入预报等研究. 由于 TLE 数据存在精度波动和少量异常数据, 为提高 TLE 数据的精度和可靠性, 已开展了大量研究^[1].

Vallado 等^[2]提出了利用最小二乘原理对 TLE 数据进行轨道微分改正. 该方法利用几天的 TLE 历史数据采用有限差分法构造观测矩阵和法方程, 通过不断迭代法方程, 直到达到某个预设的终止条件停止, 从而获得最优化的 TLE 轨道根数. 赵广宇等^[3]利用稀疏角度数据改进空间目标 TLE 轨道预报精度. 陈俊宇等^[4]基于最小二乘法开展了星链卫星 TLE 轨道预报精度分析.

Liu 等^[5]指出最小二乘法存在诸多问题, 不利于 TLE 数据定轨, 并提出了基于蒙特卡罗采样技术的单纯形最优搜索算法 (SM). Liu 等^[6]进一步使用 Stella 和 PAZ 卫星开展定轨实验, 指出基于蒙特卡罗采样技术的单纯形最优搜索算法不显著降低高精度 TLE 数据的预报精度, 能有效提升较差精度 TLE 数据的预报精度, 且定轨结果优于最小二乘法.

因缺乏对热层大气的理解, 大气阻力是除重力外轨道确定的最大误差来源. 太阳活动在各个时间尺度上驱动地球近地空间气象活动, 导致热层大气在时空上变化极为复杂. 特别是地磁暴发生期间, 热层大气响应地磁暴等空间事件在时间上存在普遍的延迟, 且差异性较大^[7]. 因缺乏对热层大气变化规律的理解, 时间延迟无法用解析式进行表达, 而现有 TLE 数据定轨算法也未考虑与时间相关的误差. 本文利用 Liu 等^[8]提出的 SM 与遗传算法相结合的混合定轨算法, 将时间变量作为参数, 与其他轨道参数一同求解, 尝试削弱定轨中与时间相关的误差影响, 获得精度更

高的定轨结果.

1 单纯形调优法原理

单纯形调优法是局部最优算法的一种, 其优点是不需要对目标函数求导, 不要求初始值有较高的精度. 具体原理是在 n 维空间构建 $n+1$ 个凸多边形, 计算多边形的顶点值, 按照最优、次优、最差排序, 通过对最差顶点不断执行反射、扩张、收缩等操作, 便能够有效地向着局部最优解的方向进行搜索. 这里选择时间变量、弹道系数、6 个轨道根数构成 8 维空间, 形成 9 个顶点的单纯形. 以原始 TLE 数据为基准顶点, 其余 8 个顶点的表达式为

$$x_i = x_0 + \delta_i. \quad (1)$$

其中, x_0 为初始点; δ_i 服从高斯正态分布, i 表示不同的顶点编号, 为 1~8, 每个 i 对应不同的待优化参数 (时间、弹道系数、6 个轨道根数). TLE 数据轨道确定的技术细节可以参考文献 [6,8].

使用 SGP4/SDP4 轨道传播器可以将 TLE 数据转换为相应的位置向量和速度向量, 记为 $(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$. 定轨参考时刻 TLE 数据的位置向量和速度向量记为 $(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0)$, 将其传播至其他 TLE 数据时刻, 得到相应的位置向量和速度向量 $(\mathbf{r}_{0i}, \mathbf{v}_{0i})$, $i = 1, 2, \dots, n$. 由此, 可以定义状态误差 ε_i , 即

$$\varepsilon_i = \frac{\|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{0i}\|}{\sigma_r} + \frac{\|\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_{0i}\|}{\sigma_v}. \quad (2)$$

其中, σ_r 和 σ_v 分别是位置和速度的标准差. 定轨最优 TLE 数据应该使累积 ε_i 误差最小. 因此, 目标函数 J 的表达式为

$$J = \min \left(\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \right). \quad (3)$$

使式 (3) 值最小即为最优解.

2 实验

选取 8 颗卫星, 5 颗低轨卫星和 3 颗中轨卫星, 轨道具体信息列于表 1. 本研究采用的数据分别为 TLE 数据和 CPF 精密星历数据, 其中 CPF 精密星历的轨道精度可以达到几十米级甚至更高, 将其作为真值. TLE 数据结合 SGP4/SDP4 模型计算轨道位置, 与真值作差计算位置真误差. 使用 7 天 TLE 数据分别开展 SM 和 TSM 方法定轨, 定轨时刻选择最新的 TLE 数据时刻, 由于不同目标的 TLE 数据更新频率不一样, 实验使用 15~31 组数据进行定轨; 由于 TLE 数据存在异常, 需通过初步筛查和误差阈值剔除, 定轨数据的实际使用率为 86.67%~100%, 具体剔除比例见表 2; 轨道预报向前传播 5 天、时间间隔为 120 s. 以 CPF 精密星历数据为基准, 通过分析三种 TLE 数据的轨道预报误差精度验证时间变量对轨道预报的影响.

2.1 时间变量对轨道预报的影响

使用卫星 31698 分析引入时间变量对轨道预报的影响. 图 1 分别给出了使用 SM 和 TSM 方法定轨

所获得的局部最优解的目标函数值统计分布. 基于 SM 算法的目标函数值最高频次值为 9.396, 均值为 9.408; 基于 TSM 算法的最高频次值为 9.392, 均值为 9.402. 基于 TSM 算法的目标函数均值整体降低了 0.04, 但分布更为均匀, 且左边的目标函数值更小. 表 3 给出了两种算法的定轨结果.

为方便揭示轨道预报误差的主要来源, 使用 RSW 坐标系进行分析, 三轴方向分别指向 Radial, Along-track 和 Cross-track. 图 2 给出了轨道预报真误差, 三种轨道预报误差在 R 方向重合, 标准差分别为 0.433 km, 0.393 km, 0.390 km, 在 S 和 W 方向原始 TLE 真误差 (红色) 与 SM 真误差 (绿色) 具有重叠部分, TSM 真误差最小, 特别是在 S 方向, 标准差分别为 10.821 km, 10.052 km 和 6.919 km. 实验结果表明, 引入时间变量能够使轨道精度进一步提升, 均能削弱在 R, S, W 方向上由摄动力所引起的误差.

2.2 定轨算法的应用

这里进一步使用多颗卫星对定轨算法进行验证. 受限于篇幅, 仅采用卫星位置误差 d 进行对比分析, 其

表 1 卫星轨道类型与高度参数
Table 1 Satellite orbital types and altitude parameters

NORAD	卫星名	轨道类型	近地点/km	远地点/km
31698	TERRA SAR X	LEO	507	510
39452	SWARM A	LEO	444	447
40001	COSMOS 2500 (GLONASS)	MEO	19118	19142
41240	JASON 3	LEO	1332	1344
43687	COSMOS 2529 (GLONASS)	MEO	19109	19151
46805	COSMOS 2547 (GLONASS)	MEO	19113	19147
46808	YAOGAN-30 V	LEO	568	571
46984	S6 MICHAEL FREILICH	LEO	1332	1344

表 2 定轨 TLE 历元剔除比例
Table 2 Eliminating ratio of reference epoch for orbit determination TLE

NORAD	原始TLE历元数	异常TLE历元数	TLE历元使用率/(%)
31698	29	3	89.65
39452	22	0	100
40001	17	0	100
41240	18	0	100
43687	17	2	88.23
46805	16	0	100
46808	15	2	86.67
46984	31	4	87.09

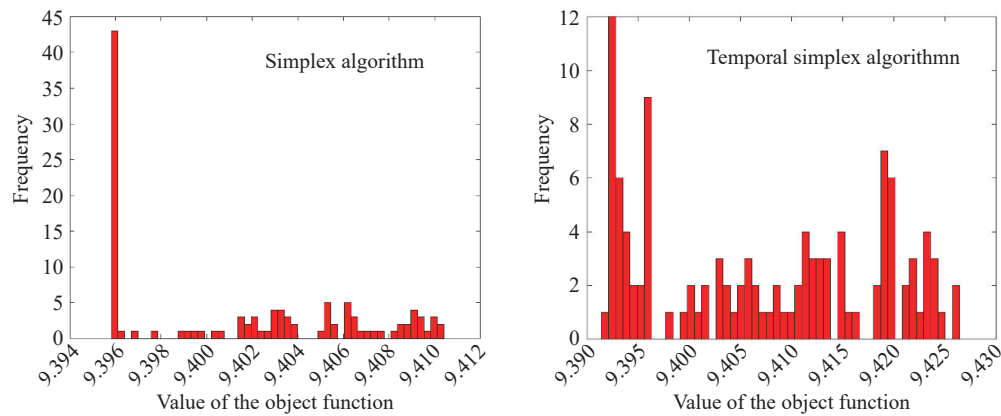


图 1 基于 SM 和 TSM 的目标函数值分布 (卫星 31698)

Fig. 1 Distribution of the object function based on SM and TSM (Satellite 31698)

表 3 目标 31698 定轨轨道根数对比

Table 3 Comparison of the orbital elements of the target 31698

算法	B'	e	$i / (^{\circ})$	$\Omega / (^{\circ})$	$\omega / (^{\circ})$	$M / (^{\circ})$	$n / (r \cdot d^{-1})$	定轨结果时刻数据
TLE	7.5814×10^{-6}	2.147×10^{-4}	97.4459	10.8697	17.0107	77.2867	15.19153825	21365.87937972
SM	3.1545×10^{-5}	1.950×10^{-4}	97.4458	10.8702	17.5800	76.7078	15.19155608	21365.87937972
TSM	3.1551×10^{-5}	1.950×10^{-4}	97.4458	10.8701	16.5589	77.1212	15.19155551	21365.87835189

注 B' 表示弹道系数, e 表示偏心率, i 表示轨道倾角, Ω 表示升交点赤经, ω 表示平近点角, M 表示近地点角距, n 表示平运动.

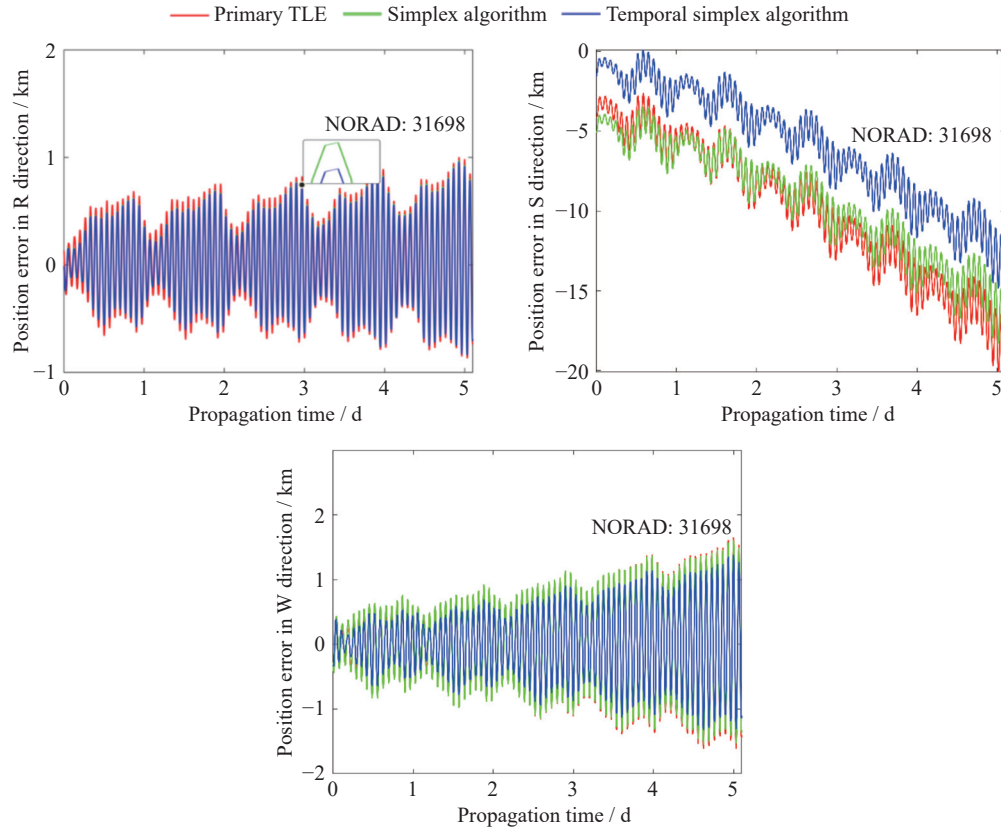


图 2 原始 TLE, SM, TSM 定轨结果的轨道预报误差的比较

Fig. 2 Orbital error predictions of primeval TLE, SM and TSM in RSW coordinate system

定义为

$$d = \sqrt{(e_{dx})^2 + (e_{dy})^2 + (e_{dz})^2}. \quad (4)$$

其中, e_{dx} , e_{dy} , e_{dz} 分别表示卫星在地心惯性坐标系中的位置误差.

图 3 给出了位置预报真误差结果对比. 卫星

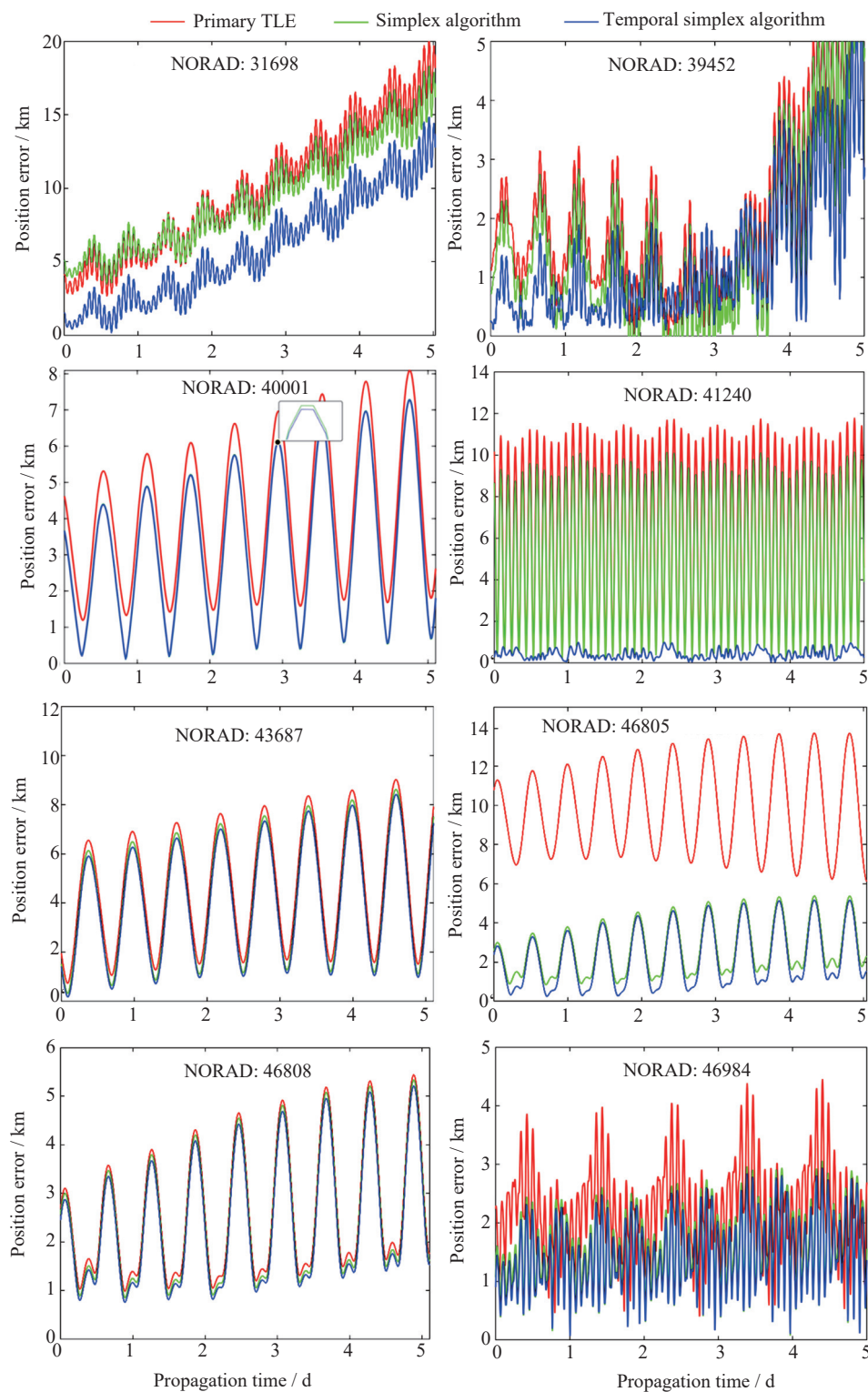


图 3 TLE, SM 和 TSM 的轨道预报误差

Fig. 3 Comparisons of the orbital prediction errors from TLE, SM and TSM

31698 的预报真误差随预报时间增加呈现振荡性增长, 而采用 TSM 算法后, 其相对预报精度提升了 28.87%; 卫星 39452 的轨道预报误差在 0.4 天时达到最低 0.11 km, TLE 和 SM 的轨道预报误差相互重叠, 精度一致, 而 TSM 算法相对预报精度提升了 33.69%; 对于卫星 40001, 43687, 46805, 46808 和 46894, SM 和 TSM 算法的轨道预报真误差虽与原始 TLE 的变化趋势大致一致, TSM 的相对预报精度分别提升了 0.11%, 3.25%, 2.51%, 0.42% 和 5.89%; 而对于卫星 41240, TSM 算法精度改善极为明显, 达到 78.60%. 卫星位置预报精度数值见表 4. 图 3 中卫星

31698 的预报误差呈线性增长, 卫星 39452 的预报误差在传播第三天后位置预报误差呈线性增长, 其原因在于 TLE 数据的精度不均匀, 特别是 TLE 数据中包含偏差, 此外可能存在卫星变轨.

图 4 分别给出了在 RSW 坐标系下各个方向的误差分量. 卫星 31698 和 39452 其精度提升主要在 S 方向, 卫星 40001, 43687 和 46808 的精度在三个方向数值接近, 卫星 46805 的精度提升主要在 S 和 W 方向, 卫星 46984 主要在 R 和 W 方向, 卫星 41240 精度在三个方向的提升非常显著, 相对精度提升约 78.60%.

3 结论

利用单纯形调优搜索算法对低轨目标轨道进行定轨时, 考虑到大气阻力等模型中与时间相关的误差, 引入时间变量, 与其他轨道参数一同求解, 获得了较高的定轨精度, 特别是目标 41240 的相对精度提升了 78.60%. 具体结论如下.

- (1) 通过引入时间变量, TSM 算法能够不同程度地削弱 R, S, W 方向上与时间相关的误差, 其定轨精度优于 SM 算法, 即考虑时间变量后, 精度整体提升;
- (2) 相比 SM 算法, TSM 算法提升了轨道预报精

表 4 卫星轨道预报标准差

Table 4 RMSEs of the satellite orbit prediction

卫星ID	原始TLE	SM/km	TSM/km	相对精度提升/(%)
31698	10.852	10.084	6.951	28.87
39452	2.594	2.594	1.720	33.69
40001	4.527	3.783	3.778	0.11
41240	7.097	6.055	0.477	78.60
43687	5.196	4.826	4.657	3.25
46805	10.163	2.938	2.683	2.51
46808	3.114	2.938	2.925	0.42
46984	2.344	1.687	1.549	5.89

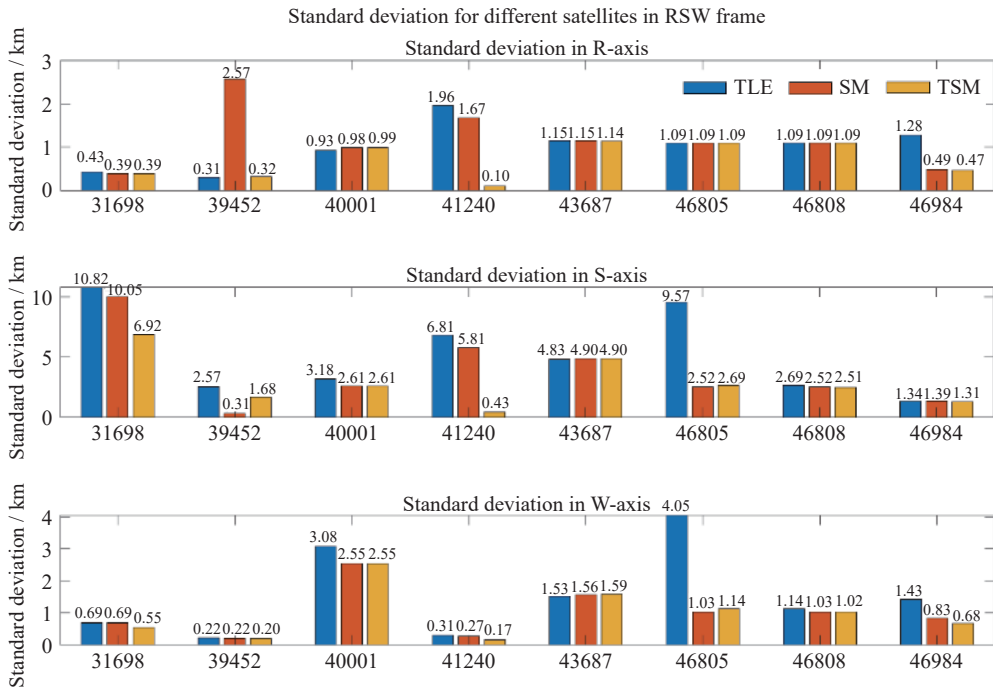


图 4 RSW 坐标系下的轨道预报标准差

Fig. 4 Standard deviation of orbit prediction in RSW coordinate system

度 0.11%~78.60%.

实验结果表明, 在轨道确定中引入时间变量能够进一步提升轨道预报精度. 未来将进一步在更多目标上进行测试, 以验证该方法的适用性和稳健性.

参考文献

- [1] KAZEMI S, AZAD N L, SCOTT K A, *et al.* Orbit determination for space situational awareness: a survey[J]. *Acta Astronautica*, 2024, **222**: 272-295
- [2] VALLADO D A, CRAWFORD P. SGP4 orbit determination[C]//Proceedings of the AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. Honolulu: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008
- [3] ZHAO Guangyu, SANG Jizhang, CHEN Junyu, *et al.* Improving the orbit prediction accuracy for NORAD objects using sparse angles data[J]. *Journal of Geomatics*, 2021, **46**(S1): 301-304 (赵广宇, 桑吉章, 陈俊宇, 等. 利用稀疏角度数据改进空间目标 TLE 轨道预报精度 [J]. 测绘地理信息, 2021, **46**(S1): 301-304)
- [4] CHEN Junyu, LIN Chusen. Analysis and improvement of TLE orbit prediction accuracy for starlink satellites[J]. *Journal of Kunming University of Science and Technology: Natural Science*, 2024, **49**(5): 39-45 (陈俊宇, 林初森. 星链卫星 TLE 轨道预报精度分析和改善 [J]. 昆明理工大学学报: 自然科学版, 2024, **49**(5): 39-45)
- [5] LIU Jinghong, SANG Jizhang, LIU Hongkang. TLE orbital determination based on simplex method[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2020, **40**(6): 1102-1108 (刘劲宏, 桑吉章, 刘宏康. 基于单纯形法的 TLE 轨道确定 [J]. 空间科学学报, 2020, **40**(6): 1102-1108)
- [6] LIU J H, LONG W T, WU Y C, *et al.* TLE orbit determination using simplex method[J]. *Geodesy and Geodynamics*, 2023, **14**(5): 438-455
- [7] LIU Shushi, GONG Jiancun, LIU Siqing, *et al.* Thermospheric density during geomagnetic storm based on EOF analysis[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2013, **56**(10): 3236-3245 (刘舒苒, 龚建村, 刘四清, 等. 基于经验正交分析法的暴时热层大气密度时空分布规律 [J]. 地球物理学报, 2013, **56**(10): 3236-3245)
- [8] LIU J, WU C, LONG W, *et al.* Improving orbit prediction of the two-line element with orbit determination using a hybrid algorithm of the Simplex Method and Genetic Algorithm[J]. *Aerospace*, 2025, **12**(6): 527

作者简介



刘劲宏 男, 1990 年 1 月出生于四川省达州市, 现为重庆交通大学智慧城市学院讲师, 硕士生导师, 主要研究方向为空间碎片、空间气象等.

E-mail: liu-jh@whu.edu.cn