

一种基于递推最小二乘法的运动平台剩磁 差分测量与估计方法*

朱明慧 谷 鹏 高 东

(中国科学院国家空间科学中心 北京 100190)

(中国科学院大学 北京 100049)

摘 要 地磁导航是通过对地球周围矢量磁场进行测量从而实现导航的一种方法。地磁导航在运动平台上应用的难点之一是平台剩磁对地磁测量的影响,严重污染了磁强计的测量。消除平台剩磁对地磁测量的影响成为地磁导航向应用转化的一项关键技术。为实现运动平台剩磁的有效测量与估计,提出了基于递推最小二乘法的运动平台剩磁差分测量与估计方法。基于载体干扰磁场值只与测量点到磁偶极子的距离和磁偶极子的磁矩有关的结论,根据磁偶极子的磁场分布特性,推导出一种基于内置磁强计阵列的运动平台剩磁差分估计模型,并通过递推最小二乘法求解差分估计模型。大量仿真实验表明,可以通过内置阵列磁强计对平台剩磁进行测量与估计,验证了所提出的平台剩磁估计方法的有效性。

关键词 地磁导航, 干扰磁场, 差分模型, 递推最小二乘法

中图分类号 V249.3

Remanence Model Estimation Method of Geomagnetic Navigation Carrier Based on Recursive Least Square Method

ZHU Minghui GU Peng GAO Dong

(National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

Abstract Geomagnetic navigation is a method of *in-situ* measurement of magnetic field by the magnetometer installed on the carrier platform to realize navigation. It is a passive navigation, which has the advantages of autonomy, strong anti-interference ability and no cumulative error. One of the difficulties in the application of geomagnetic navigation on moving platform is the influence of platform remanence on geomagnetic measurement, which seriously pollutes the measurement of magnetometer and becomes a

* 国防基础科研计划项目资助 (JCKY2019130 D020)

2023-01-03 收到原稿, 2023-03-13 收到修定稿

key technology in the transformation of geomagnetic navigation to application. For example, the magnetic field distribution generated by ferromagnetic materials and the interference magnetic field generated by electrical equipment during work will pollute the measured value of the magnetometer, and then affect the accuracy of geomagnetic navigation. Aiming at the complicated problem of interfering magnetic field in geomagnetic measurement, this paper focuses on the effective measurement and estimation of the remanence of a moving platform. In order to realize effective measurement and estimation of remanence of moving platform, a method of differential measurement and estimation of remanence of moving platform based on recursive least square method is proposed. Firstly, the method is based on the conclusion that the carrier interference magnetic field value is only related to the distance between the measuring point and the magnetic dipole and the equivalent magnetic moment of the magnetic dipole in magnetic dipole theory, and the magnetic field distribution characteristics of the magnetic dipole. A remanence difference estimation model of moving platform based on built-in magnetometer array is derived, and the difference estimation model is solved by recursive least square method. Finally, a large number of simulation experiments show that the platform remanence estimation method can be measured and estimated by the built-in array magnetometer, which proves the effectiveness of the proposed method and lays a theoretical foundation for accurate geomagnetic navigation.

Key words Earth-magnetism navigation, Disturbing magnetic field, Difference model, Recursive least-squares method

0 引言

地磁导航通过载体内部安装的磁强计实时获取地磁信息,与预先制作的地磁场数据库匹配,对比磁场大小、方向、梯度等信息分析载体所在位置,实现导航定位^[1],它是一种无源自主导航,抗干扰能力强,不受时间、位置、天气的影响^[2,3].地磁导航发展的三项关键技术分别是建立精准的地磁场模型,高精度地磁导航算法和精确的地磁场测量技术^[4].

精准的地磁导航技术取决于精准的地磁场模型,提高地磁导航精度首先需要提高地磁场模型的精度.Cui等^[5]利用卫星的磁测数据,采用三向解耦方法对地磁场模型实现快速实时重构,其实时性、快速性为建立精准的地磁场模型提供了新思路.Chen等^[6]采用改进的曲面样条法,提出一种高精度、简单的地磁场模型,实现了依据系数变化确定地磁场随时间变化的效果.此外,提高地磁导航算法的精度也能有效提高地磁导航的精度,组合滤波算法以及匹配导航算法都是目前提高导航精度的有效方法.基于改进的迭代最近等值点和粒子群优化算法提出的新型地磁匹配算法能够有效降低惯性导航系统的累计误差^[7].采用量测差分扩展卡尔曼滤波方法减小了磁暴期间带来的未知误差,提高了导航的稳定性^[8,9].

精确的地磁测量技术是目前地磁导航关键技术中有待解决的难题^[10].地磁测量技术容易受到周围环境磁场、载体电子设备干扰的影响,磁测设备自身性能也会给测量带来固有误差^[11].目前,采用磁洁净^[12]、滤波技术和补偿算法,可以实现提高地磁测量精度的目标.CSES卫星使用4.5 m长伸杆,结合磁洁净控制,将卫星平台在绝对磁场校准装置位置产生的磁场干扰不确定量控制在0.5 nT内^[12].在导弹上,伸杆技术能够有效减少平台磁场对磁强计的测量干扰,但伸杆会改变弹体外部结构,影响气动外形.Kou等^[13]采用独立特征量分析法有效分离出低频干扰,但由于在干扰源过多时无法将干扰源分类,难以实际应用.Dong等^[14]采用CEEMDAN阈值滤波方法有效降低了杂散磁场干扰,信噪比提升了1.156 dB.Zhao等^[15,16]采用差分测量原理,有效去除水下地磁导航中的杂散磁场,但是没有考虑载体内部电气设备干扰和涡流磁场.Xu等^[17]利用三轴加速度计和磁强计在载体上的阵列排布,通过变换姿态利用地磁场进行方位矫正,达到消除干扰磁场的目标.除此之外,在地磁降噪方面,Zhou等^[18]提出了一种改进HHT算法的地磁降噪方法.为从磁场数据中去除航天器产生的干扰,Constantinescu等^[19]提出了最大方差梯度计技术.随着深度学习技术的发展,基于深度学习进行地磁去噪

的方法开始出现, 例如 Xu 等^[20]认为磁异常信号和地磁噪声的特征能够从大量训练数据上学习出, 进而提出了一种基于深度学习的地磁异常检测和去噪方法, 然而深度学习需要大量的训练数据才能有较好的性能, 但在很多实际场景中并不能获得足够量的数据, 限制了深度学习方法的使用. 综上所述, 磁洁净和滤波技术无法完全消除电磁干扰, 对于涡流磁场和杂散磁场等与地磁场频率相近的电磁干扰效果较差; 而伸杆技术不适用于临近空间的高速飞行的载体, 因此研究运动平台剩磁的测量与估计理论尤为重要.

针对地磁测量技术中磁强计测量值包含平台剩磁干扰而导致地磁场测量值存在较大误差的问题, 提出了一种基于递推最小二乘法的磁偶极子阵列差分等效估计模型. 根据磁干扰源的磁场分布特性, 采用磁偶极子表示磁干扰源的磁场. 研究磁强计阵列差分原理, 得出阵列排布方式具有普适性. 通过磁偶极子描述干扰磁场的途径得出磁强计阵列差分估计模型的有效性, 基于递推最小二乘法研究差分模型的求解. 通过仿真验证了本文所提方法的有效性, 为地磁测量技术的发展提供了一种新的思路.

1 磁偶极子差分估计模型

1.1 基本原理

如图 1 所示, 干扰磁场导致磁强计测量的地磁场与实际地磁场存在误差, 导致后续地磁导航算法不准确, 使导航定位精度下降. 自然界中不存在磁荷, 可使用磁偶极子来描述自然界中的磁场^[21], 应用毕奥-萨伐尔定律得出磁偶极子的磁场解析式^[22], 即

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{3(p_m \cdot d)d}{|d|^5} - \frac{p_m}{|d|^3} \right]. \quad (1)$$

式中, μ_0 为真空磁导率, p_m 为磁偶极子的磁矩, d 为测量点 P 与磁偶极子间的距离, 采用参数方程表示圆形电流回路, 有

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{3\mu_0}{8\pi} \frac{IS}{d^3} \sin 2\varphi \cos \theta, \\ B_y &= \frac{3\mu_0}{8\pi} \frac{IS}{d^3} \sin 2\varphi \sin \theta, \\ B_z &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{IS}{d^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi \right). \end{aligned} \quad (2)$$

其中, S 表示电流回路的面积, I 表示电流. 从式 (1) 可以看出, 磁偶极子磁场只与磁偶极矩 p_m 和 P 点的位置矢量 d 有关, 故可将式 (1) 表示为

$$B = f(p_m, d). \quad (3)$$

其中, f 为 B 与 p_m , d 之间的函数.

研究磁偶极子理论得出磁偶极子磁场模型具有结构简单、易于应用的特点, 运用磁偶极子对载体干扰磁场建模, 将 4 种类型的干扰磁场采用同一种理论表示能够实现干扰磁场模型的统一化.

载体在飞行过程中, 载体外壳和内部设备使用的金属材料被地磁场磁化以及被地磁场磁力线切割会产生新的磁场, 这部分磁场统称为剩磁干扰, 由三种类型组成, 分别为固定磁场、感应磁场和涡流磁场, 其叠加在磁强计测量到的地磁场真实值上, 对测量结果产生影响^[23]. 载体内部的电气设备在工作时也会产生复杂的干扰磁场叠加在地磁场值上. 本文基于磁偶极子理论研究铁磁干扰与电气设备干扰.

干扰磁场模型

$$B_m = B_o + B_p + B_i + B_e + B_l. \quad (4)$$

其中, B_m 为地磁场测量值, B_o 为地磁场真实值, B_p 为固定磁场, B_i 为感应磁场, B_e 为涡流磁场, B_l 为电气设备干扰, 均为三维矢量.

研究采用磁偶极子表示干扰磁场下的磁场分布特性, 有

$$\begin{aligned} B_h &= \begin{bmatrix} \alpha_x & \gamma_y & \gamma_z \\ \beta_x & \alpha_y & \beta_z \\ \gamma_x & \beta_y & \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{hx} \\ M_{hy} \\ M_{hz} \end{bmatrix}, \\ \alpha_x &= \frac{\mu_0}{2\pi r_{hx}^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi_{hx} \right), \quad \beta_x = \frac{3\mu_0}{8\pi d_h^3} \sin 2\varphi_{hx} \sin \theta_{hx}, \\ \gamma_x &= -\frac{3\mu_0}{8\pi d_h^3} \sin 2\varphi_{hx} \cos \theta_{hx}, \quad \gamma_y = \frac{3\mu_0}{8\pi d_h^3} \sin 2\varphi_{hy} \cos \theta_{hy}, \\ \alpha_y &= \frac{\mu_0}{2\pi r_{hy}^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi_{hy} \right), \quad \beta_y = \frac{3\mu_0}{8\pi d_h^3} \sin 2\varphi_{hy} \sin \theta_{hy}, \\ \gamma_y &= -\frac{3\mu_0}{8\pi d_h^3} \sin 2\varphi_{hy} \cos \theta_{hy}, \quad \beta_z = \frac{3\mu_0}{8\pi d_h^3} \sin 2\varphi_{hz} \sin \theta_{hz}, \\ \alpha_z &= \frac{\mu_0}{2\pi r_{hz}^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi_{hz} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

其中, B_h 为总干扰磁场, M_h 为等效干扰磁矩, 由固定磁矩 M_p 、感应磁矩 M_i 、涡流磁矩 M_e 和电气设备磁矩 M_l 组成, 有

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_{hx} \\ M_{hy} \\ M_{hz} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{px} \\ M_{py} \\ M_{pz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{ix} \\ M_{iy} \\ M_{iz} \end{bmatrix} + \\ &\quad \begin{bmatrix} M_{ex} \\ M_{ey} \\ M_{ez} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{lx} \\ M_{ly} \\ M_{lz} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

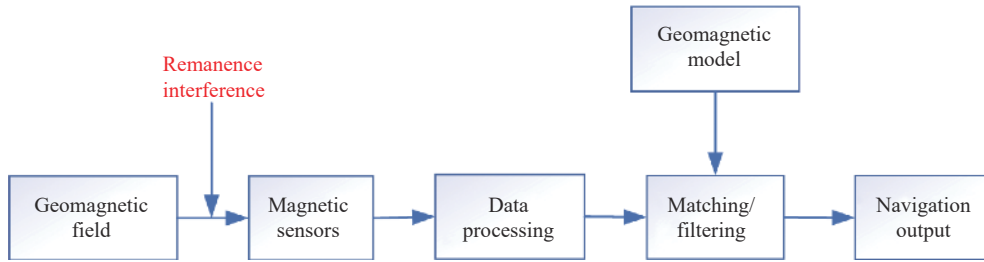


图 1 地磁导航原理

Fig. 1 Principles of geomagnetic navigation

研究式 (5) 得出载体干扰磁场值在磁偶极子理论下只与两个因素有关, 即测量点到磁偶极子间的距离和磁偶极子的等效磁矩, 因此, 载体的干扰磁场模型可用式 (1) 表示, 研究磁偶极子差分估计模型可用式 (3) 简化表示.

1.2 磁强计阵列差分原理

磁强计放置在载体内部的有限空间里, 测量值会包含地磁场真实值以及剩磁干扰两部分. 地磁场是全球磁场, 空间分布极大, 量值在载体内部近似不变, 剩磁干扰是局部磁场, 空间分布较小, 量值在载体内部衰减明显. 因此在载体内部, 地磁场不会产生磁梯度 (地磁场为远源磁场, 在很小空间内不会出现梯度), 而干扰场为近源场, 剩磁干扰会产生磁梯度, 通过磁强计阵列布局测量得到的磁梯度信息可以分离出剩磁干扰, 计算地磁场真实值^[24,25], 阵列磁强计剩磁测量原理如图 2 所示. 根据磁偶极子差分估计模型, 磁强计不必布局成一条直线, 从应用的角度来看, 对于回转体形的运动平台, 将磁强计阵列排布成一条直线, 易于内置安装. 考虑到一般磁强计之间的距离以及运动平台的空间限制, 采用 6 个磁强计进行仿真验证.

1.3 磁偶极子差分估计模型

为了验证磁偶极子差分原理的必要性, 采用实验测量的方法进行验证. 6 个磁强计间隔 12.5 cm 等距安装在碳纤维杆上, 以事先做好的刻度盘为准, 每隔 5°测试 3 min 内的无干扰磁场值 (即背景场). 将电磁阀通电放置在刻度盘中央, 重复操作, 得到有干扰的磁场值. 由于工作环境中存在工作中的电磁阀、开机的电源以及室内不确定的干扰, 导致干扰磁场值范围为 $10^4 \sim 6 \times 10^4$ nT. 如图 3 所示, 色条从紫色到黄色依次代表 $10^4 \sim 6 \times 10^4$ nT, 扇形图中的数字分别代表经纬度. 从干扰磁场测量值 (见图 3) 可以

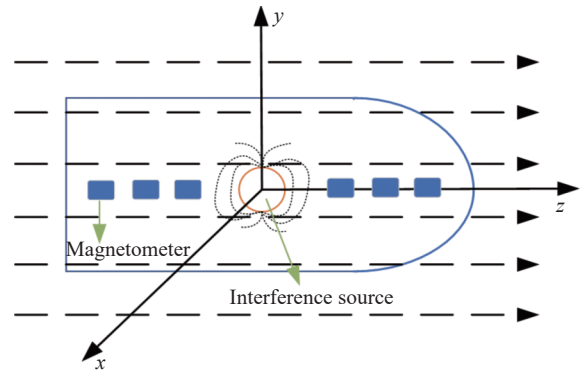


图 2 差分原理

Fig. 2 Difference schematic diagram

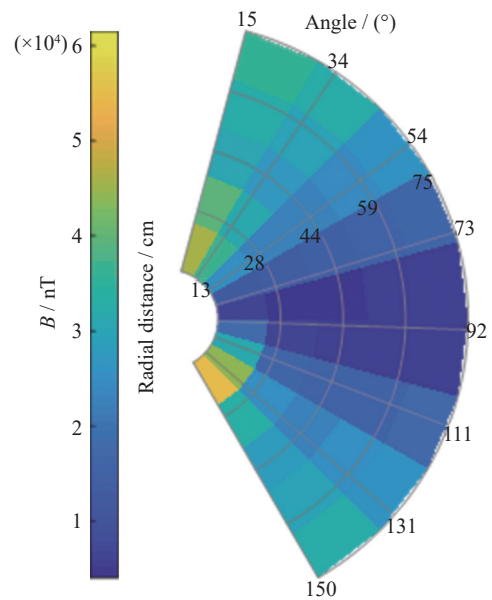


图 3 干扰磁场测量值

Fig. 3 Interfering magnetic field measurements

得出, 对电磁阀而言, 干扰场的大小与磁强计间的距离有关, 其随距离增大而减小, 符合差分测量的理论. 干扰磁场的分布较为杂乱, 在设备多的情况下

磁场特性更不易分析, 所以采用磁偶极子理论易于建模.

综上所述, 验证了建立磁偶极子差分模型的有效性. 考虑磁偶极子表示载体磁场的一种等效情况, 当载体中设备简单时, 所有的干扰可以等效为一个磁偶极子, 在适当的位置摆放两个磁强计, 则两个磁强计的测量值由地磁场的真实值与磁偶极子的磁场组成, 有

$$\begin{cases} B_{m1} = B_0 + B_{z11} = B_0 + f(p_m, d_1), \\ B_{m2} = B_0 + B_{z21} = B_0 + f(p_m, d_2). \end{cases} \quad (7)$$

式 (7) 的磁偶极子等效模型差分后可得

$$\Delta B_{m1-m2} = B_{z11} - B_{z21} = f(p_m, d_1) - f(p_m, d_2). \quad (8)$$

由于 d_1 和 d_2 是磁偶极子与磁强计间的距离, 可以测量得到, 所以方程中只有磁偶极子的磁矩 p_m 一个未知量, 方程与未知量的个数相等, 可以求解得到 p_m , 进而得到两个磁强计测得的干扰磁场值 B_{z11} 和 B_{z21} , 由磁强计的测量值减去干扰磁场值即为地磁场的真实值. $B_{z_{ij}}$ 表示第 i 个磁强计测得第 j 个磁偶极子的磁场.

进一步考虑更复杂的情况, 假设载体中的设备等干扰可以等效为两个磁偶极子, 在适当的位置摆放三个磁强计, 则三个磁强计的测量值由地磁场的真实值与两个磁偶极子的磁场组成, 有

$$\begin{cases} B_{m1} = B_0 + B_{z11} + B_{z12}, \\ B_{m2} = B_0 + B_{z21} + B_{z22}, \\ B_{m3} = B_0 + B_{z31} + B_{z32}. \end{cases} \quad (9)$$

其中, d_{ij} 表示第 i 个磁强计到第 j 个磁偶极子的距离.

同理, 式 (9) 的磁偶极子等效模型差分后可得

$$\begin{aligned} \Delta B_{m1-m2} &= B_{z11} + B_{z12} - B_{z21} - B_{z22} = \\ &f(p_{m1}, d_{11}) + f(p_{m2}, d_{12}) - \\ &f(p_{m1}, d_{21}) - f(p_{m2}, d_{22}), \\ \Delta B_{m2-m3} &= B_{z21} + B_{z22} - B_{z31} - B_{z32} = \\ &f(p_{m1}, d_{21}) + f(p_{m2}, d_{22}) - \\ &f(p_{m1}, d_{31}) - f(p_{m2}, d_{32}). \end{aligned} \quad (10)$$

式中 d_{ij} 表示第 i 个磁强计到第 j 个磁偶极子的距离, 同样是通过测量得到. 因此只有两个磁偶极子的磁矩 p_{m1} 和 p_{m2} 两个未知量, 式 (10) 中也是两个方程, 方程的个数与未知量个数相等, 所以式 (10) 也能求解, 磁偶极子磁场差分补偿模型是正确有效的.

一般载体上会安装多个设备, 情况非常复杂, 当载体需要更多的磁偶极子才能准确表示磁场时, 按照单个和两个磁偶极子的等效模型推测, 当载体等效成 n 个磁偶极子时需要在适当位置摆放 $n+1$ 个磁强计, 方程才能准确求解. 但在实际情况下, 载体中无法放置多个磁强计, 大致只能摆放 3~5 个, 导致方程的个数小于未知量 p_m 的个数, 为了确保磁偶极子磁场等效补偿模型能够继续使用, 本文提出利用递推最小二乘法解决该问题.

1.4 递推最小二乘法

根据递推最小二乘法的基本理论, 递推最小二乘法假设状态量不随时间变化, 且有观测方程如下:

$$z_t = H_t x_t + v_t. \quad (11)$$

其中, z_t 为观测变量, x_t 为状态变量, H_t 为观测矩阵, v_t 为观测噪声向量. 假设有 t 时刻的观测变量 z_t 的值, 可根据如下递推最小二乘法公式计算状态变量 x_t 的值.

计算增益:

$$K_t = P_{t-1} H_t^T (H_t P_{t-1} H_t^T + R_t)^{-1}. \quad (12)$$

其中, P_{t-1} 为 $t-1$ 时刻的误差协方差矩阵, R_t 为 v_t 的噪声协方差矩阵.

更新过程 (利用观测方程) 如下:

$$\hat{x}_t = \hat{x}_{t-1} + K_t (z_t - H_t \hat{x}_{t-1}), \quad (13)$$

$$P_t = (I - K_t H_t) P_{t-1}. \quad (14)$$

其中, $\hat{x}_t$ 为 t 时刻的状态估计值, P_t 为 t 时刻的误差协方差矩阵估计值.

1.5 基于递推最小二乘法的差分模型原理

载体上的结构和设备基本由钢铁构件制成, 在飞行中这些结构和内部设备存在固定磁场, 结构和设备中的铁磁质在地磁场的磁化下会产生感应磁场, 导电材料在地磁场磁力线的切割下产生涡流磁场, 内部设备在工作时也会产生各种复杂的电磁场. 因此, 传感器测得的磁场是地磁场、固定磁场、感应磁场、涡流磁场和电气设备干扰的矢量和. 这些新的磁场统称为干扰磁场, 会对传感器测量的地磁场值产生干扰. 地磁导航中通过地磁进行匹配定位, 测量载体所在位置的地磁场时需要消除干扰磁场产生的影响. 本文通过磁偶极子磁场分布理论, 建立传感器测量值与干扰磁场间的关系, 得出载体干扰磁场的补偿模型.

基于递推最小二乘法推导磁偶极子的差分估计模型, 需要推导递推最小二乘法的观测方程. 定义 $[B_{m1x}^t \ B_{m1y}^t \ B_{m1z}^t]$ 为观测变量, $[P_{mx}^t \ P_{my}^t \ P_{mz}^t]$ 为状态变量, $M_{3 \times 3}^{ji}$ 为观测矩阵, 其表达了 $M_{3 \times 3}^{ji}$ 与 r_{xji} , r_{yji} , r_{zji} 和 Δ 之间的关系, Δ 为 r_x , r_y , r_z 的平方和, 有

$$M_{3 \times 3}^{ji} = 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} r_{xji}^2 & r_{xji}r_{yji} & r_{xji}r_{zji} \\ r_{xji}r_{yji} & r_{yji}^2 & r_{yji}r_{zji} \\ r_{xji}r_{zji} & r_{yji}r_{zji} & r_{zji}^2 \end{bmatrix} - \Delta_{ji}^{\frac{5}{2}} \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{xji}^2 - \Delta_{ji}^{\frac{5}{2}} & 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{xji}r_{yji} & 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{xji}r_{zji} \\ 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{xji}r_{yji} & 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{yji}^2 - \Delta_{ji}^{\frac{5}{2}} & 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{yji}r_{zji} \\ 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{xji}r_{zji} & 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{yji}r_{zji} & 3\Delta_{ji}^{\frac{3}{2}}r_{zji}^2 - \Delta_{ji}^{\frac{5}{2}} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

$$\Delta = r_x^2 + r_y^2 + r_z^2. \quad (16)$$

当载体由 1 个磁偶极子表示时, 需要 2 个磁强计建立差分模型, 即

$$\begin{bmatrix} B_{m1x}^t \\ B_{m1y}^t \\ B_{m1z}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}^1 & M_{12}^1 & M_{13}^1 \\ M_{21}^1 & M_{22}^1 & M_{23}^1 \\ M_{31}^1 & M_{32}^1 & M_{33}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{mx}^t \\ P_{my}^t \\ P_{mz}^t \end{bmatrix} + B_o + V_t. \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} B_{m2x}^t \\ B_{m2y}^t \\ B_{m2z}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}^2 & M_{12}^2 & M_{13}^2 \\ M_{21}^2 & M_{22}^2 & M_{23}^2 \\ M_{31}^2 & M_{32}^2 & M_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{mx}^t \\ P_{my}^t \\ P_{mz}^t \end{bmatrix} + B_o + V_t. \quad (18)$$

式 (17) 和式 (18) 分别表示两个磁强计的测量值, 由地磁场 B_o 及干扰磁场和高斯随机变量 V_t 组成.

对式 (17) 和式 (18) 进行差分, 可以得到磁强计差分后的磁偶极子差分模型, 即

$$\begin{bmatrix} B_{m1x}^t - B_{m2x}^t \\ B_{m1y}^t - B_{m2y}^t \\ B_{m1z}^t - B_{m2z}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}^1 - M_{11}^2 & M_{12}^1 - M_{12}^2 & M_{13}^1 - M_{13}^2 \\ M_{21}^1 - M_{21}^2 & M_{22}^1 - M_{22}^2 & M_{23}^1 - M_{23}^2 \\ M_{31}^1 - M_{31}^2 & M_{32}^1 - M_{32}^2 & M_{33}^1 - M_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{mx}^t \\ P_{my}^t \\ P_{mz}^t \end{bmatrix} + V_t. \quad (19)$$

由式 (19) 可以清晰看出式中只有一个未知量, 即磁

偶极子的磁矩 P_m .

将单个磁偶极子的差分模型推广, 结合实际情况载体需要多个磁偶极子表示, 对于载体内部放置 i 个磁偶极子和 j 个磁强计模型,

$$\begin{bmatrix} B_{m1x}^t \\ B_{m1y}^t \\ B_{m1z}^t \\ \vdots \\ B_{m(j-1)x}^t \\ B_{m(j-1)y}^t \\ B_{m(j-1)z}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{3 \times 3}^{11} & M_{3 \times 3}^{12} & \cdots & M_{3 \times 3}^{1i} \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ M_{3 \times 3}^{(j-1)1} & M_{3 \times 3}^{(j-1)2} & \cdots & M_{3 \times 3}^{(j-1)i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{m1x} \\ P_{m1y} \\ P_{m1z} \\ \vdots \\ P_{m(j-1)x} \\ P_{m(j-1)y} \\ P_{m(j-1)z} \end{bmatrix} + B_o + V_t. \quad (20)$$

为第一个磁强计到第 $(j-1)$ 个磁强计的测量值方程;

$$\begin{bmatrix} B_{m2x}^t \\ B_{m2y}^t \\ B_{m2z}^t \\ \vdots \\ B_{mjx}^t \\ B_{m jy}^t \\ B_{mjz}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{3 \times 3}^{21} & M_{3 \times 3}^{22} & \cdots & M_{3 \times 3}^{2i} \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ M_{3 \times 3}^{j1} & M_{3 \times 3}^{j2} & \cdots & M_{3 \times 3}^{ji} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{m1x} \\ P_{m1y} \\ P_{m1z} \\ \vdots \\ P_{m(j-1)x} \\ P_{m(j-1)y} \\ P_{m(j-1)z} \end{bmatrix} + B_o + V_t. \quad (21)$$

为第二个磁强计到第 j 个磁强计的测量值方程.

对式 (20) 和式 (21) 进行差分, 得到载体内部分布有 i 个磁偶极子和 j 个磁强计时的差分估计模型, 此时可通过递推最小二乘法进行求解, 即

$$\begin{bmatrix} B_{m1x}^t - B_{m2x}^t \\ B_{m1y}^t - B_{m2y}^t \\ B_{m1z}^t - B_{m2z}^t \\ \vdots \\ B_{m(j-1)x}^t - B_{mjx}^t \\ B_{m(j-1)y}^t - B_{m jy}^t \\ B_{m(j-1)z}^t - B_{m jz}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_x & M_y & \cdots & M_z \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ M_x^j & M_y^j & \cdots & M_z^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{m1x} \\ P_{m1y} \\ P_{m1z} \\ \vdots \\ P_{m jx} \\ P_{m jy} \\ P_{m jz} \end{bmatrix} + V_t.$$

$$\begin{aligned} M_x &= \mathbf{M}_{3 \times 3}^{11} - \mathbf{M}_{3 \times 3}^{21}, \\ M_y &= \mathbf{M}_{3 \times 3}^{12} - \mathbf{M}_{3 \times 3}^{22}, \\ M_z &= \mathbf{M}_{3 \times 3}^{1i} - \mathbf{M}_{3 \times 3}^{2i}; \\ M_x^j &= \mathbf{M}_{3 \times 3}^{(j-1)1} - \mathbf{M}_{3 \times 3}^{j1}, \\ M_y^j &= \mathbf{M}_{3 \times 3}^{(j-1)2} - \mathbf{M}_{3 \times 3}^{j2}, \\ M_z^j &= \mathbf{M}_{3 \times 3}^{(j-1)i} - \mathbf{M}_{3 \times 3}^{ji}. \end{aligned} \quad (22)$$

$$\mathbf{M}_{3 \times 3}^{ji} = \begin{bmatrix} M_{11}^{ji} & M_{12}^{ji} & M_{13}^{ji} \\ M_{21}^{ji} & M_{22}^{ji} & M_{23}^{ji} \\ M_{31}^{ji} & M_{32}^{ji} & M_{33}^{ji} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

2 实验与结果分析

在对基于递推最小二乘法的地磁导航载体剩磁模型估计方法进行仿真实验时, 首先选取一个矩形载体, 尺寸为 2.0 m×0.4 m×0.4 m, 取 0.4 m×0.4 m 载体表面的轴线, 在轴线上分布 6 个磁强计, 具体位置如图 4 所示. 载体上摆放 30 个磁偶极子表示载体内部的磁场, 6 个磁强计的位置分别为: (0.2, 0.2, 0.2); (0.2, 0.5, 0.2); (0.2, 0.7, 0.2); (0.2, 1.0, 0.2); (0.2, 1.3, 0.2); (0.2, 1.5, 0.2), 单位为 m. 序号为 1~30 的 30 个磁偶极子的位置分别为: (0.2, 0, 0.2); (0.2, 0.5, 0.1); (0.2, 1, 0.1); (0.2, 1.5, 0.1); (0.2, 0.1, 0.15); (0.4, 0.1, 0.1); (0.3, 0.2, 0.15); (0.4, 0.6, 0.4); (0.2, 0.2, 0.4); (0.05, 0.1, 0.4); (0.1, 0.6, 0.4); (0.15, 0.8, 0.4); (0.3, 0.6, 0.4); (0.3, 1.1, 0.4); (0.25, 0.7, 0); (0.05, 1.3, 0.4); (0.4, 1.4, 0.4); (0.15, 1.3, 0.05); (0.3, 1.6, 0.1); (0.25, 1.5, 0.4); (0.35, 1.8, 0.35); (0.1, 1.7, 0.25); (0.2, 1.8, 0.05); (0.15, 1.7, 0.4); (0.4, 1.85,

0.4); (0.25, 1.9, 0.4); (0.35, 1.9, 0.35); (0.05, 1.8, 0.05); (0.15, 1.9, 0.1); (0.05, 2.0, 0.3), 单位为 m. 序号为 1~30 的 30 个磁偶极子的磁矩分别为: (30, 23, 17); (22, 8, 15); (11, 9, 12); (14, 5, 9); (7, 9, 5); (17, 5, 9); (3, 11, 12); (7, 4, 9); (5, 6, 8); (3, 5, 7); (6, 4, 8); (2, 7, 3); (1, 4, 5); (3, 2, 6); (1, 3, 5); (6, 2, 3); (9, 3, 6); (5, 4, 7); (1, 3, 5); (6, 4, 8); (2, 3, 2); (5, 7, 6); (8, 2, 4); (3, 1, 7); (9, 7, 2); (1, 6, 3); (2, 1, 3); (4, 5, 3); (1, 2, 3); (5, 2, 8), 单位为 A·m².

由图 4 可知磁偶极子与磁强计间的距离, 再结合已设计好的磁偶极子的磁矩, 先仿真出 6 个磁强计测量的干扰磁场, 然后由干扰磁场值和磁偶极子与磁强计间的距离仿真出磁偶极子的磁矩, 比较仿真得到的磁偶极子磁矩与事先设计好的磁矩的误差, 可以证明磁偶极子差分估计模型原理的有效性.

设 m 表示磁偶极子的个数, n 表示磁强计的个数, 取 n 为 6, m 为 5, 6, 7, 8, 9, 10 分别进行仿真实验, 详细给出了每一个磁偶极子的误差曲线和误差百分比, 具体实验结果如下.

(1) $m=5, n=6$. 图 5 给出了 $m=5, n=6$ 时每个磁偶极子的磁矩误差曲线, 由图 5 可以看出, 对于 P1 和 P5, 经过约 300 次迭代后, 磁矩误差趋近于 0.1; 对于 P2~P4, 在经过 80 次迭代后误差趋于 0. 表 1 列出了磁偶极子的误差百分比, 从表 1 可以看出, 5 个磁偶极子的误差百分比均处于较低水平, 其中 1 号磁偶极子的误差比其余磁偶极子稍高, 分析造成误差的原因可能是, 1 号磁偶极子距离阵列磁强计的有效范围较远且磁矩最大, 所以误差最大.

(2) $m=6, n=6$. 由图 6 可以看出, 对于 P1 和 P6, 经过约 300 次迭代后, 磁矩误差收敛; 对于 P2~P4,

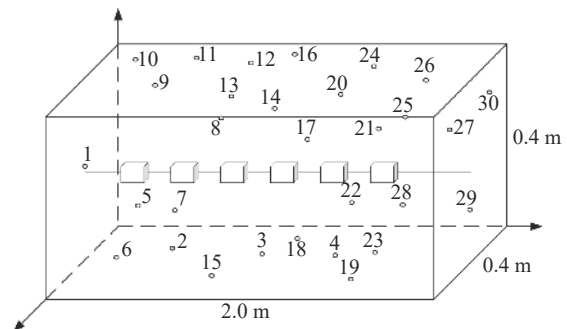


图 4 磁偶极子分布

Fig. 4 Diagram of magnetic dipole distribution

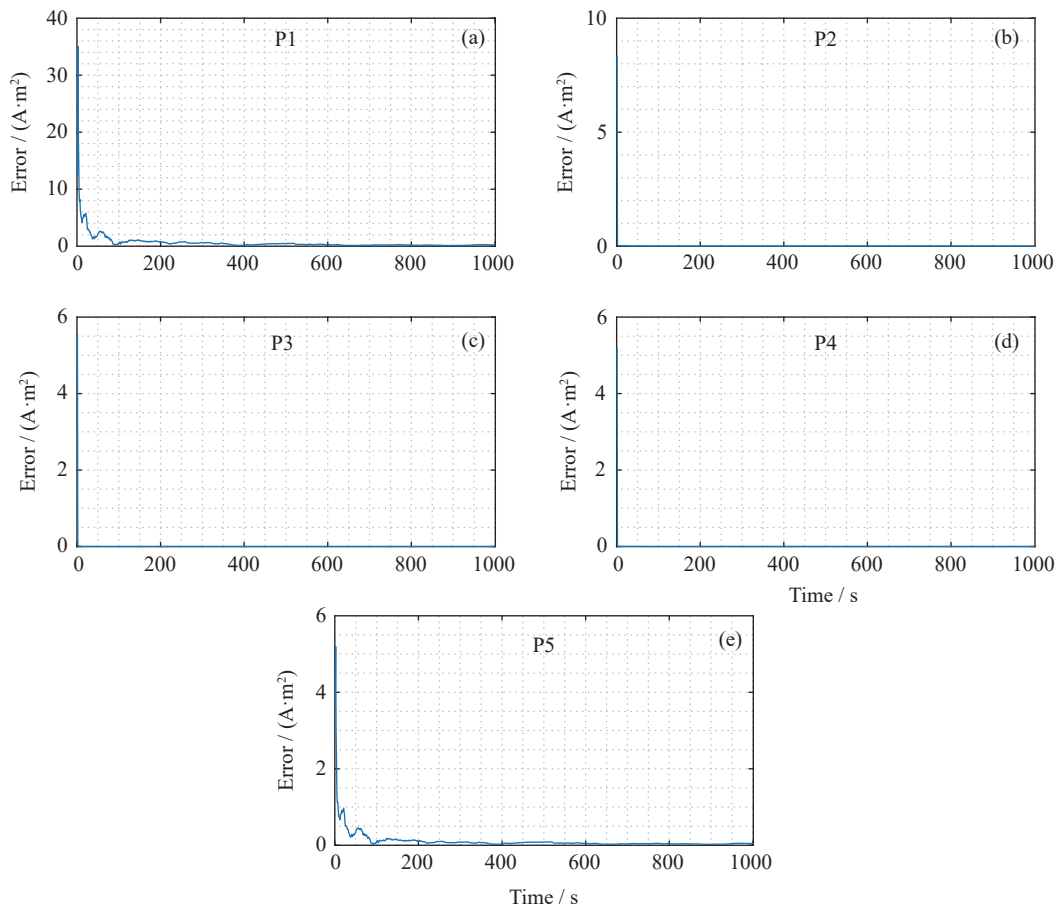


图 5 $m=5, n=6$ 时每个磁偶极子的磁矩误差曲线

Fig. 5 Magnetic moment error curve of each magnetic dipole at $m=5$ and $n=6$

表 1 $m=5, n=6$ 时磁偶极子误差百分比
Table 1 Error percentage of magnetic dipole
when $m=5$ and $n=6$

磁偶极子序号	误差百分比值/(%)
1	0.76183
2	0.00672
3	0.00343
4	0.00404
5	0.00538

在经过约 50 次的迭代后误差趋于 0; 对于 P5, 经过约 100 次迭代后磁矩误差收敛. 由表 2 可以看出, 2~4 号磁偶极子的误差百分比均处于较低水平; 1 号磁偶极子的误差百分比为 6.04%, 5 号磁偶极子的误差百分比为 4.33%, 6 号磁偶极子的误差百分比为 8.05%, 相比其余磁偶极子稍高, 分析其原因为 1, 5, 6 号磁偶极子距离阵列磁强计的有效范围较远, 并且

1, 5, 6 号磁偶极子的磁矩值选取范围相差较大所以误差也更大.

(3) $m=7, n=6$. 由图 7 可以看出, 对于 P1, 经过约 300 次迭代后, 磁矩误差收敛; 对于 P2~P4, 在经过约 50 次迭代后误差趋近于 0; 对于 P5~P7, 经过约 200 次迭代后磁矩误差收敛. 由表 3 可以看出, 2, 3, 4 号磁偶极子的误差百分比均处于较低水平; 1 号磁偶极子的误差百分比为 7.45%, 5 号磁偶极子的误差百分比为 6.20%, 6 号磁偶极子的误差百分比为 5.06%, 7 号磁偶极子的误差百分比为 4.72%, 相比其余磁偶极子而言稍高, 这可能是因为 1, 5, 6, 7 号磁偶极子距离阵列磁强计的有效范围较远, 且 1, 5, 6, 7 号的磁矩值选取范围相差较大所以误差较大, 2~4 号磁矩值选取适中所以误差小.

(4) $m=8, n=6$. 由图 8 可以看出, 对于 P1, 经过约 300 次迭代后, 磁矩误差收敛; 对于 P2~P4, 在经过约 50 次迭代后误差趋近于 0; 对于 P5~P8, 经过

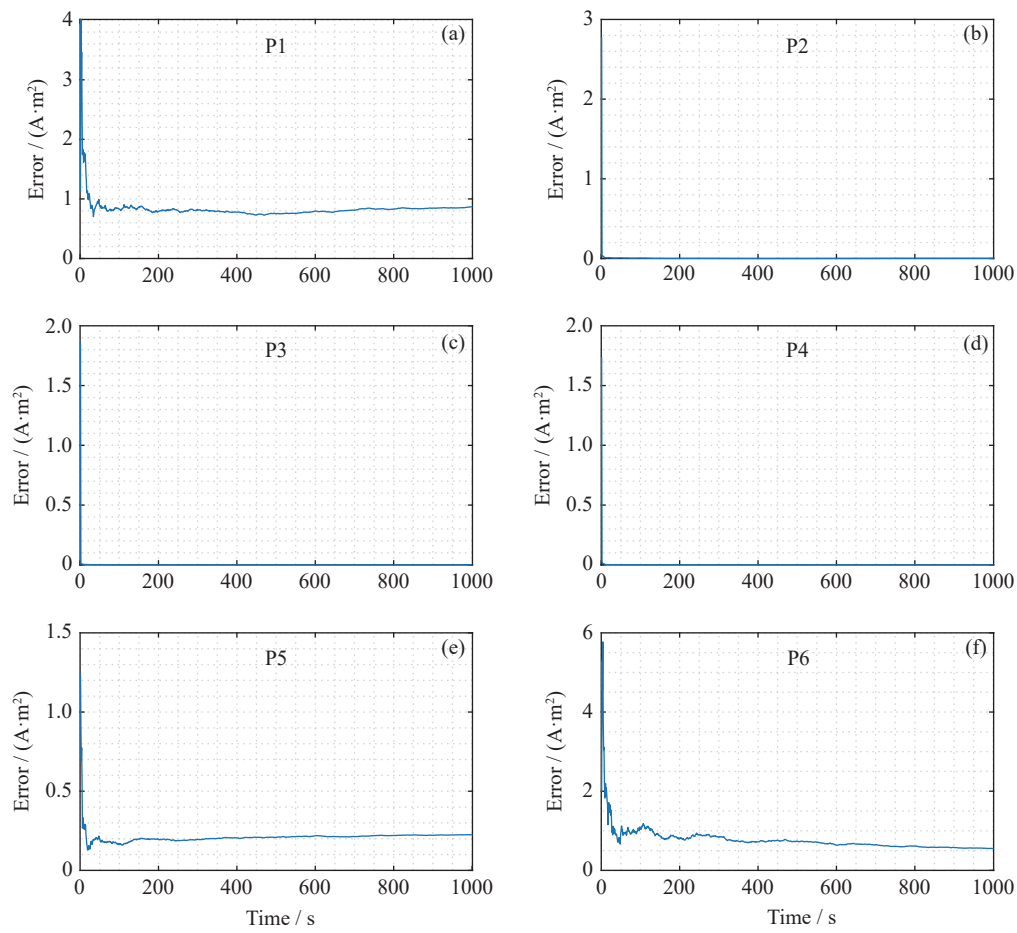


图 6 $m=6, n=6$ 时每个磁偶极子的磁矩误差曲线
Fig. 6 Magnetic moment error curve of each magnetic dipole at $m=6$ and $n=6$

表 2 $m=6, n=6$ 时磁偶极子误差百分比
Table 2 Error percentage of magnetic dipole
when $m=6$ and $n=6$

磁偶极子序号	误差百分比/(%)
1	6.03741
2	0.03409
3	0.00509
4	0.00363
5	4.33320
6	8.05160

约 600 次迭代后磁矩误差收敛. 由表 4 可以看出, 2~4 号磁偶极子的误差百分比均处于较低水平; 1 号磁偶极子的误差百分比为 9.44%, 5 号磁偶极子的误差百分比为 7.37%, 6 号磁偶极子的误差百分比为 9.04%, 7 号磁偶极子的误差百分比为 9.41%, 8 号磁

偶极子的误差百分比为 9.52%, 比其余磁偶极子稍高, 原因可能是因为 1, 5~7 和 8 号磁偶极子距离阵列磁强计的有效范围较远, 1, 7, 8 号的磁矩值选取范围相差大, 所以误差相对大一些.

(5) $m=9, n=6$. 由图 8 可以看出, 对于 P1, 经过约 300 次迭代后, 磁矩误差收敛; 对于 P2~P4, 在经过大约 50 次迭代后误差趋近于 0; 对于 P5~P9, 经过约 200 次迭代后磁矩误差收敛. 由表 5 可以看出, 2~4 号磁偶极子的误差百分比均处于较低水平; 1 号磁偶极子的误差百分比为 8.58%, 5 号磁偶极子的误差百分比为 5.93%, 6 号磁偶极子的误差百分比为 9.05%, 7 号磁偶极子的误差百分比为 8.74%, 8 号磁偶极子的误差百分比为 7.89%, 9 号磁偶极子的误差百分比为 9.40%, 比其余磁偶极子稍高, 原因有可能是因为 1, 5~9 号磁偶极子距离阵列磁强计的有效范围较远, 1 和 7~9 号的磁矩值选取范围相差较大, 所以误差相对大一些.

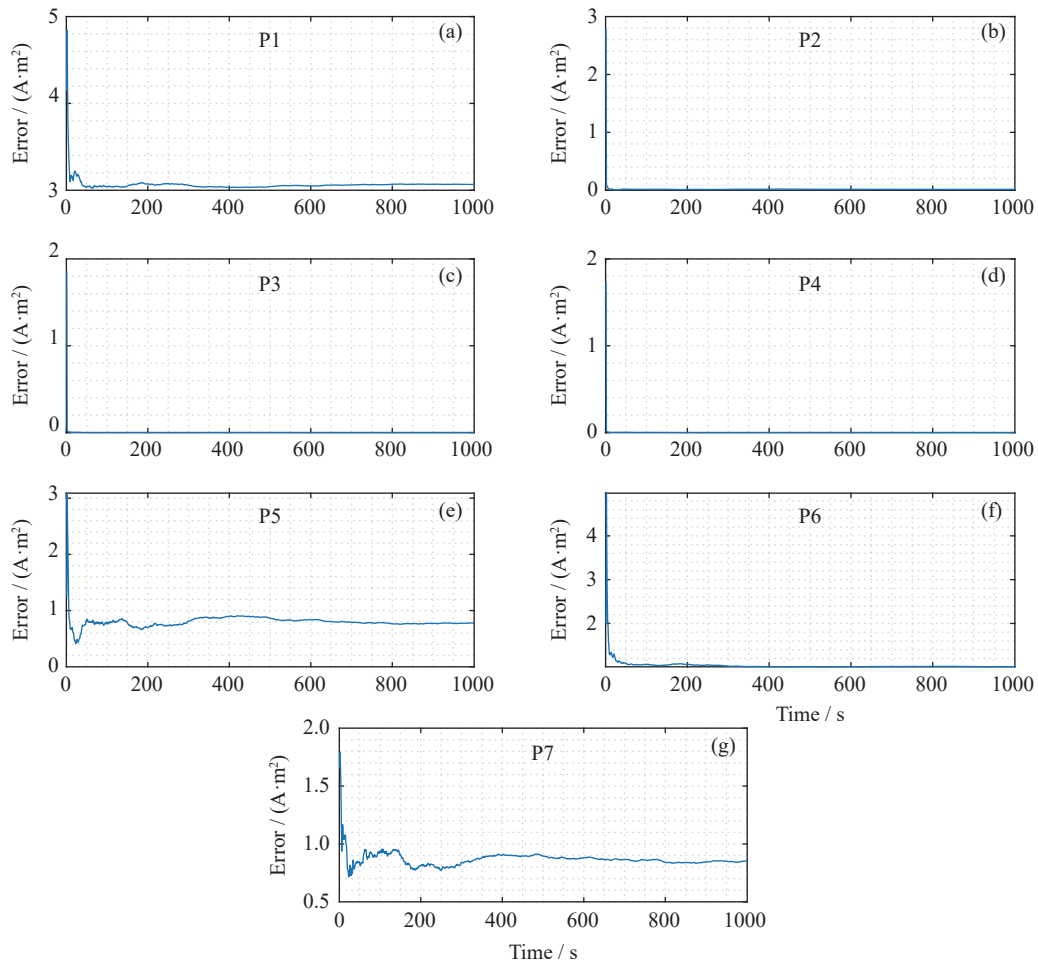
图 7 $m=7, n=6$ 时每个磁偶极子的磁矩误差曲线Fig. 7 Magnetic moment error curve of each magnetic dipole at $m=7$ and $n=6$

表 3 $m=7, n=6$ 时磁偶极子误差百分比
Table 3 Error percentage of magnetic dipole
when $m=7$ and $n=6$

磁偶极子序号	误差百分比值 / (%)
1	7.45261
2	0.05124
3	0.00446
4	0.00398
5	6.20780
6	5.06344
7	4.72406

(6) $m=10, n=6$. 由图 10 可以看出, 对于 P1, 经过约 300 次迭代后, 磁矩误差收敛; 对于 P2~P4, 在经过约 50 次迭代后误差趋近于 0; 对于 P5~P10, 经

过约 200 次迭代后磁矩误差收敛. 由表 6 可以看出, 2~4 号磁偶极子的误差百分比均处于较低水平; 1 号磁偶极子的误差百分比为 8.60%, 5 号磁偶极子的误差百分比为 6.21%, 6 号磁偶极子的误差百分比为 9.15%, 7 号磁偶极子的误差百分比为 8.75%, 7 号磁偶极子的误差百分比为 8.75%, 8 号磁偶极子的误差百分比为 9.52%, 9 号磁偶极子的误差百分比为 9.92%, 10 号磁偶极子的误差百分比为 8.76%, 比其余磁偶极子稍高, 分析其原因可能是 1, 5~10 号磁偶极子距离阵列磁强计的有效范围较远, 1 号磁矩和 9, 10 号磁矩值选取相差范围较大, 所以误差相对大一些.

为了验证磁偶极子距离阵列磁强计的有效范围越近, 误差及误差的百分比越小这一结论, 改变第一个磁偶极子的位置, 但不改变其磁矩, 重复实验验证. 由于第一个磁偶极子的 x 坐标和 z 坐标与磁强计的位置相同, 将第 1 个磁偶极子的位置由 (0.2, 0, 0.2) 改

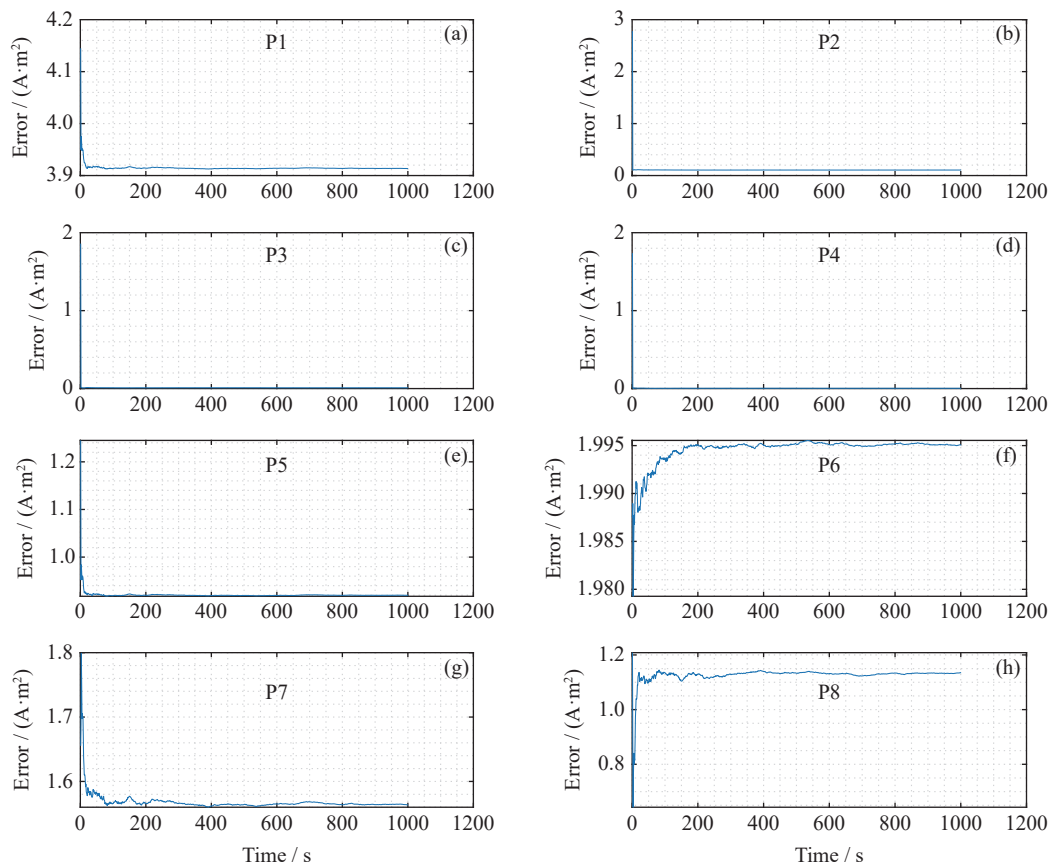


图 8 $m=8, n=6$ 时每个磁偶极子的磁矩误差曲线

Fig. 8 Magnetic moment error curve of each magnetic dipole at $m=8$ and $n=6$

表 4 $m=8, n=6$ 时磁偶极子误差百分比
Table 4 Error percentage of magnetic dipole
when $m=8$ and $n=6$

磁偶极子序号	误差百分比值/(%)
1	9.43795
2	0.37934
3	0.05351
4	0.01930
5	7.37411
6	9.03933
7	9.40990
8	9.51667

为 (0.2, 0.3, 0.2), 其误差百分比由 8.60312% 降为 2.20849%. 将第 9 个磁强计的位置由 (0.2, 0.2, 0.4) 改为 (0.2, 0.2, 0.3), 其误差百分比由 9.92289% 降为 7.88844%, 改为 (0.2, 0.2, 0.25) 时, 其误差百分比降为 2.07462%, 证明磁偶极子的分布越靠近阵列磁

强计的有效范围, 则误差越低、效果越好, 并且磁偶极子的磁矩越小, 磁强计测量误差越不明显. 此结果也为磁偶极子差分估计模型的应用提供了指导.

选取均匀布局的干扰源仿真, 如图 4 中选取标号为 1, 2, 3, 4, 7, 13, 20, 22, 26, 29 的 10 个磁偶极子仿真实验验证. 由图 11 可以看出, 对于 P1, 经过约 300 次迭代后, 磁矩误差收敛; 对于 P2~P4, 在经过约 50 次迭代后误差趋近于 0; 对于 P5~P10, 经过约 200 次迭代后磁矩误差收敛. 由表 7 可以看出, 2, 3, 4, 20 号磁偶极子的误差百分比均处于较低水平; 1 号磁偶极子的误差百分比为 8.78%, 7 号磁偶极子的误差百分比为 5.39%, 13 号磁偶极子的误差百分比为 5.89%, 22 号磁偶极子的误差百分比为 7.68%, 26 号磁偶极子的误差百分比为 8.03%, 29 号磁偶极子的误差百分比为 9.18%, 比其余磁偶极子稍高, 这可能是因为 1, 7, 13, 22, 26, 29 号磁偶极子距离阵列磁强计的有效范围较远, 1 号磁矩与 22, 26, 29 号磁矩值选取的相差范围较大, 所以误差相对大一些. 与

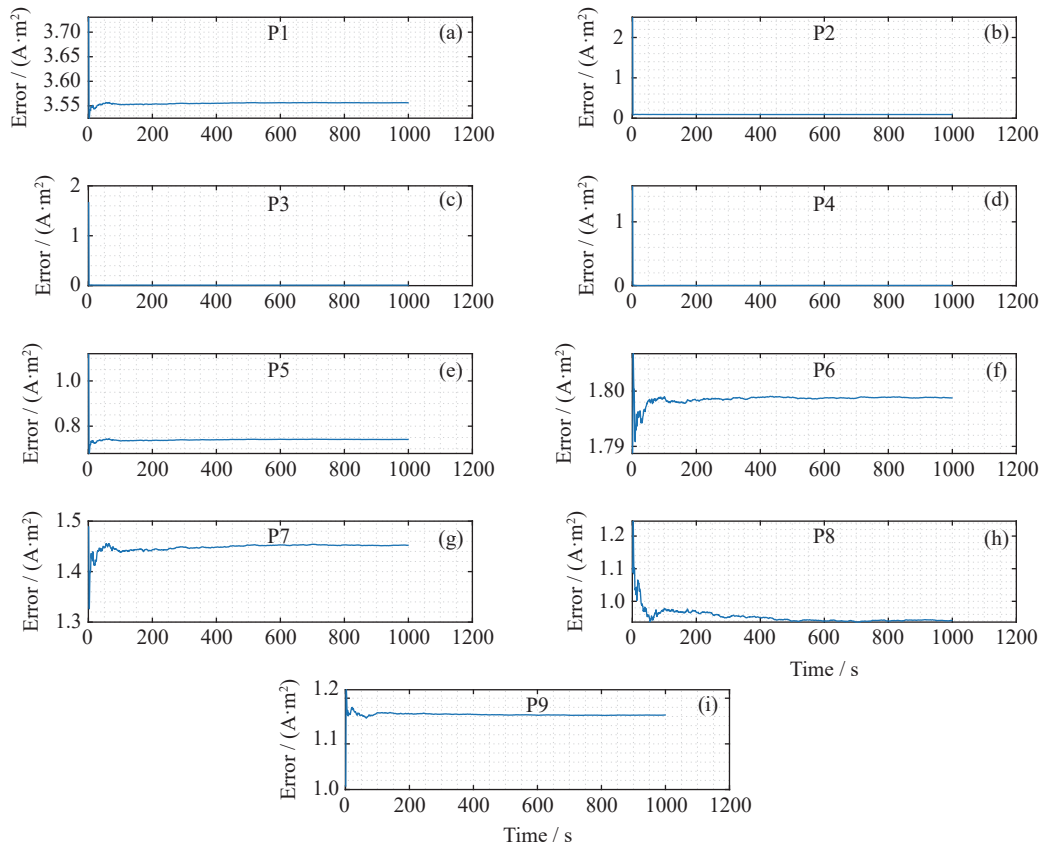


图 9 $m=9, n=6$ 时每个磁偶极子的磁矩误差曲线

Fig. 9 Magnetic moment error curve of each magnetic dipole at $m=9$ and $n=6$

表 5 $m=9, n=6$ 时磁偶极子误差百分比
Table 5 Error percentage of magnetic dipole
when $m=9$ and $n=6$

磁偶极子序号	误差百分比值/(%)
1	8.57700
2	0.32214
3	0.04867
4	0.01976
5	5.92758
6	9.05313
7	8.74328
8	7.89434
9	9.40489

图 10 相比, 两图中选取相同编号的磁偶极子其误差百分比相差不大, 可以得出结论, 即无论磁源在测量矩阵的两端还是均匀分布, 都可以对剩磁干扰进行估计.

3 结论

面向解决制约地磁导航精度与应用发展的需求, 针对地磁导航中载体剩磁干扰导致磁强计测量误差的问题, 基于磁偶极子理论, 研究固定磁场、感应磁场、涡流磁场和电气设备干扰的磁偶极子统一模型, 提出了磁强计阵列差分的测量方法. 在该方法中验证磁强计阵列差分满足对称性, 实现磁强计在载体内沿直线排布, 基于递推最小二乘法建立了磁偶极子阵列差分模型, 通过仿真实验得出不同个数磁偶极子和磁强计条件下运动平台剩磁估计误差曲线和误差百分比. 实验结果表明, 误差值的大小与磁偶极子的分布有关, 磁偶极子分布越靠近阵列磁强计的有效测量范围则误差越小, 磁偶极子间的磁矩选取范围相差越大则误差越大, 磁矩选取适中则误差相对小一些. 本文所提方法能够较为准确地估计磁偶极子的磁矩, 进而可以有效计算剩磁干扰值并补偿平台剩磁对磁强计的影响.

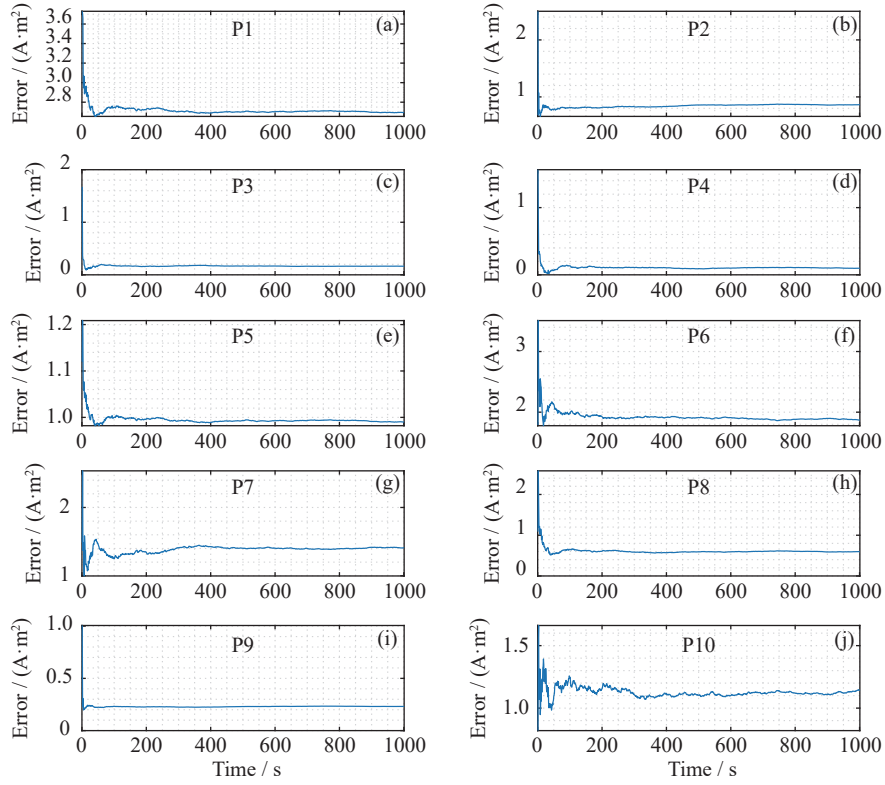
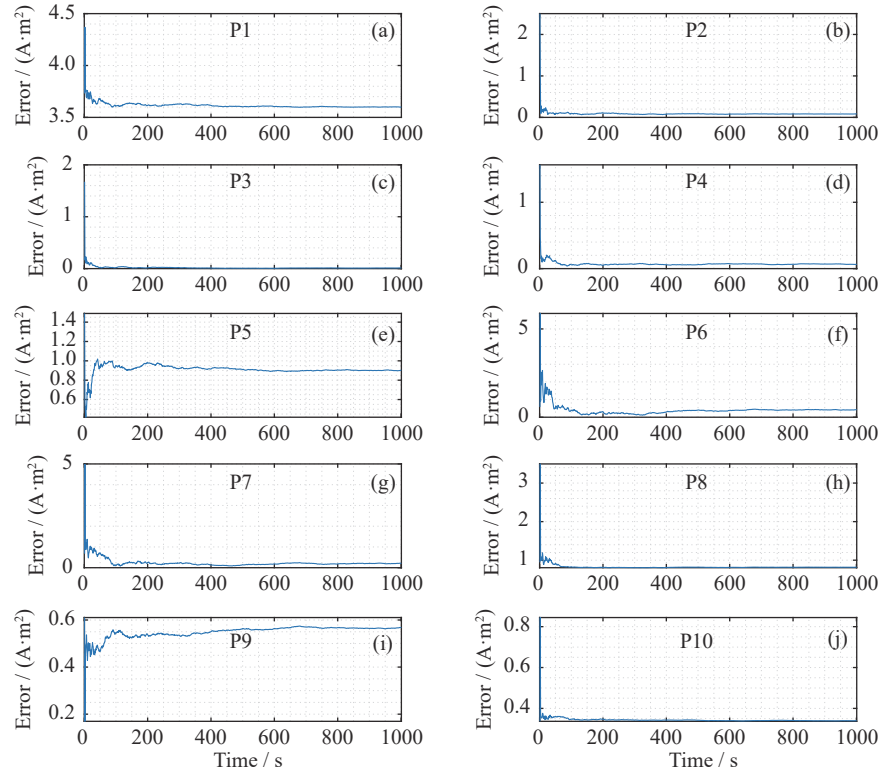
图 10 $m=10$, $n=6$ 时每个磁偶极子的磁矩误差曲线Fig. 10 Magnetic moment error curve of each magnetic dipole at $m=10$ and $n=6$ 图 11 均匀分布下 $m=10$, $n=6$ 时每个磁偶极子的磁矩误差曲线Fig. 11 Magnetic moment error curve of each magnetic dipole with a uniform distribution of $m=10$ and $n=6$

表 6 $m=10, n=6$ 时磁偶极子误差百分比
Table 6 Error percentage of magnetic dipole
when $m=10$ and $n=6$

磁偶极子序号	误差百分比值/(%)
1	8.60312
2	0.30705
3	0.12553
4	0.12544
5	6.20852
6	9.14841
7	8.75330
8	9.51979
9	9.92289
10	8.76301

表 7 均匀分布下 $m=10, n=6$ 时磁偶极子的误差百分比
Table 7 Magnetic dipole error percentage when
 $m=10$ and $n=6$ under uniform distribution

磁偶极子序号	误差百分比值/(%)
1	8.77522
2	0.28271
3	0.13561
4	0.39641
7	5.38940
13	5.88672
20	1.73264
22	7.67923
26	8.03289
29	9.18390

参考文献

- [1] LIU Y X, ZHANG P, WANG X. Information fusing algorithm in inertial/geomagnetic navigation system[C]//Proceedings of 2020 International Conference on Guidance, Navigation and Control, ICGNC 2020. Tianjin: Springer, 2022: 1219-1227
- [2] MA X J, LIU H W, XIAO D, *et al.* Key technologies of geomagnetic aided inertial navigation system[C]//2009 IEEE Intelligent Vehicles Symposium. Xi'an: IEEE, 2009: 464-469
- [3] ZHOU Nengbing, WANG Yabin, WANG Qiang. A brief review of geomagnetic navigation technology[J]. *Journal of Navigation and Positioning*, 2018, **6**(2): 15-19 (周能兵, 王亚斌, 王强. 地磁导航技术研究进展综述 [J]. 导航定位学报, 2018, **6**(2): 15-19)
- [4] ZHOU Jun, GE Zhilei, SHI Guiguo, *et al.* Key technique and development for geomagnetic navigation[J]. *Journal of Astronautics*, 2008, **29**(5): 1467-1472 (周军, 葛致磊, 施桂国, 等. 地磁导航发展与关键技术 [J]. 宇航学报, 2008, **29**(5): 1467-1472)
- [5] CUI F, GAO D, ZHENG J H. Magnetometer-based orbit determination via fast reconstruction of three-dimensional decoupled geomagnetic field model[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2021, **58**(5): 1374-1386
- [6] CHEN B, YUAN J H, NI Z, *et al.* Chinese geomagnetic reference field 2020 by the revised surface spline method[J]. *Applied Sciences*, 2022, **12**(5): 2297
- [7] XU N H, WANG L H, WU T, *et al.* An innovative PSO-ICCP matching algorithm for geomagnetic navigation[J]. *Measurement*, 2022, **193**: 110958
- [8] CUI F, GAO D, ZHENG J H. Magnetometer-based autonomous orbit determination via a measurement differencing extended Kalman filter during geomagnetic storms[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2018, **92**(3): 428-439
- [9] CUI Feng. Research for geomagnetic navigation method based on magnetometer difference measurements and model reconstruction & compensation[D]. University of Chinese Academy of Sciences (National Space Science Center, the Chinese Academy of Sciences), 2021 (崔峰. 基于量测差分与模型重构和补偿的地磁导航方法研究 [D]. 中国科学院大学 (中国科学院国家空间科学中心), 2021)
- [10] GAO Dong, ZHANG Tao, CUI Feng, *et al.* Research on the development of near-Earth satellite geomagnetic navigation and high-precision geomagnetic navigation[C]//The 2nd China Air and Space Security Conference. Dalian, 2017: 438-445 (高东, 张涛, 崔峰, 等. 近地卫星地磁导航发展与高精度地磁导航研究 [C]//第二届中国空天安全会议论文集. 大连: 中国指挥与控制学会空天安全平行系统专业委员会, 2017: 438-445)
- [11] YU Xiangqian, LIU Si, XIAO Chijie, *et al.* Two-step calibration of tri-axial magnetometer based on ellipsoid fitting[J]. *Instrument Technique and Sensor*, 2021(2): 52-56 (于向前, 刘斯, 肖池阶, 等. 基于椭球拟合的三轴磁强计两步校准法 [J]. 仪表技术与传感器, 2021(2): 52-56)
- [12] XIAO Qi, LIU Shengli, MENG Lifei, *et al.* Magnetic cleanliness control methods of seismo-electromagnetic satellite [J]. *Equipment Environmental Engineering*, 2018, **15**(6): 78-81 (肖琦, 刘胜利, 孟立飞, 等. 电磁监测卫星磁洁净控制方法研究 [J]. 装备环境工程, 2018, **15**(6): 78-81)
- [13] KOU Yimin, XIA Hongwei, LIU Rui, *et al.* Method for separation of low-frequency electromagnetic interference in geomagnetic navigation systems[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2011, **43**(7): 32-37 (寇义民, 夏红伟, 刘睿, 等. 一种地磁导航中的低频电磁干扰场分离方法 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, **43**(7): 32-37)
- [14] DONG Xiaofen, CHEN Guoguang, TIAN Xiaoli, *et al.* Denoising model of magnetic field signal based on CEEM-

- DAN threshold filtering[J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2021, **34**(7): 919-925 (董晓芬, 陈国光, 田晓丽, 等. 基于 CEEMDAN 阈值滤波的磁场信号去噪模型 [J]. *传感技术学报*, 2021, **34**(7): 919-925)
- [15] ZHAO Ta, ZHU Xiaoning, CHENG Defu, *et al.* Geomagnetic field spatial difference measuring method for underwater geomagnetic navigation technology[J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2017, **47**(1): 316-322 (赵塔, 朱小宁, 程德福, 等. 水下地磁导航技术中的地磁场空间差分测量方法 [J]. *吉林大学学报:工学版*, 2017, **47**(1): 316-322)
- [16] ZHAO Ta, CHEN Yuwei, ZHOU Zhijian, *et al.* Spatial difference compensation method of underwater vehicle interference magnetic field[J]. *Electric Machines and Control*, 2016, **20**(3): 71-76 (赵塔, 陈雨薇, 周志坚, 等. 一种水下载体干扰磁场的空间差分补偿方法 [J]. *电机与控制学报*, 2016, **20**(3): 71-76)
- [17] XU Tao, WEN Dong, SUN Xiaolei. Research on azimuth measurement and correction technique with accelerometer and magnetometer[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2009, **30**(10): 2018-2022 (徐涛, 温东, 孙晓磊. 基于加速度计和磁强计的方位测量与校正技术研究 [J]. *仪器仪表学报*, 2009, **30**(10): 2018-2022)
- [18] ZHOU Y K, HUANG G, ZHANG X Y. Geomagnetic sensor noise reduction for improving calibration compensation accuracy based on improved HHT algorithm[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2019, **19**(24): 12096-12104
- [19] CONSTANTINESCU O D, AUSTER H U, DELVA M, *et al.* Maximum-variance gradiometer technique for removal of spacecraft-generated disturbances from magnetic field data[J]. *Geoscientific Instrumentation, Methods and Data Systems*, 2020, **9**(2): 451-469
- [20] XU X, HUANG L, LIU X J, *et al.* DeepMAD: deep learning for magnetic anomaly detection and denoising[J]. *IEEE Access*, 2020, **8**: 121257-121266
- [21] YANG Yuntao, SHI Zhiyong, GUAN Zhenzhen, *et al.* A magnetic disturbance compensation method based on magnetic dipole magnetic field distributing theory[J]. *Acta Armamentarii*, 2008, **29**(12): 1485-1491 (杨云涛, 石志勇, 关贞珍, 等. 一种基于磁偶极子磁场分布理论的磁场干扰补偿方法 [J]. *兵工学报*, 2008, **29**(12): 1485-1491)
- [22] JIN Huanghuang, ZHUANG Zhihong, FU Mengyin, *et al.* Modeling method using simplest multiple magnetic dipoles equivalence[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2021, **43**(8): 2066-2075 (金煌煌, 庄志洪, 付梦印, 等. 最简多磁偶极子等效建模方法 [J]. *系统工程与电子技术*, 2021, **43**(8): 2066-2075)
- [23] LI Ji. Study on the characteristics and compensation method of vehicle interferential magnetic field in geomagnetic measurement[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013 (李季. 地磁测量中载体干扰磁场特性及补偿方法研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013)
- [24] SUN Hao, ZHAO Wei. Technical characteristics and applications of magnetic sensor array[J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2020, **57**(9): 1-7 (孙浩, 赵伟. 磁传感器阵列技术及其应用 [J]. *电测与仪表*, 2020, **57**(9): 1-7)
- [25] CHEN Luzhao, FENG Yongqiang, GUO Ruijie, *et al.* Magnetic dipole object tracking algorithm based on magnetometer array in geomagnetic background[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, **42**(3): 573-581 (陈路昭, 冯永强, 郭瑞杰, 等. 地磁背景下基于传感器阵列的磁偶极子目标跟踪方法 [J]. *电子与信息学报*, 2020, **42**(3): 573-581)

作者简介



朱明慧 女, 1997年7月出生于河北省保定市. 现为中国科学院国家空间科学中心博士生, 主要研究方向为运动载体平台磁干扰估计技术研究等.

E-mail: zhuminghui20@mails.ucas.ac.cn



高东(通信作者) 男, 1978年12月出生于河北省武邑县. 现为中国科学院国家空间科学中心副研究员, 中国科学院大学岗位教授, 硕士生导师, 主要研究飞行器自主导航与控制.

E-mail: gaodong@nssc.ac.cn