

FAN Xiaoyi, YANG Xiaocheng, WU Lin, YAN Jingye, XU Lu. Imaging Method of Synthetic Aperture Radio Telescope Based on Minimax Concave Penalty (in Chinese). *Chinese Journal of Space Science*, 2025, 45(6): 1597–1606. CSTR:32142.14.cjss.2024-0186. DOI:10.11728/cjss2025.06.2024-0186

基于最小最大凹惩罚的综合孔径 射电望远镜成像方法*

范小艺^{1,2} 杨晓城^{1,2} 武 林²
阎敬业² 徐 璐¹

1(浙江理工大学计算机科学与技术学院 杭州 310018)

2(中国科学院国家空间科学中心 太阳活动与空间天气全国重点实验室 北京 100190)

摘 要 在综合孔径射电望远镜中, 从测量的可见度函数重构出图像是一个病态的反问题. 虽然压缩感知技术已成功应用于综合孔径射电望远镜成像中, 但是传统的压缩感知算法利用 L_1 范数最小化, 近似取代 L_0 范数最小化, 带来了一定的偏差. 针对此问题, 本文提出了一种基于最小最大凹惩罚的综合孔径射电望远镜成像方法. 该方法利用最小最大凹惩罚来近似 L_0 范数, 并利用近端梯度算法求解最小化模型. 在求解过程中, 采用最大似然估计来自适应选取正则化参数, 提高重构结果的准确性. 并采用重启和自适应策略, 以避免迭代过程中的振荡, 并提高算法的收敛速度. 实验结果表明, 该方法在重建精度和对噪声鲁棒性方面优于目前典型的压缩感知算法, 证明了其有效性.

关键词 射电望远镜, 综合孔径, 压缩感知, 最小最大凹惩罚

中图分类号 P161

Imaging Method of Synthetic Aperture Radio Telescope Based on Minimax Concave Penalty

FAN Xiaoyi^{1,2} YANG Xiaocheng^{1,2} WU Lin²
YAN Jingye² XU Lu¹

1(School of Computer Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018)

2(State Key Laboratory of Solar Activity and Space Weather, National Space Science Center,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

Abstract In the synthetic aperture radio telescope, the reconstruction of an image from the measured visibility function is an ill-posed inverse problem on account of limitations in the visibility sampling scheme. Although compressed sensing technology has been successfully applied in interferometric

* 太阳活动与空间天气全国重点实验室专项基金资助

2024-12-16 收到原稿, 2025-03-26 收到修定稿

imaging of a synthetic aperture radio telescope, the traditional compressed sensing algorithms make use of L_1 norm minimization to approximately replace L_0 norm minimization, which brings a certain deviation. To address this issue, a new imaging method of a synthetic aperture radio telescope based on a minimax concave penalty is proposed in this paper. This method approximates the L_0 norm by the minimax concave penalty, and efficiently solves the non-convex minimization model by the proximal gradient algorithm. Compared with the L_1 norm, the minimax concave penalty is a closer approximation of the L_0 norm. In the iterative process, the maximum likelihood estimation is employed to adaptively select the regularization parameter, thereby enhancing the accuracy of the reconstruction results. In addition, the restart and adaptive strategies are adopted to avoid the oscillations during the iteration process and improve the convergence speed of the algorithm. Based on a simulated general array using a random sampling pattern of variable density and the Square Kilometer Array, numerical simulation experiments have been conducted to compare the performance of the proposed method in terms of reconstruction quality and computation speed with respect to classical imaging methods such as the Sparsity Averaging Reweighted Analysis (SARA) and Artificial Intelligence for Regularization in radio-interferometric Imaging (AIRI). The numerical experiment results indicate that compared with the SARA and AIRI approaches, the proposed approach can effectively reduce the reconstruction error and improve the reconstruction quality. The computation speed of the proposed approach is markedly faster than the SARA and slightly slower than the AIRI. Furthermore, the proposed approach exhibits superior robustness to noise interference than the SARA and AIRI approaches.

Key words Radio telescope, Aperture synthesis, Compressed sensing, Minimax concave penalty

0 引言

综合孔径射电望远镜是射电天文领域里一种重要的观测设备,其利用干涉式综合孔径成像技术对射电源的射电辐射进行成像观测^[1].经过几十年的发展,干涉式综合孔径成像技术已逐渐成熟,同时建造有多台综合孔径射电望远镜.例如,VLA (Very Large Array)^[2]、ATCA (Australia Telescope Compact Array)^[3]、LOFAR (Low Frequency Array)^[4]以及中国的21 cm 低频射电阵列^[5]、明安图射电频谱日像仪^[6]、稻城圆环阵太阳射电成像望远镜^[7]等.

然而,综合孔径射电望远镜测量输出的复可见度函数只是观测信号在空间频率上的不完整覆盖,其测量公式可以表示为一个病态的线性方程.在过去的几十年里,天文学家广泛使用的成像方法是 CLEAN 系列算法^[8],包括 HOGBOM-CLEAN 算法^[9]、多尺度 CLEAN^[10]和自适应尺度 CLEAN^[11,12]等.但是, CLEAN 系列算法的不足之处是计算时间较长,难以扩展到处理大规模的数据.

为了克服上述问题,压缩感知技术被引入到综合孔径射电望远镜中.压缩感知是一种信号处理技术,其基于信号的稀疏性或可压缩性,从低于奈奎斯特采

样定理所需测量数据中重建得到原始信号^[13].近年来,有研究提出了很多种基于压缩感知的综合孔径射电望远镜成像方法,例如 IUWT (Isotropic Undecimated Wavelet Transform) 算法^[14,15], SARA (Sparsity Averaging Reweighted Analysis) 系列算法^[16-19]等. IUWT 算法根据天文图像的特点采用各向同性非抽取小波基作为稀疏基,而 SARA 系列算法采用多个稀疏基的平均作为稀疏基,具有更强的稀疏表示能力.随着人工智能的兴起,近年来有研究利用深度神经网络 (DNN)^[20,21]进行射电干涉成像端对端重构.最近,为了改进 SARA 算法的性能,研究提出了一种基于深度即插即用的射电干涉成像方法,即 AIRI (Artificial Intelligence for Regularization in radio-interferometric Imaging)^[22,23]. AIRI 成像方法结合了传统凸优化算法和深度学习的优势,在重构精度和速度方面均优于传统压缩感知算法.此外,贝叶斯框架也被应用于射电干涉成像^[24,25],但是其计算复杂度高,计算速度较慢.

值得注意的是,在压缩感知理论中需要求解的 L_0 范数最小化问题是一个 NP-hard (Non-deterministic Polynomial-time hard) 问题,通常用凸优化的 L_1 范数最小化来近似替代,但会带来一定的偏差.与

L_1 范数相比, 最小最大凹惩罚 (Minimax Concave Penalty, MCP)^[26] 更加接近 L_0 范数. 因此, 为了改善上述偏差问题, 提出了一种基于最小最大凹惩罚的综合孔径射电望远镜成像方法.

1 基于压缩感知的综合孔径射电望远镜成像

1.1 综合孔径射电望远镜成像原理

综合孔径射电望远镜各天线单元在一定的几何位置上稀疏地排列, 接收来自天体的电磁波信号, 然后对这些天线接收到的复信号进行复相关操作, 测量得到频率域上的可见度函数^[27]. 测量的可见度函数 $\mathbf{y}$ 与辐射信号 $\mathbf{x}$ 之间的关系可以表示为

$$\mathbf{y}(\mathbf{u}) = \int \mathbf{x}(\mathbf{l}) \mathbf{A}(\mathbf{l}) e^{-i2\pi \mathbf{l} \cdot \mathbf{u}} d\mathbf{l}. \quad (1)$$

其中, $\mathbf{A}$ 表示天线的主波束响应; $\mathbf{l} = (l, m)$ 表示辐射信号在图像平面上的坐标; $\mathbf{u} = (u, v)$ 为基线矢量, 表示经波长归一化后两个天线单元之间的相对位置.

经过离散化后, 式 (1) 变成如下矩阵形式:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (2)$$

其中, $\mathbf{y} \in \mathbf{C}^M$ 表示可见度函数向量, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^N$ 表示辐射强度向量, 并且需要满足正实数约束, $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{R}$ 分别表示复数和实数; 矩阵 $\Phi \in \mathbf{C}^{M \times N}$ 表示从图像空间到可见度函数空间的线性映射; $\mathbf{n} \in \mathbf{C}^M$ 表示来自仪器或者天体目标的噪声向量. 由于综合孔径射电望远镜通常只能获取不完整的部分基线数据, 式 (2) 是一个病态反问题. 在综合孔径射电望远镜中, 传统的经典成像算法是 CLEAN 和其改进版本. 然而, 该类算法的不足之处是只能提供次优的重构质量, 且在处理大规模数据时计算速度较慢. 为此, 压缩感知技术被引入到综合孔径射电望远镜成像中.

1.2 综合孔径射电望远镜典型的成像方法

压缩感知^[28] 是指当信号是稀疏的或者可压缩的, 可以突破传统奈奎斯特采样定理的限制, 从少量的测量数据中精确地重构原始信号. 设信号 $\mathbf{x}$ 在某个正交基 $\psi \in \mathbf{C}^{N \times N}$ 上是稀疏的或可压缩的, 即 $\mathbf{x} = \psi \alpha$, 其中 $\alpha \in \mathbf{C}^N$ 为稀疏系数. 当矩阵 Φ 满足有限等距性质^[29] 时, 通过求解下列最小化问题可精确地重构信号:

$$\min_{\mathbf{x}} \|\psi^\dagger \mathbf{x}\|_0, \text{ s.t. } \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2 \leq \varepsilon. \quad (3)$$

其中, $\psi^\dagger$ 表示 ψ 的伴随算子. 值得注意的是, 式 (3) 的求解是 NP-hard 的, 缺乏有效的数值解法. 一般情况下, 将 L_0 范数最小化问题松弛为 L_1 范数最小化问题, 即

$$\min_{\mathbf{x}} \|\psi^\dagger \mathbf{x}\|_1, \text{ s.t. } \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2 \leq \varepsilon. \quad (4)$$

然后利用凸优化方法进行求解. 在综合孔径射电望远镜中, 目前典型的成像方法是 SARA 和 AIRI 算法.

SARA 算法针对天文图像的特性, 构建了一个由狄拉克基和各类小波基共同组成的字典进行稀疏表示, 相比于单个稀疏基, 具有更强的稀疏表征能力. 然后采用交替方向乘法、前后向迭代原始对偶法和预处理原始对偶法等算法对加权 L_1 范数最小化模型进行求解.

在 SARA 算法的无约束版本 uSARA (unconstrained SARA)^[22] 基础上, AIRI 算法通过训练 DNN 作为去噪器来替代 uSARA 算法正则化步骤中的近端算子, 从而发挥 DNN 的优势, 例如网络设计的高灵活性、GPU (Graphics Processing Unit) 的高效率和深度网络强大的建模能力. AIRI 算法的优点是继承了优化算法的鲁棒性和可解释性, 以及深度神经网络的学习能力和速度.

2 基于最小最大凹惩罚的成像方法

值得注意的是, 传统的压缩感知算法一般通过求解 L_1 范数来近似替代 NP-hard 的 L_0 范数最小化问题, 其存在着一定的偏差, 影响了重构结果的精确性. 为了降低偏差, 提出了一种基于 MCP 的综合孔径射电望远镜成像方法. 该算法求解的最小化模型可表示为

$$\min_{\mathbf{x}} \left[\frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2^2 + P_\lambda(\psi^\dagger \mathbf{x}) \right], \text{ s.t. } \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^N. \quad (5)$$

其中, $\lambda \geq 0$ 为正则化参数; ψ 为多个稀疏基的平均, 包括狄拉克基和 8 个多贝西小波 Db1-Db8; $P_\lambda(\psi^\dagger \mathbf{x})$ 为最小最大凹惩罚项, 其定义为

$$P_\lambda(t) = \begin{cases} \lambda |t| - \frac{t^2}{2\gamma}, & |t| \leq \gamma\lambda; \\ \frac{\gamma\lambda^2}{2}, & |t| > \gamma\lambda. \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\gamma \in [2, 5]$ 是一个常量, 这里取 $\gamma = 3.7$ ^[30].

利用近端梯度算法^[31] 快速求解式 (5), 可得

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \psi \mathcal{T}_\lambda \{ \psi^\dagger [\mathbf{s}_k + \beta \Phi^\dagger (\mathbf{y} - \Phi \mathbf{s}_k)] \}. \quad (7)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}$ 为第 $k+1$ 次迭代的解, $\mathbf{s}_k$ 表示临时变量, $\beta \in (0, 1]$ 为步长. $\mathcal{T}_\lambda(\cdot)$ 表示 MCP 的近端算子, 其定义为

$$\mathcal{T}_\lambda(z) = \begin{cases} 0, & |z| \leq \lambda; \\ \frac{\text{sign}(z)(|z| - \lambda)}{1 - 1/\gamma}, & \lambda < |z| \leq \gamma\lambda; \\ z, & |z| > \gamma\lambda. \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数. 此外, 式 (7) 中临时变量 $\mathbf{s}_k$ 的初值 $\mathbf{s}_0 = \Phi^\dagger \mathbf{y}$, 其更新方法为

$$\mathbf{s}_{k+1} = \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} + \frac{t_k - 1}{t_{k+1}} (\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} - \tilde{\mathbf{x}}_k). \quad (9)$$

其中加速因子 $t_{k+1} = \left[1 + \sqrt{1 + r_k(t_k)^2} \right] / 2$, k 为迭代次数, 初始 t_0 一般设为 1, 初始 $r_0 = 4$.

此外, 这里采用自适应和重启策略^[32] 以避免迭代过程中的振荡行为. 在迭代过程中, $\Phi \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}$ 的目标函数值一直增加, 即进入振荡状态. 自适应策略是指监测到存在振荡状态时, 动态调整参数 $r_{k+1} = \xi_k r_k$, 其中, $[\xi_k = 4/5 + (t_k - 1)/5t_{k+1}]^{1/30}$. 重启策略是指在迭代过程中持续处于振荡状态时, 算法将对 t_{k+1} 和 $\mathbf{s}_{k+1}$ 进行重置, 即 $t_{k+1} = 1$, $\mathbf{s}_{k+1} = \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}$. 通过这两种策略, 可以优化算法的迭代路径, 从而提高收敛速度.

正则化参数的选取对综合孔径射电望远镜成像方法的性能起着非常重要的作用. 如果 λ 设置过大, 可能会损失重要的细节信息; 而如果 λ 设置过小, 可能会无法有效抑制噪声^[33]. 针对传统经验选取参数效率低和易受干扰等缺点, 采用最大似然估计方法, 自适应地选取正则化参数, 提高重构结果的精度. 根据

文献 [34], 向量 $\mathbf{x}$ 的 L_1 范数可以看作是尺度参数为 $1/\eta$ 的拉普拉斯先验的负对数, 即

$$\frac{1}{\eta} \|\mathbf{x}\|_1 \propto -\lg p(\mathbf{x}). \quad (10)$$

其中, $p(\mathbf{x}) = \sum \lg p(x_i)$, $p(x_i) = (1/2\eta) e^{-|x_i|/\eta}$ 为变量 x_i 的概率密度函数, 其满足尺度参数为 $1/\eta$ 的拉普拉斯分布. 所以, 等价于尺度参数 η 的正则化参数为

$$\lambda_k = \frac{\|\tilde{\mathbf{x}}_k\|_1}{N}. \quad (11)$$

其中, λ_k 为第 k 次迭代的正则化参数, N 为向量 $\tilde{\mathbf{x}}_k$ 的长度.

采用信噪比 (SNR, R_{SNR}) 和保真度 (FI, F) 作为评估指标, 定量分析重构方法的性能. SNR 和 FI 计算公式分别为

$$R_{\text{SNR}} = 20 \lg \left(\frac{\|\mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}\|_2} \right), \quad (12)$$

$$F = \text{median} \left\{ \frac{\mathbf{x}}{\text{abs}(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}})} \right\}. \quad (13)$$

其中, $\mathbf{x}$ 和 $\tilde{\mathbf{x}}$ 分别为原始和重构图像, $\text{median}\{\cdot\}$ 表示取中间值.

3 仿真结果与分析

为了验证 MCP 方法的有效性, 利用可变密度采样模式模拟的射电干涉阵列以及 SKA (Square Kilometre Array) 模拟阵列进行了两组数值仿真实验. 值得注意的是, 对比的 SARA 方法是采用预处理原始对偶法求解的, 并根据文献 [16] 中描述的方法进行了优化设置; 对比的 AIRI 方法采用与文献 [20] 中相同

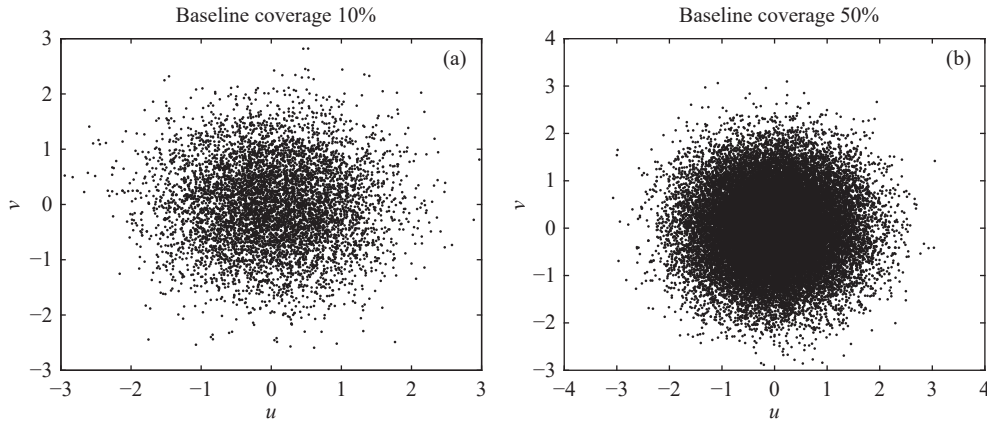


图 1 不同欠采样率下的基线覆盖

Fig. 1 Baseline coverage at different undersampling ratios

的 DNN 模型, 参数也根据此文献中描述的方法进行了优化设置. 此外, 仿真中射电干涉阵列观测的是窄视场, 天线主波束响应 $\mathbf{A}$ 默认为单位矩阵.

在第一组实验中, 首先通过可变密度随机采样模式分别生成 10% 和 50% 欠采样率的基线覆盖, 如图 1 所示, 其中 u 和 v 的范围为 $[-\pi, \pi]$. 原始测试图像采用尺寸为 256 pixel $\times$ 256 pixel 的 30 Doradus 射电图像, 如图 2 所示. 为了便于分辨, 图 2 是在以 10 为底的对数尺度下的显示结果.

在实际测量中, 一般存在测量误差或者噪声干扰. 因此, 在式 (2) 产生的理想可见度函数基础上添加均值为零的高斯噪声以模拟实际的测量, 其中高斯噪声的大小用输入信噪比 (input SNR, iSNR) 来衡量. 当添加的高斯噪声 iSNR 为 45 dB 时, 分别利用 SARA、AIRI 与 MCP 算法进行反演成像. 图 3 和图 4

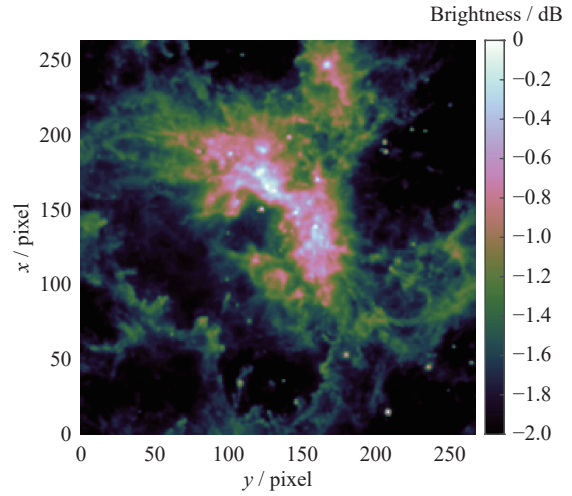


图 2 测试图像

Fig. 2 Test image

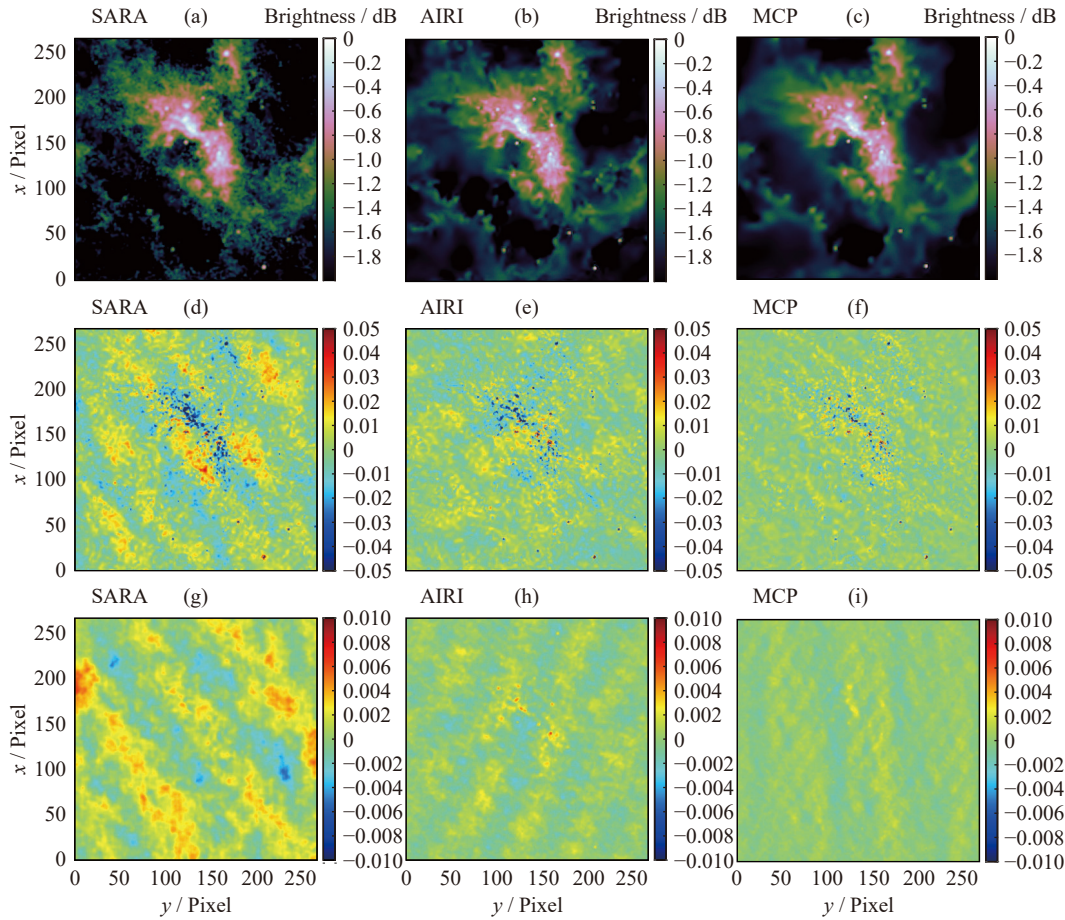


图 3 SARA, AIRI 和 MCP 算法在 10% 欠采样率条件下的重构结果. (a)~(c) 重构图像, (d)~(f) 重构误差图像, (g)~(i) 残差图像

Fig. 3 Reconstructed results of SARA, AIRI and MCP algorithms at 10% undersampling rate.

(a)~(c) Reconstructed images, (d)~(f) reconstructed error images, (g)~(i) residual images

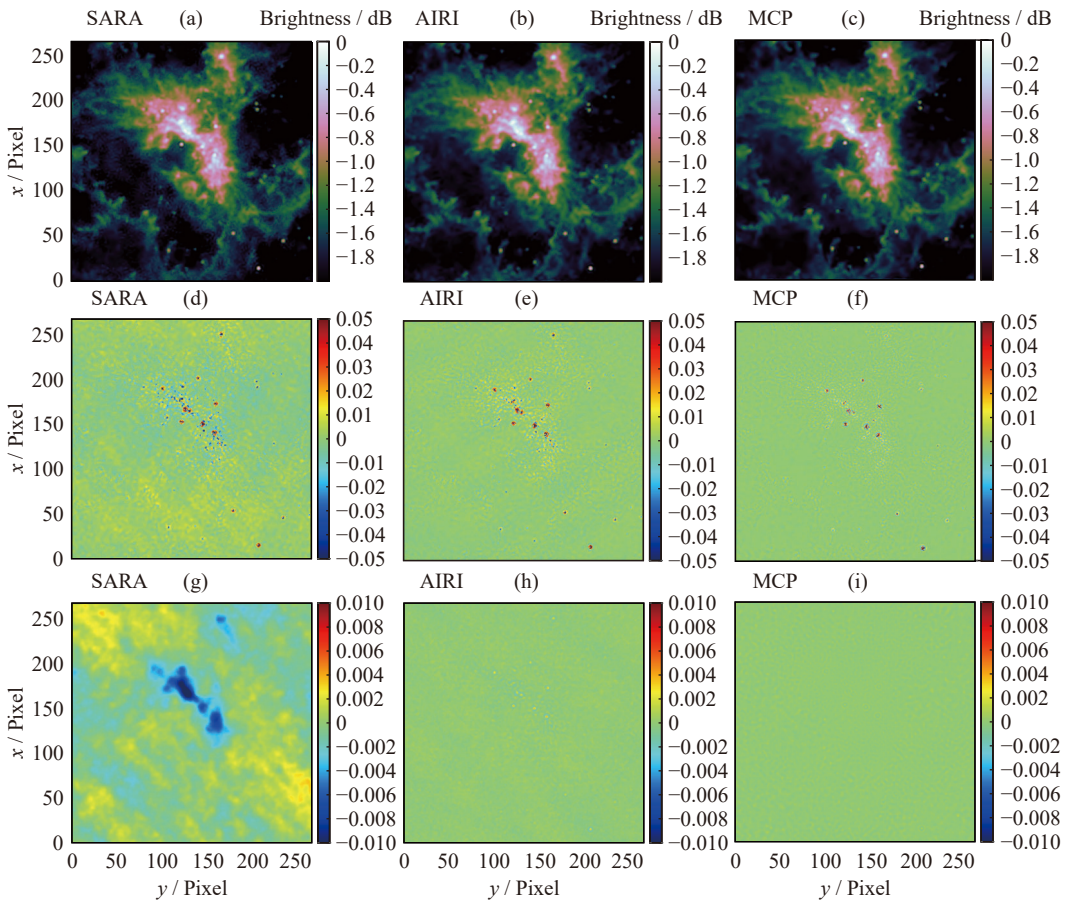


图 4 SARA, AIRI 和 MCP 算法在 50% 欠采样率条件下的重构结果. (a)~(c) 重构图像, (d)~(f) 重构误差图像, (g)~(i) 残差图像

Fig. 4 Reconstructed results of of SARA, AIRI and MCP algorithms at 50% undersampling rate. (a)~(c) Reconstructed images of SARA, (d)~(f) reconstructed error images, (g)~(i) residual images

分别显示了 10% 和 50% 欠采样率下的重构结果, 其中图 3 和图 4 中的 (a)~(c) 分别为 SARA, AIRI 与 MCP 算法获得的以 10 为底的对数尺度下重构的显示结果, (d)~(f) 分别为 SARA, AIRI 与 MCP 算法线性尺度下重构误差图像, (g)~(i) 分别为 SARA, AIRI 与 MCP 算法线性尺度下残差图像. 误差图像 Δx 定义为原始图像与重构图像之间的差值 $\Delta x = x - \hat{x}$; 残差图像 R 定义为原始脏图与重构图像对应的脏图之间的差值 $R = \mathcal{F}^{-1}(y) - \mathcal{F}^{-1}(\Phi \hat{x})$, 其中 $\mathcal{F}^{-1}$ 为傅里叶反变换. 从图 3 和图 4 可以看出, SARA 算法的重构结果存在较大的残留误差, AIRI 算法的重构结果残留误差明显减少; 与 SARA 和 AIRI 算法相比, MCP 算法的重构结果残留误差最小, 特别是在图像的边缘处.

为了量化分析和比较图 3 与图 4 的重构结果, 计算了 SNR、FI 和重构时间 (见表 1). 表 1 的结果表

表 1 重构结果的性能对比
Table 1 Performance comparison of reconstruction results

Undersampling rates	Algorithms	SNR/dB	FI	Time/s
10%	SARA	16.37	2.89	43.27
	AIRI	22.39	3.39	21.76
	MCP	24.16	5.55	25.07
50%	SARA	24.27	10.27	44.03
	AIRI	27.21	13.81	24.21
	MCP	27.78	15.93	26.11

明, 在 10% 和 50% 两种欠采样率情况下, MCP 方法的重构质量明显优于 SARA 方法, 稍微优于 AIRI 方法. 具体而言, 与其他两种方法相比, 在 10% 欠采样率情况下 MCP 方法的 SNR 提高了 1.77 dB 以上,

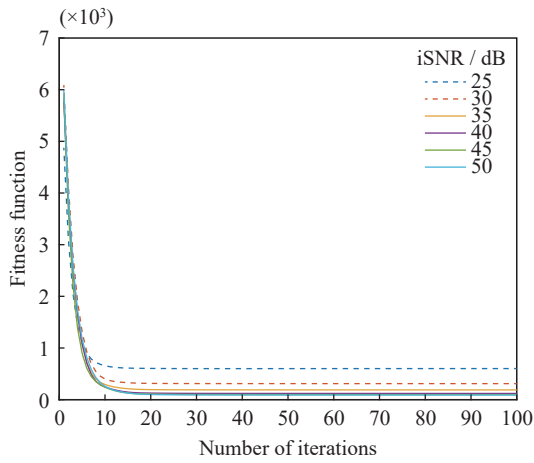


图5 不同噪声水平下收敛性能

Fig. 5 Convergence performance under noise interference of different levels

FI 提高了 2.16 以上; 在 50% 欠采样率情况下 MCP 方法的 SNR 提高了 0.57 dB 以上, FI 提高了 2.12 以上. 此外, MCP 方法的计算时间明显低于 SARA 方法, 稍微高于 AIRI 方法.

分析 MCP 方法在不同噪声水平下的收敛性能, 结果如 5 所示. 在图 5 中适应度函数为 $\|y - \Phi x\|_2$. 从图 5 可以看出, 随着迭代次数的增加, 适应度函数迅速下降至一个稳定值, 证明了 MCP 算法的良好收敛性. 而且, 无论噪声水平如何, 当迭代次数为 40 次时, MCP 方法达到了收敛.

对不同欠采样率下重构方法的性能进行定量分析和比较, 结果如图 6 所示. 在图 6 中, SNR、FI 和计算时间为对 100 次数值实验平均后的结果. 从图中可以看出, 即使欠采样率从 0.1 变化到 0.9, MCP 方法的 SNR 和 FI 值一直明显高于 SARA 和 AIRI 方法. 同时, MCP 方法在计算时间上明显小于 SARA 方法, 略高于 AIRI 方法.

进一步分析不同重构方法对噪声干扰的鲁棒性, 结果如图 7 所示. 在图 7 中, 横坐标为输入噪声的 SNR, 纵轴上 SNR 和 FI 为 100 次平均后的结果. 结果表明, 随着输入噪声的 SNR 的增加, 对应的输入噪声水平下降, 三种方法的 SNR 和 FI 性能在逐渐上升. 此外, MCP 方法的 SNR 和 FI 性能明显优于 SARA 方法, 稍微好于 AIRI 方法. 因此, 与现有的压缩感知方法相比, MCP 方法对噪声干扰具有更强的鲁棒性.

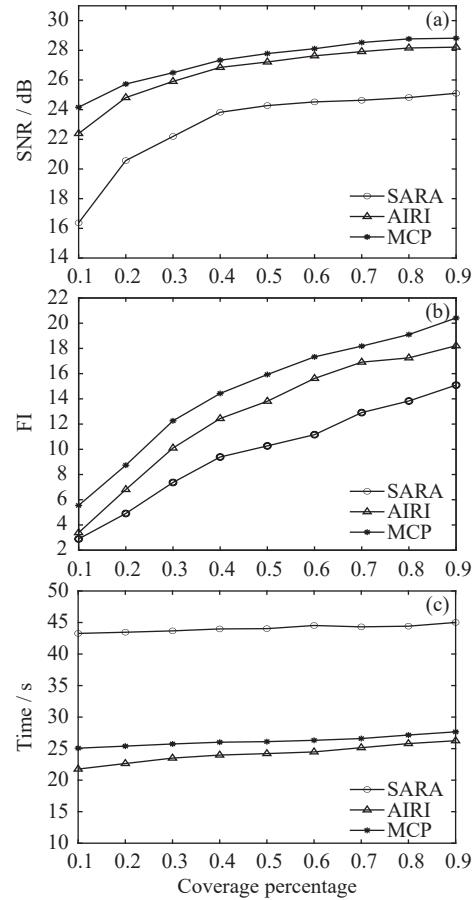


图6 不同欠采样率下重构性能比较

Fig. 6 Reconstruction performance comparison at different undersampling rates

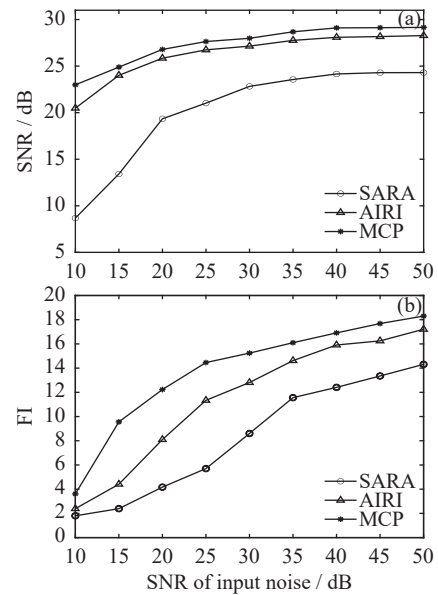


图7 重构方法对噪声干扰的性能

Fig. 7 Performance of reconstruction methods against noise interference

在第二组实验中, 采用了 SKA 模拟阵列数据^[35]. 图 8(a) 为 SKA 模拟射电阵列的基线覆盖情况, 其采样点有 578358 个; 图 8(b) 为在以 10 为底的对数尺

度下大小为 1024 pixel×1024 pixel 的 Cygnus-A 测试图像. 在加入 iSNR 为 40 dB 的高斯噪声后, 利用 SARA, AIRI 与 MCP 算法进行反演成像, 重构结果

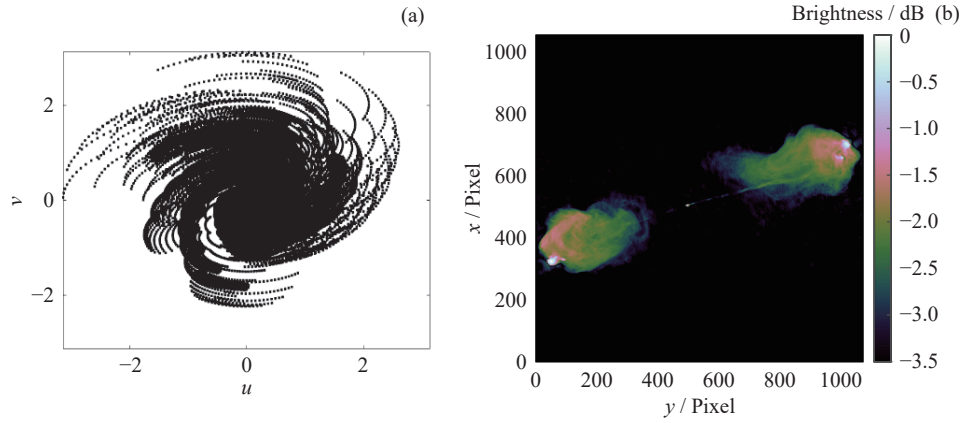


图 8 SKA 阵列的基线覆盖 (a) 与 Cygnus-A 测试图像 (b)

Fig. 8 Baseline coverage of the SKA array (a) and test image of Cygnus-A (b)

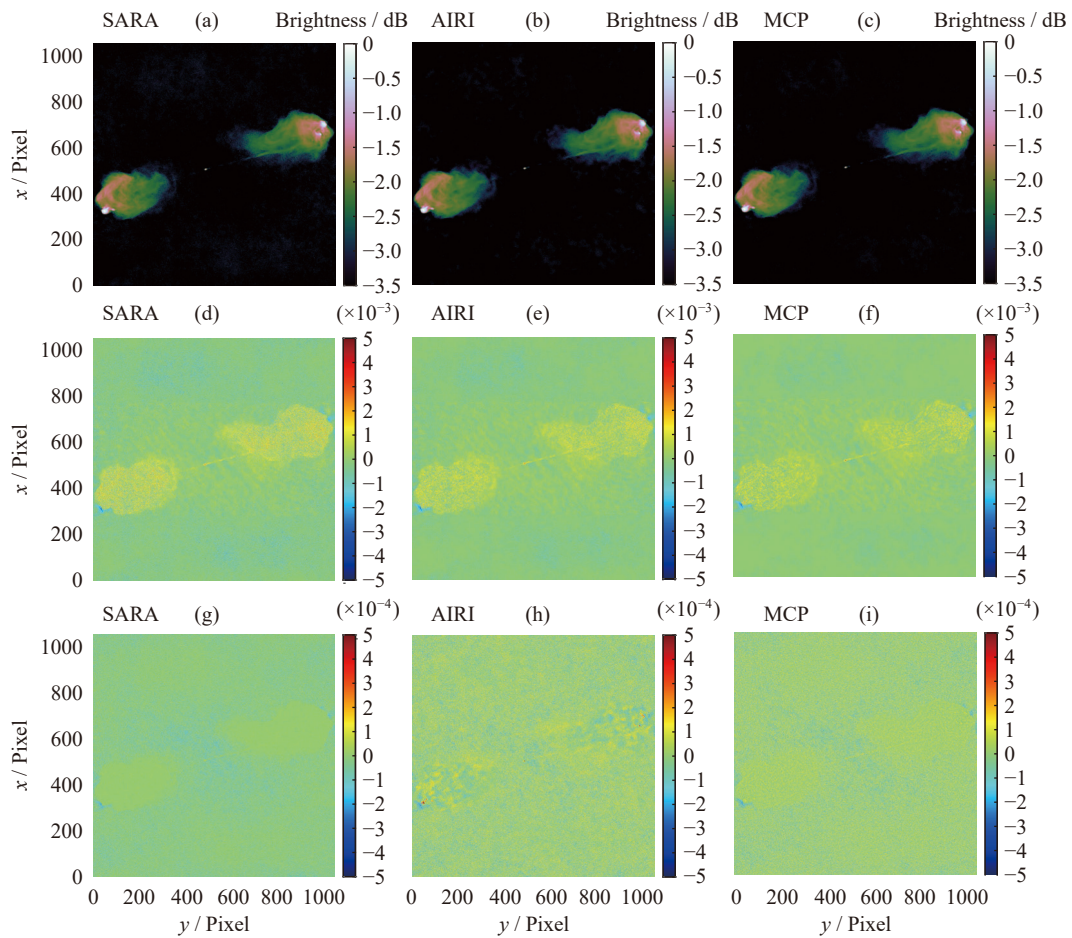


图 9 SARA, AIRI 和 MCP 算法在 SKA 阵列的重构结果. (a)~(c) 重构图像, (d)~(f) 误差图像, (g)~(i) 残差图像

Fig. 9 Reconstructed results of of SARA, AIRI and MCP algorithms for the SKA array. (a)~(c) Reconstructed images, (d)~(f) reconstructed error images, (g)~(i) residual images

表 2 重构结果的性能对比
Table 2 Performance comparison of reconstruction results

Algorithms	SNR/dB	FI	Time/s
SARA	32.83	0.85	342.75
AIRI	34.52	0.97	175.32
MCP	35.73	1.09	189.62

如图 9 所示. 图 9 的结果表明, SARA 和 AIRI 算法重构结果在背景处有明显的残留误差; 相比之下, MCP 算法重构结果在背景处误差更小.

表 2 给出了图 8 所示重构结果的性能对比. 表 2 的结果显示, 与其他两种方法相比, MCP 方法的 SNR 提高了 1.21 dB 以上, FI 提高了 0.12 以上. 此外, MCP 方法的计算时间明显低于 SARA 方法, 稍微高于 AIRI 方法.

4 结论

综合孔径射电望远镜测量的可见度函数是辐射信号在空间频率上的不完整覆盖, 所以其成像反演过程是一个病态的反问题. 虽然压缩感知技术已成功地应用于综合孔径射电望远镜成像中, 但是传统的压缩感知算法通常求解 L_1 范数最小化来近似代替难以求解的 L_0 范数最小化, 这带来了一定的偏差. 为了改善偏差问题, 提出了一种基于 MCP 的综合孔径射电望远镜成像算法. 该方法利用最小最大凹惩罚近似 L_0 范数, 并利用近端梯度算法求解最小化模型. 在求解过程中, 采用最大似然估计对正则化参数进行自适应选取, 并采用重启和自适应策略, 提高算法的收敛速度. 实验结果表明, 该方法在重建精度和对噪声鲁棒性方面优于 SARA 和 AIRI 算法, 证明了其有效性.

致谢 本文研究工作使用了子午工程二期圆环阵太阳射电成像望远镜数据分析平台.

参考文献

[1] XUE Yanjie, XUE Suijian, ZHU Ming, *et al.* Overview of current status and development strategies in China's astronomical facilities and related technologies[J]. *Bulletin of Chinese Academy of Sciences*, 2014, **29**(3): 368-375

[2] PERLEY R A, CHANDLER C J, BUTLER B J, *et al.* The

expanded very large array: a new telescope for new science[J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2011, **739**(1): L1

[3] PADUANO A, BAHRAMIAN A, MILLER-JONES J C A, *et al.* Ultradeep ATCA imaging of 47 Tucanae reveals a central compact radio source[J]. *The Astrophysical Journal*, 2024, **961**(1): 54

[4] WOOD A G, DORRIAN G D, BOYDE B, *et al.* Quasi-stationary substructure within a sporadic E layer observed by the Low-Frequency Array (LOFAR)[J]. *Journal of Space Weather and Space Climate*, 2024, **14**: 27

[5] ZHAO B X, ZHENG Q, SHAN H Y, *et al.* North celestial region observed with 21 CentiMeter Array[J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2022, **22**(1): 015012

[6] SU Cang, WANG Wei, YAN Yihua, *et al.* Measuring and analysis of the phase pattern of MUSER[J]. *Astronomical Research and Technology*, 2016, **13**(3): 293-299

[7] YAN J Y, WU J, WU L, *et al.* A super radio camera with a one-kilometre lens[J]. *Nature Astronomy*, 2023, **7**(6): 750

[8] HÖGBOM J A. Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines[J]. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 1974, **15**: 417-426

[9] ZHANG Li, XU Long, MI Ligong, *et al.* Study on deconvolution algorithm of radio astronomical images[J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2018, **59**(6): 117-124

[10] CORNWELL T J. Multiscale CLEAN deconvolution of radio synthesis images[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2008, **2**(5): 793-801

[11] ZHANG L. Fused CLEAN deconvolution for compact and diffuse emission[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2018, **618**: A117

[12] ZHANG L, BHATNAGAR S, RAU U, *et al.* Efficient implementation of the adaptive scale pixel decomposition algorithm[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2016, **592**: A128

[13] REN Yuemei, ZHANG Yanning, LI Ying. Advances and perspective on compressed sensing and application on image processing[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(8): 1563-1575

[14] LI F, CORNWELL T J, DE HOOG F. The application of compressive sampling to radio astronomy I. deconvolution[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2011, **528**: 1265-1279

[15] ZHANG Xun, GUO Shaoguang, ZHU Renjie, *et al.* A radio astronomy image restoration algorithm based on compressed sensing framework[J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2024, **54**(8): 84-99

[16] CARRILLO R E, MCEWEN J D, WIAUX Y. Sparsity Averaging Reweighted Analysis (SARA): a novel algorithm for radio-interferometric imaging[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2012, **426**(2): 1223-1234

[17] ONOSE A, CARRILLO R E, REPETTI A, *et al.* Scalable splitting algorithms for big-data interferometric imaging in the SKA era[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **462**(4): 4314-4335

[18] ONOSE A, DABBECH A, WIAUX Y. An accelerated

- splitting algorithm for radio-interferometric imaging: when natural and uniform weighting meet[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, **469**(1): 938-949
- [19] YANG Xiaocheng, YOU Xiang, WU Lin, *et al.* Imaging algorithm of synthetic aperture radio telescope based on improved SARA[J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2024, **54**(8): 289514
- [20] GHELLER C, VAZZA F. Convolutional deep denoising autoencoders for radio astronomical images [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 2021, **509**(1): 990-1009
- [21] AGHABIGLOU A, CHU C S, DABBECH A, *et al.* The R2D2 deep neural network series paradigm for fast precision imaging in radio astronomy[J]. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2024, **273**(1): 3
- [22] TERRIS M, DABBECH A, TANG C, *et al.* Image reconstruction algorithms in radio interferometry: from handcrafted to learned regularization denoisers[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2022, **518**(1): 604-622
- [23] WILBER A G, DABBECH A, TERRIS M, *et al.* Scalable precision wide-field imaging in radio interferometry-II. AIRI validated on ASKAP data[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2023, **522**(4): 5576-5587
- [24] ROTH J, ARRAS P, REINECKE M, *et al.* Bayesian radio interferometric imaging with direction-dependent calibration[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2023, **678**: A177
- [25] LIAUDAT T I, MARS M, PRICE M A, *et al.* Scalable Bayesian uncertainty quantification with data-driven priors for radio interferometric imaging[J]. *RAS Techniques and Instruments*, 2024, **3**(1): 505-534
- [26] WEN F, CHU L, LIU P, *et al.* A survey on nonconvex regularization-based sparse and low-rank recovery in signal processing, statistics, and machine learning[J]. *IEEE Access*, 2018, **6**: 69883-69906
- [27] DONG Liang, ZHANG Ming, XIE Huanhuan, *et al.* The key technology analyses and researches of the sparse array in VHF band in radio astronomy[J]. *Astronomical Research & Technology*, 2023, **20**(5): 421-437
- [28] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289-1306
- [29] CANDÈS E J, ELDAR Y C, NEEDLELL D, *et al.* Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, **31**(1): 59-73
- [30] FAN J, LI R. Variable selection via nonconcave penalized likelihood and its oracle properties[J]. *Journal of the American statistical Association*, 2001, **96**(456): 1348-1360
- [31] SHEN X, GU Y. Nonconvex sparse logistic regression with weakly convex regularization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, **66**(12): 3199-3211
- [32] AUJOL J F, CALATRONI L, DOSSAL C, *et al.* Parameter-free FISTA by adaptive restart and backtracking[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2024, **34**(4): 3259-3285
- [33] YU L, ZHANG X W, CHU Y. Super-resolution reconstruction algorithm for infrared image with double regular items based on sub-pixel convolution[J]. *Applied Sciences*, 2020, **10**(3): 1109
- [34] ABDULAZIZ A, DABBECH A, WIAUX Y. Wideband super-resolution imaging in radio interferometry via low rankness and joint average sparsity models (HyperSARA)[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2018, **489**(1): 1230-1248
- [35] VIJAY KARTIK S, CARRILLO R E, THIRAN J P, *et al.* A Fourier dimensionality reduction model for big data interferometric imaging[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, **468**(2): 2382-2400

作者简介



范小艺 女, 2000年5月出生于浙江杭州, 浙江理工大学信息科学与工程学院(网络空间安全学院)硕士研究生. 主要研究方向为综合孔径射电望远镜成像算法.
E-mail: jkajhfdkhalkdj@foxmail.com



杨晓城(通信作者) 男, 1988年12月出生于江西九江, 浙江理工大学计算机科学与技术学院讲师. 主要研究方向为干涉与综合孔径技术、图像处理、天文技术与方法等.
E-mail: yangxiaoch209@163.com