

基于序列神经后验估计的空间引力波探测器随机背景参数估计研究

王媚萱^{1,2,3}, 赵天宇², 罗子人^{2,4,5}, 徐鹏^{1,2,4,5,6}

1 (国科大杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院 杭州, 310024)

2 (中国科学院力学研究所 国家微重力实验室引力波实验中心 北京 100190)

3 (中国科学院大学 北京 100049)

4 (国科大杭州高等研究院 浙江省引力波精密测量重点实验室 杭州 310024)

5 (中国科学院大学, 太极引力波宇宙实验室 (北京/杭州) 北京 100049)

6 (兰州大学 兰州理论物理中心 兰州 730000)

摘要 随着空间引力波探测计划 (如 LISA、天琴、太极) 的深入, 从复杂的探测器噪声中提取微弱的随机引力波背景信号已成为当前数据处理领域的一项关键挑战。由于空间探测环境的复杂性, 仪器噪声与天体物理及宇宙学背景信号在频域内显著重叠, 传统采样方法在高维参数空间中面临巨大的计算开销。本文采用序列神经后验估计 (SNPE) 框架, 利用归一化构建了高维观测数据与参数空间之间的条件概率密度估计器, 并构建了一个包含背景振幅、频谱指数、混淆噪声及仪器噪声在内的 11 维参数分析模型。实验结果表明, 在处理多源叠加信号时, SNPE 得到的后验分布在形态与位置上均与传统 MCMC 采样结果保持一致。通过 Jensen-Shannon 散度量化分析发现, 绝大多数参数的 JS 散度值保持在极低水平 (< 0.04), 验证了 SNPE 框架在空间引力波背景信号分离与参数估计任务中的可靠性。该方法在保证分析精度的同时, 展现了处理高维复杂数据的潜力, 为未来空间随机引力波参数估计提供了一种有效的技术路径。

关键词 空间引力波探测器, 随机引力波背景, 参数估计, 机器学习

中图分类号 P145.8

Parameter estimation for stochastic gravitational wave backgrounds with space-based detectors via SNPE

Wang Meixuan^{1,2}, Zhao Tianyu², Luo Ziren^{2,4,5}, Xu Peng^{1,2,4,5,6}

1 (School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences, Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences (UCAS), Hangzhou 310024, China)

2 (Center for Gravitational Wave Experiment, National Microgravity Laboratory, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

3 (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

4 (Key Laboratory of Gravitational Wave Precision Measurement of Zhejiang Province, Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310024, China)

5 (Taiji Laboratory for Gravitational Wave Universe (Beijing/Hangzhou), UCAS,

Beijing 100049, China)

6 (Lanzhou Center of Theoretical Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract With the progression of space based gravitational wave missions such as LISA, Taiji, and TianQin, extracting faint stochastic gravitational wave backgrounds from complex detector noise has emerged as a pivotal challenge in data processing. Due to the intricate observational environment, instrumental noise significantly overlaps with astrophysical and cosmological signals in the frequency domain, imposing a substantial computational burden on traditional sampling methods within high dimensional parameter spaces. In this study, we employ a Sequential Neural Posterior Estimation (SNPE) framework, utilizing Normalizing Flows to learn the mapping between simulated data and parameters. An 11 dimensional parameter analysis model is constructed, encompassing background amplitudes, spectral indices, confusion noise, and instrumental noise. Specifically, Neural Spline Flows (NSF) are integrated to accurately capture intricate non-linear correlations among the astrophysical power-law background, the cosmological broken power-law model, galactic confusion noise, and instrumental noise into the framework. The results demonstrate that the posterior distributions obtained via SNPE are consistent with the Markov Chain Monte Carlo references in both profile and location for multi source signals. Quantitative analysis using Jensen Shannon Divergence reveals that the discrepancies for most parameters remain at an extremely low level, typically below 0.04, validating the reliability of the SNPE framework for SGWB signal separation and parameter estimation. Furthermore, statistical validation across 100 independent test events demonstrates that the 95% coverage probabilities align with theoretical expectations, with the probability-probability (P-P) plot confirming statistical self-consistency. Crucially, the proposed framework slashes the online computational overhead by approximately three orders of magnitude; while traditional MCMC requires roughly 10 days to complete the full 11-dimensional inference, the SNPE approach requires only about 15 minutes to obtain accurate posteriors. While maintaining analytical precision, this approach demonstrates significant potential for handling high dimensional complex data, offering a robust technical path for future space based gravitational wave data analysis.

Key words Space based gravitational wave detectors, Stochastic gravitational wave background, Parameter estimation, Machine learning

0 引言

引力波作为时空的涟漪，是加速运动的质量产生的时空曲率变化，为探测宇宙的“黑

暗”区域提供了直接手段^[1]。其中，随机引力波背景（SGWB）是空间探测任务的核心科学目标^[2]。比如从宇宙学视角来看，引力波与物质极其微弱的相互作用，使得 SGWB 成为研究原初黑洞、一级相变及暴胀时期张

量扰动的重要手段。由于引力波在产生后很难被物质阻挡或散射，它能将宇宙极早期的物理信息直接传递至今，通过观测其能谱分布，我们可以对目前实验室难以验证的多种高能物理模型给出重要的实验约束^{[3][4][5]}。目前，国际引力波研究领域正紧密围绕空间探测任务展开。以欧洲航天局（ESA）主导的 LISA 任务为例，其通过发布多轮 LISA Data Challenges (LDC)，探索了在海量银河系双星前景干扰下分离微弱 SGWB 的算法。与此同时，国内的天琴（Tianqin）与太极

（Taiji）计划也取得了显著进展。太极计划开展了针对 SGWB 探测的灵敏度曲线深度优化及多探测器联合观测模拟，通过对太极-LISA 协同观测方案的研究，证明了利用交叉相关技术消除仪器噪声相关性、进而提升 SGWB 参数估计精度的可行性。^[6]

传统的随机引力波背景分析主要依赖于基于似然函数的推断方法，如马尔可夫链蒙特卡洛（MCMC）。虽然这些方法在参数估计的收敛性上有严格的理论保证，但在处理未来探测器（如 LISA）的模拟数据时，其计算局限性愈发凸显。例如，Boileau 指出，当考虑到受轨道调制的银河系白矮双星前景与 SGWB 的叠加时，需要构建包含多成分、非平稳特征的复杂似然函数^[7]。尽管通过 MCMC 等算法可以处理高维参数空间，但面对 LISA 任务长达数年的观测数据流，这类方法往往面临极其严峻的计算开销挑战。

而在引力波天文学领域，深度学习已展现出显著优势。在引力波数据分析的具体科研实践中，SBI 方法正通过 TMNRE 算法实现复杂进动双星信号的极速参数重构^[8]，利

用基于 saqqara 框架的 TMNRE 技术完成 LISA 随机背景的精确提取^[9]，依托 SBI 无似然推断体系提升地基探测器二元物性推断的稳健性^[10]，采用 FMPE 算法有效修正真实噪声下中等质量黑洞的测量偏差^[11]，借助 SBI 动态建模挖掘 LISA 时变仪器噪声中的灵敏度增益^[12]，并作为广义机器学习（ML）的核心路径引领从探测器表征到天体物理源解释的全流程科研范式演进^[13]。不仅如此，其应用范围涵盖了从随机引力波背景任意能谱形状的盲重建，到噪声信号的精确参数估计^{[7][14][7]}。尽管 Dimitriou 等人^[14]成功将仿真应用于引力波背景重建，但其验证过程仍依赖传统 MCMC，未能结合流匹配后验估计等先进生成框架来优化高维采样。同样地，虽然 Boileau 等人^[7]利用 LISA 轨道调制创新了频谱分离方法，但其研究侧重于理想化噪声分布，未充分考虑复杂混淆噪声对参数精度的限制。基于以上研究现状，本工作考虑到空间引力波探测中复杂的混淆噪声对信号识别的实质性干扰，提出了一种基于序列神经后验估计的高效推理架构。

本工作研究了空间引力波探测中的参数估计，特别是针对多个随机引力波背景重叠的毫赫兹频段。我们利用序列神经后验估计（SNPE）解析了一个包含信号、银河系产生的混淆噪声以及仪器噪声分量的十一维参数空间。面对未来多任务多维观测中各类天文信号与仪器噪声相互交织的挑战，这种高效的高维参数估计能力对于实现空间引力波探测目标的可靠分析具有重要的科学意义。该框架在保持 MCMC 方法后验精度的同时，显著减少了参数估计所需的计算时间。最

终，这一方法为下一代空间运行任务的数据分析提供了实用的工具。

1 物理模型及信号表征

1.1 随机引力波背景

随机引力波背景的能量密度通常由无量纲参数 $\Omega_{\text{GW}}(f)$ 表征，根据 Christensen^[15]以及 Camp 与 Cornish^[16]的经典定义，该参数表示单位对数频率间隔内的引力波能量密度，并利用临界密度 $\rho_c = \frac{3H_0^2 c^2}{8\pi G}$ 进行归一化，其中下标 k 指代特定的随机引力波背景组：

$$\begin{aligned}\Omega_{\text{GW}}(f) &= \frac{f}{\rho_c} \frac{d\rho_{\text{GW}}}{df} \\ &= \sum_k \Omega_{\text{GW},k}(f)\end{aligned}\quad (1)$$

对 SGWB 的全面分析需要同时考虑天体物理前景与原始宇宙学信号的共同贡献，这两者均落在未来空间探测器的灵敏频段内。

1.1.1 天体物理源随机引力波

我们通过幂律关系对天体物理背景进行建模^[17]：

$$\Omega_{\text{GW}}(f) = \sum_k A_k (f/f_{\text{ref}})^{\alpha_k} \quad (2)$$

其参数估计的核心在于两个物理量：首先是振幅 A_k ，它代表了在参考频率 f_{ref} 处的能量密度强度；其次是谱指数 α_k ，它刻画了能量密度随频率变化的斜率特性。

在本研究中，为建立参数估计的基准，我们采用 Chen 等人^[18]的特定模型作为注入真值，即：

$$\begin{aligned}\Omega_{\text{GW,astro}}(f) \\ = 4.4 \times 10^{-12} \left(\frac{f}{3 \text{ mHz}} \right)^{2/3}\end{aligned}\quad (3)$$

该模型的物理背景源于银河系内海量的致密双星系统。 $f^{2/3}$ 的幂律谱准确表征了大量双星在轨道旋近阶段所产生的叠加辐射贡献。参考频率 $f_{\text{ref}} = 3 \text{ mHz}$ 的选取则基于一个关键的物理分界：在此频率以上，由于双星轨道演化加快且空间分布稀疏，源在频率空间逐渐变得可分辨；而在此频率以下，信号则表现为由无数不可分辨源叠加而成的随机背景。

1.1.2 宇宙学源随机引力波

在早期宇宙中，随机引力波背景可由各类高能过程产生，其中最显著的是一阶相变。当这些相变发生在 QCD 能标（约 100 MeV）时，产生的信号频率会红移至毫赫兹频段，恰好处于 LISA 等空间探测器的敏感范围内。^[19]近期的纳赫兹引力波观测数据也为这一理论提供了新的实验约束与物理解释。^[20]正如 EPTA 合作组^[21]所强调的，这种湍流的能量密度谱通常具有断裂幂律特征，其低频段的增长反映了信号随宇宙膨胀的演化过程，而高频段则对应能量的耗散衰减。

在不影响物理真实性的前提下尽可能压缩计算开销，我们对宇宙学源模型进行了合理简化。我们并未采用复杂的动力学演化参数，而是参考随机引力波背景的能谱分布特征，将其简化为由三个核心参数控制的 Broken Power-law 模型：

$$\Omega_{\text{GW,cosmo}}(f) = A \frac{\left(\frac{f}{10^{P_k}} \right)^3}{\left[1 + \left(\frac{f}{10^{P_k}} \right)^{11/3} \right]^g} \quad (4)$$

在宇宙学源的建模中，该折点幂律模型通过三个核心参数进行表征：首先是振幅 A ，它决定了随机引力波背景能量密度的强度标尺；其次是峰值频率参数 P_k （定义为 $P_k = \log_{10} f_{\text{peak}}$ ），用于确定能谱能量分布的

中心频率位置，反映了早期宇宙物理过程的关键动力学尺度；最后是形状因子 g ，它调节高频端的幂律衰减斜率，刻画了湍流或相变过程中的能量耗散特征。通过对这三个参数的估计，可以有效提取隐藏在复杂背景中的早期宇宙物理信息。

1.2 噪声模型及数据模拟

1.2.1 混淆噪声

本研究不仅对宇宙学起源和天体物理起源进行估计，同时考虑了银河系前景的存在。在实验中，我们将银河系混淆噪声与探测器噪声背景及目标信号进行叠加，从而构建出更复杂的综合观测环境。该噪声代表了银河系内未分辨致密双星系统的集体贡献。基于 Cornish & Robson^[22]错误!未找到引用源。的群体合成结果，该分量被建模为一种改进的分段幂律形式。由于混淆水平取决于任务时长，我们采用了 4 年的观测基线，其谱形状由下式定义：

$$S_c(f) = Af^{-7/3}e^{-f^\alpha + \beta f \sin(\kappa f)} [1 + \tanh(\gamma(f_k - f))] \quad (5)$$

其中，振幅 A 是根据准圆轨道双星分布模型确定的低频基准强度。我们将 $S_c(f)$ 用以描述银河系前景中复杂的能谱细节。参考 Boileau 等人^[7]的研究方法，本研究将波形的功率谱密度 (PSD) 与无量纲能量密度联系起来。基于给定的功率谱密度，可以计算出 LISA 观测到的银河系前景能量谱密度：

$$\Omega_{\text{GW,DWD}}(f) = \frac{4\pi^2}{3H_0^2} f^3 \frac{S_c(f)}{\mathcal{R}(f)} \quad (6)$$

其中， H_0 为哈勃常数 ($H_0 \approx 67.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$)， $\hat{\mathcal{R}}(f)$ 为 LISA 的响应函数。^[7]这种表述方式确保了银河系前景与其它随机引力波源在能量量级上保持一致，从而便于在高维参数估计框架中进行统一建模与提取。决定各随机背景形态的关键参数及其物理含义与先验分布汇总于表 1。该 11 维参数空间涵盖了所有核心变量。其中，宇宙学随机背景的对数振幅 A_{cosmo} 对应公式 (4) 中的参数 A ，宇宙学背景的频谱缩放指数 a_{cosmo} 对应公式 (4) 中的参数 g ，全局缩放振幅 a 对应公式 (5) 中的参数 A 。

本文针对天体物理背景、宇宙学背景及银河系前景噪声，均依据现有研究给出的理论功率谱模型设定了相应的参数先验分布。首先，鉴于基于星族合成理论预演的天体物理引力波背景强度存在显著的模型不确定性^[18]，本文将 A_{astro} 的先验设定为覆盖物理合理区间的对数均匀分布 $[-13.35, -9.35]$ ，并依据双星系统动力学演化规律将谱指数固定为 $2/3$ 。其次，针对早期宇宙信号，本文参考相关文献^{[23][24]}对功率谱能量密度、峰值频率及能谱衰减特性的模拟结论，将 Ω_{GW} 、 P_k 及 a_{cosmo} 的先验设定在涵盖典型相变情景的合理区间内。最后，针对尚缺乏参数估计先验经验的银河系前景噪声，本文参考其理论功率谱真值^[22]，为五个核心物理参数

$(a, \alpha, \beta, \kappa, \gamma)$ 设定了比文献参考点更具包容性的宽泛先验，以确保推断框架在探索未知参数空间时具备足够的灵活性与完备性。

表 1 用于 SGWB、混淆噪声与仪器噪声的模型参数、物理意义及先验分布汇总
Table 1 Summary of model parameters, physical meanings, and assigned priors for SGWB, confusion noise, and instrumental noise

参数	描述	先验分布
----	----	------

A_{astro}	天体物理随机背景的对数振幅	Log-uniform $[10^{-13.35}, 10^{-9.35}]$
a_{astro}	天体物理背景的幂律谱指数	Uniform $[0.6, 0.8]$
A_{cosmo}	宇宙学随机背景的对数振幅	Log-uniform $[10^{-11.7}, 10^{-7.7}]$
a_{cosmo}	宇宙学背景的频谱缩放指数	Uniform $[1.6, 2.0]$
P_k	频谱峰值位置的特征频率	Uniform $[-5, -3]$
a	混淆噪声项的全局缩放振幅	Log-uniform $[10^{-44.5}, 10^{-43.5}]$
α	高频截断指数	Uniform $[0, 2]$
β	频谱偏离幂律的曲率参数	Uniform $[-500, 100]$
κ	频谱调制的相位因子	Uniform $[0, 1500]$
γ	频谱过渡段的形态因子	Uniform $[0, 5000]$
A_{noise}	加速度计 (ACC) 噪声水平参数	Normal ($\mu = 3$)
P_{noise}	光学测量系统 (OMS) 噪声水平参数	Normal ($\mu = 15$)

1.2.2 LISA 灵敏度

为了捕捉空间引力波背景的高维特征，我们将总观测能量谱密度 $\Omega_{GW,obs}(f)$ 建模为物理背景与仪器噪声的叠加：

$$\begin{aligned}
& \Omega_{GW,obs}(f) \\
&= \Omega_{GW,astro}(f) \\
&+ \Omega_{GW,cosmo}(f) \\
&+ \Omega_{GW,DWD}(f) \\
&+ \Omega_{Detector,noise}(f)
\end{aligned} \tag{7}$$

关于探测器噪声项 $\Omega_{Detector,noise}(f)$ 的详细定义与物理模型将在本节展开讨论。随机引力波背景信号由五参数集合

$\{A_{astro}, A_{cosmo}, a_{astro}, a_{cosmo}, P_k\}$ 进行描述，涵盖了各来源的振幅、能谱斜率，以及通过转折频率的能谱折点特征。针对银河系混淆前景，我们采用基于双白矮星 (DWD) 的参数方案 $\{a, \alpha, \beta, \kappa, \gamma\}$ 。这种高维建模方式确保了我们的框架能够有效捕获信号与复杂背景之间的深层关联。

同时，LISA 的仪器噪声通常被分解为干涉测量系统 (OMS) 噪声与加速度 (ACC) 噪声。^[25] 参照 LISA 的灵敏度曲线 (如 Babak et al.^[26])，它们的功率谱密度分别表示为：

$$\begin{aligned}
& P_{OMS}(f, P) \\
&= A_P^2 \frac{\text{pm}^2}{\text{Hz}} \left[1 + \left(\frac{2 \text{ mHz}}{f} \right)^4 \right] \left(\frac{2\pi f}{c} \right)^2, \\
& P_{acc}(f, A_{acc}) \\
&= A_{acc}^2 \frac{\text{fm}^2}{\text{s}^4 \text{ Hz}} \left[1 + \left(\frac{0.4 \text{ mHz}}{f} \right)^2 \right] \left[1 + \left(\frac{f}{8 \text{ mHz}} \right)^4 \right] \left(\frac{1}{2\pi f} \right)^4 \left(\frac{2\pi f}{c} \right)^2.
\end{aligned} \tag{8}$$

其中， A_P 与 A_{acc} 为噪声强度缩放因子 (分别对应先验表里的 P_{noise} 和 A_{noise})，用于在 11 维参数空间中定量描述光子噪声与加速度噪声的实际贡献。为了提升效率，我们采用了对角化的 A, E, T 时间延迟干涉

(TDI) 正交组合，^[27] 其噪声功率谱密度表达如下：

$$\begin{aligned}
& N_{AA,EE}(f, A_P, A_{acc}) \\
& = 8 \sin^2 \Phi [4(1 + \cos \Phi + \\
& \cos^2 \Phi) P_{acc} + (2 + \cos \Phi) P_{OMS}] , \\
& \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& N_{TT}(f, A_P, A_{acc}) \\
& = 16 \sin^2 \Phi [2(1 - \cos \Phi)^2 P_{acc} + \\
& (1 - \cos \Phi) P_{OMS}] .
\end{aligned}$$

其中, $\Phi = 2\pi f L / c$ 代表标称臂长 $L = 2.5 \times 10^9 \text{ m}$ 对应的特征相位。探测器的几何响应通过响应函数^[28]:

$$R_{\alpha\beta}(f) = 16 \sin^2 \Phi (2\pi f L / c)^2 \widetilde{R}_{\alpha\beta}(f) \quad (10)$$

进行刻画, 其中下标 $\alpha, \beta \in \{A, E, T\}$ 表示准正交的时间延迟干涉通道。为提高计算效率, 我们采用了通道交叉谱 $\widetilde{R}_{\alpha\beta}$ 的解析近似公式^[14]:

$$\widetilde{R}_{AA,EE}(f) \approx \frac{9/20}{1 + 0.7\Phi^2} \quad (11)$$

$$\widetilde{R}_{TT}(f) \approx \frac{(9/20)\Phi^6}{1.8 \times 10^3 + 0.7\Phi^8}$$

最终, 为了与随机引力波背景信号的特征保持一致, 我们采用无量纲能量密度来定义噪声模型^[14]:

$$\begin{aligned}
& \Omega_{\alpha\beta}^{\text{noise}}(f, A_P, A_{acc}) \\
& \equiv \frac{4\pi^2 f^3 N_{\alpha\beta}(f, A_P, A_{acc})}{3H_0^2 R_{\alpha\beta}(f)} \quad (12)
\end{aligned}$$

通过将物理模型与 LISA 响应函数进行卷积, 我们模拟生成了符合预期统计特征的引力波观测样本。^[14]如图 1 所示, 最终得到的能量密度谱展现了各类随机信号与噪声参数底之间复杂的相互作用。为了解这些相互重叠的信号, 我们在十一维参数空间内执行了完整的参数估计。通过将噪声参数纳入全参数空间进行多维参数估计, 我们有效规避了因噪声模型不准而导致的系统误差, 确保了随机引力波背景下参数估计结果的鲁棒性。

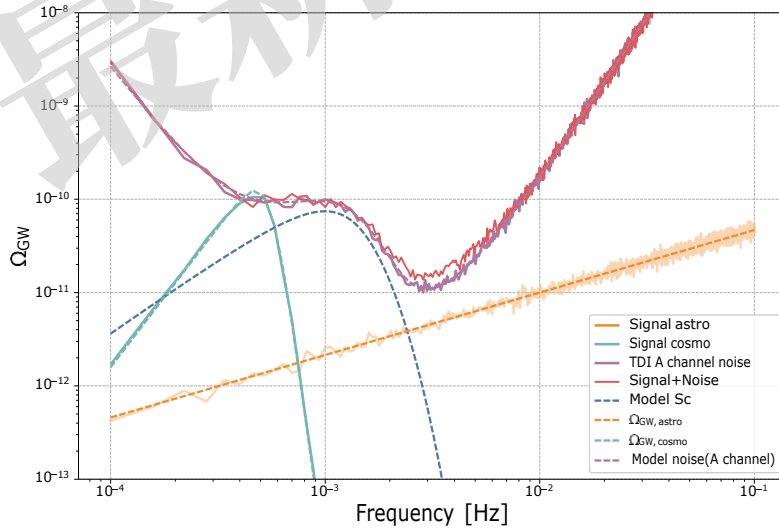


图 1 LISA 模拟观测数据的特征能量密度分布

Fig.1 Characteristic energy density distribution for simulated LISA observations

2 基于模拟的推理过程

针对复杂物理建模场景，基于仿真推断 (Simulation-Based Inference, SBI) 已成为高维参数估计的核心框架。与依赖显式似然函数 $p(x|\theta)$ 的传统贝叶斯方法 (如 MCMC) 不同，SBI 直接利用模拟器生成的仿真数据来估计参数的后验概率分布 $p(\theta|x)$ 。

在引力波天文学中，数值模拟器是构建复杂波源模型及探测器响应的核心手段，能够将一组物理参数 θ 映射为合成观测数据 x [29]。然而，由于引力波信号往往埋没在复杂的随机背景中，且数值模拟过程具有非解析性，导致似然函数往往难以直接评估。为解决这一难题，SBI 框架通过深度学习技术直接捕捉仿真数据与物理参数之间的非线性映射，其中 SNPE 通过迭代演进，实现了在复杂随机背景下对高维参数的精确提取。

2.1 神经后验估计

神经后验估计 (NPE) 的核心是将后验分布的提取转化为对仿真数据的学习过程。该框架首先从先验分布 $p(\theta)$ 中采样，并利用物理模拟器生成对应的合成数据集 $\{(\theta_n, x_n)\}_{n=1}^N$ 。通过构建神经网络架构，模型能够捕捉观测数据与物理参数之间的非线性关联。训练完成后，针对给定的观测数据 x_o ，模型即可给出相应的参数后验分布估计 [30]。

然而，NPE 的效率受到全局采样性质的限制。为了使模型具备处理各种潜在观测的能力，必须在完整的先验空间 $p(\theta)$ 内进行均匀采样。这种全局采样策略导致模拟资源分散于偏离观测事实的参数区域，使得关键后验区域的有效样本密度不足，难以精确刻画概率分布。

2.2 序列神经后验估计

为提升采样效率，SNPE 通过多轮迭代将采样范围收缩至观测值 x_o 附近。在迭代过程中，参数采样基于迭代采样分布 $\tilde{p}(\theta)$ 进行，而非直接从原始先验 $p(\theta)$ 中提取。这种采样偏差使得神经网络学到的分布 $q_\phi(\theta|x)$ 偏离了目标后验 [31]，那么两者之间的解析关系需要满足：

$$q_\phi(\theta|x) \propto \frac{\tilde{p}(\theta)}{p(\theta)} p(\theta|x) \quad (13)$$

在该框架下，我们利用 Normalizing Flows 构建条件概率映射。如图 2 所示，通过一系列可逆变换 f_ϕ ，将复杂的参数分布映射至标准正态空间 $z \sim \mathcal{N}(0, I)$ ：

$$z = f_\phi(\theta; x), \quad \theta = f_\phi^{-1}(z; x) \quad (14)$$

通过这种可逆映射机制，神经网络能够灵活地刻画高维空间中复杂的物理关联，从而为准确表征高维物理参数间的非线性关联提供了有效手段。

鉴于引力波参数后验分布的高维复杂性，本研究引入了神经样条流 (Neural Spline Flows, NSF)，利用单调有理二次样条作为核心变换算子。

该方法的核心在于，在限定区间 $[-B, B]$ 内，通过 K 个分段函数构建全局单调映射。针对 11 维参数空间中的任一分量 θ_i ，其非线性变换由神经网络输出的控制点坐标与导数序列 $\{\delta^{(k)}\}$ 动态确定。具体而言，在第 k 个区间内，变换函数 f 遵循以下数学形式：

$$\theta' = y^{(k)} + \frac{(y^{(k+1)} - y^{(k)})[w^{(k)}\xi^2 + \delta^{(k)}\xi(1-\xi)]}{w^{(k)} + [\delta^{(k)} + \delta^{(k+1)} - 2w^{(k)}]\xi(1-\xi)} \quad (15)$$

其中 ξ 代表区间内的归一化坐标。此设计不仅赋予了模型极强的非线性拟合能力，

以捕捉质量比、自旋等参数间的复杂相关性，同时通过逐维变换保证了雅可比行列式计算的线性复杂度 ($O(D)$)，确保了高维推理的数值效率。

在实现层面，本研究构建了由 10 层复合变换组成的深度流模型，每层由具有 64

个隐层神经元的残差网络驱动。模型通过最小化负对数似然进行离线训练，旨在使参数化分布 q_ϕ 在 Kullback-Leibler 散度意义下最大限度地逼近真实的物理后验分布。

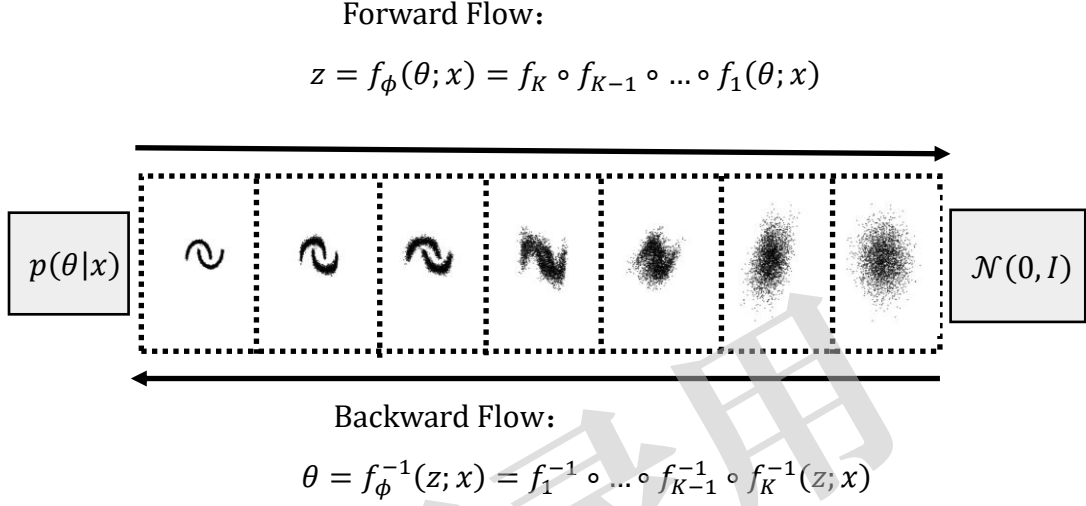


图 2 SNPE 架构示意图

Fig.2 Schematic of the SNPE architecture.

3 实验结果分析

3.1 随机背景的参数提取

为了评估 SNPE 的准确性，我们首先针对包含宇宙学和天体物理观测量的五个核心信号参数 ($A_{\text{astro}}, A_{\text{cosmo}}, a_{\text{astro}}, a_{\text{cosmo}}, P_k$) 进行了参数估计。我们将结果与作为后验真值基准的 MCMC 进行了对比。为了直接测试算法准确捕捉参数后验分布的能力，此处

的测试排除了仪器噪声和银河系的混淆噪声。图 3 展示了得到的参数关联关系及各自的概率分布，体现了 SNPE 相对于 MCMC 的表现。

对角线子图显示了各参数的一维边缘概率密度，其余子图展示了参数间的二维关联分布，结果表明，SNPE 得到的分布与 MCMC 保持了高度的一致性，验证了该框架在多维参数空间下的有效性。

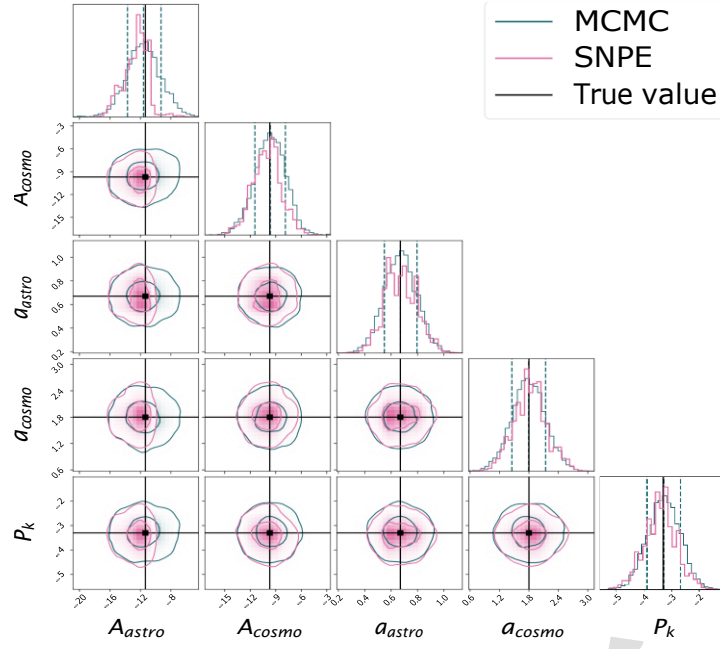


图 3 随机背景参数的后验分布图

Fig.3 Posterior distributions for stochastic background parameters

3.2 基于探测器噪声

在本节中，我们在模拟数据中加入了与探测器响应一致的仪器噪声以模拟标准的探测器环境，从而评估框架在实际观测约束下的参数提取能力。

为了确保参数的可靠性，我们基于 TDI 信道各异的敏感特性，采用了一种分步估计的方法^[14]。为了评估参数估计的准确性，我们利用零信道 T 来校准干涉测量系统 OMS 噪声，因为该信道在低频段对引力波信号自

然不敏感。本实验利用 T 通道的特性来固定参数 P_{OMS} （也就是先验表中的参数 P_{noise} ），再将这个数值带入 A 和 E 信道中，利用科学信道对低频的敏感特性从而解出 A_{acc} 。图 4 展示了针对光学测量系统噪声参数 P_{noise} 的后验概率密度分布。可以看到，在计入仪器噪声背景的情况下，SNPE 得到的分布形态与 MCMC 保持了良好的一致性，且峰值准确锁定在注入值附近。这验证了 SNPE 在提取此类高精度仪器噪声参数时的有效性。

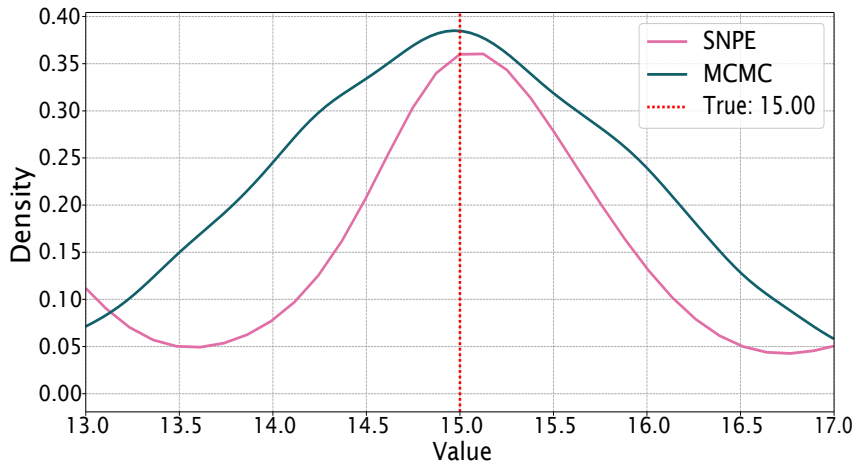


图 4 OMS 噪声水平参数的后验分布

Fig.4 Posterior distribution for the OMS noise level parameter

随后，我们在对信号敏感的 A 和 E 信道中，实现了对加速度噪声、天体物理源信号以及宇宙学源信号的同步估计。通过引入了加速度噪声 (A_{noise})，我们将任务扩展至六维参数空间，旨在验证框架在更复杂参数关联下的提取精度。图 5 展示了仪器噪声

(A_{noise}) 与多种天体物理及宇宙学背景参数的后验分布对比。可以看到，在计入仪器噪声的情况下，SNPE 得到的后验分布与 MCMC 结果高度重合，且准确覆盖了注入值，表明 SNPE 在处理多源叠加信号时具有与 MCMC 相当的性能。

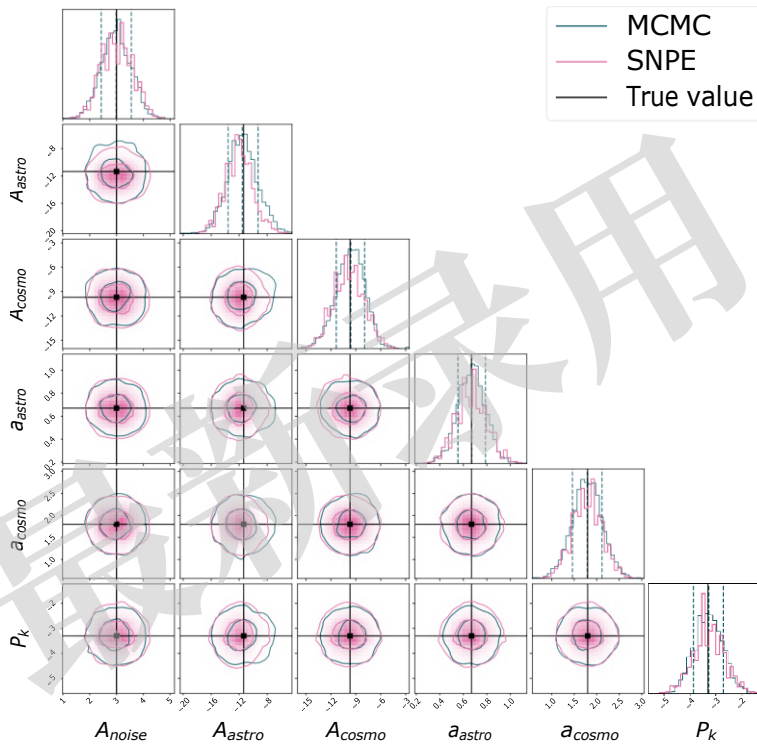


图 5 仪器噪声与随机引力波背景的后验分布

Fig.5 Posterior distributions of instrumental noise and SGWB parameters.

3.3 基于混淆噪声

在引入银河系混淆噪声后，本章聚焦于 11 维全参数空间的同步估计，涵盖了天体物理信号、宇宙学背景及仪器噪声的完整物理特征。图 6 揭示了 SNPE 和 MCMC 在处理参数间复杂关联方面的性能差异。这种全维度分析方法确保了模型能够准确识别不同来源信号及其相互影响。通过对比 SNPE 与

MCMC 的采样结果可以发现，绝大多数参数的后验分布在形态上保持了一致，且均能较好地覆盖注入真实值。对于仪器噪声振幅 A_{noise} ，SNPE 得到的分布虽与 MCMC 存在小幅偏差，但其峰值位置仍处于合理区间内。总体而言，SNPE 成功捕获了多源叠加场景下的复杂参数，验证了该框架在处理多维复杂信号问题时的可行性。

为了提供严谨的定量验证，我们计算了 SNPE 相对于 MCMC 参考后验的 Jensen-Shannon 散度。表 2 展示了 SNPE 后验分布相对于 MCMC 参考的 JS 散度值，列出了各项参数在 SNPE 与 MCMC 两种方法下的后验分布差异。可以看到，大部分参数的差异值均保持在较低水平（ 10^{-2} 量级及以下），表明两者的分布形态高度吻合。相比之下，仪器噪声振幅 A_{noise} 的差异值较大（约 0.22），这与图 6 中观察到的轻微偏移相符。尽管如此，该项指标仍处于可接受范围内。总体而言，结果表明该框架在处理多维复杂信号任务时具有良好的可靠性。

为了进一步验证框架的鲁棒性，图 7 展示了 SNPE 在不同数据配置（仅信号源、包含检测器噪声影响、以及全数据场景）下后验分布的推断结果对比。尽管维度的增加降低了推断的精确度，但三种模型得到的后验峰值位置均与黑色真值线高度重合，表现出卓越的无偏性。这证明了本文构建的推断框架在处理复杂高维随机背景信号任务时，能够给出更保守、更严谨的不确定性估计，且不会因维度的扩展而产生系统性偏差，进一步验证了该模型在应对真实复杂探测任务时的可靠性。

通过对 100 组独立的测试事件进行性能评估（见表 3），结果表明本文构建的基于

神经后验估计的推断框架展现出了卓越的统计稳健性。统计结果显示，所有物理参数的偏差均控制在较低水平（约 0.02% ~ 1.43%）。同时，各参数对应的 CI 均能有效覆盖物理真值。最关键的统计指标 95% Coverage 在所有测试参数上均分布在 95% ~ 100% 之间，高度契合理论预期。各参数的 95% Coverage 分布在 95% 至 100% 之间，这高度符合统计学预期，说明模型生成的后验分布能够准确、自洽地量化参数的不确定性。有力地支撑了该模型在处理复杂引力波随机背景信号参数估计任务中的可靠性。

图 8 展示了 11 个参数的统计校准 P-P 图。绝大多数参数的 CDF 曲线均紧密围绕对角线波动，并保持在 95% 置信区间内，证明了由 SNPE 推导出的后验分布在全参数空间内具有整体的统计自洽性。然而，参数 A 表现出明显的向上偏离对角线的趋势。在 P-P 图分析中，这种形态说明模型给出的后验分布偏保守，即对该参数的不确定性估计过宽。这可能是由于参数 A 与其他高维参数在空间引力波探测器的响应函数中存在某种影响，使得 SNPE 难以在有限的训练样本下给出更精细、精准的约束。

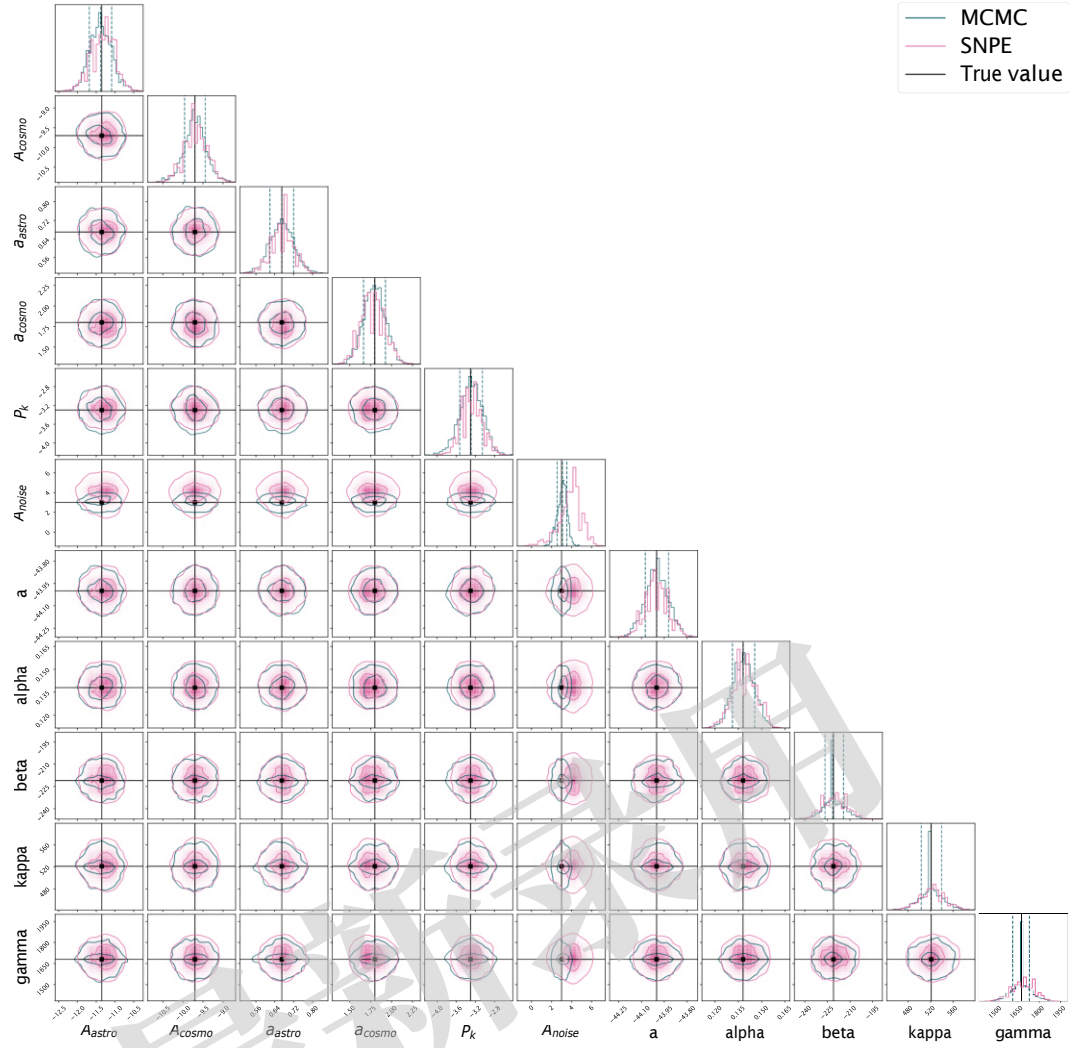


图 6 SGWB、混淆噪声与仪器噪声的完整后验分布图

Fig.6 Full posterior distributions of SGWB, confusion noise, and instrumental noise

表 2 SNPE 与 MCMC 后验分布的 JS 散度量

Table 2 Quantification of Jensen-Shannon divergence between SNPE and MCMC posterior distributions

参数	SNPE vs MCMC
A_{astro}	8.24×10^{-3}
a_{astro}	4.35×10^{-3}
A_{cosmo}	8.99×10^{-3}
a_{cosmo}	9.14×10^{-3}
P_k	1.15×10^{-2}
a	6.86×10^{-3}
α	7.05×10^{-3}
β	1.35×10^{-2}
κ	8.20×10^{-3}
γ	3.01×10^{-2}
A_{noise}	2.24×10^{-1}

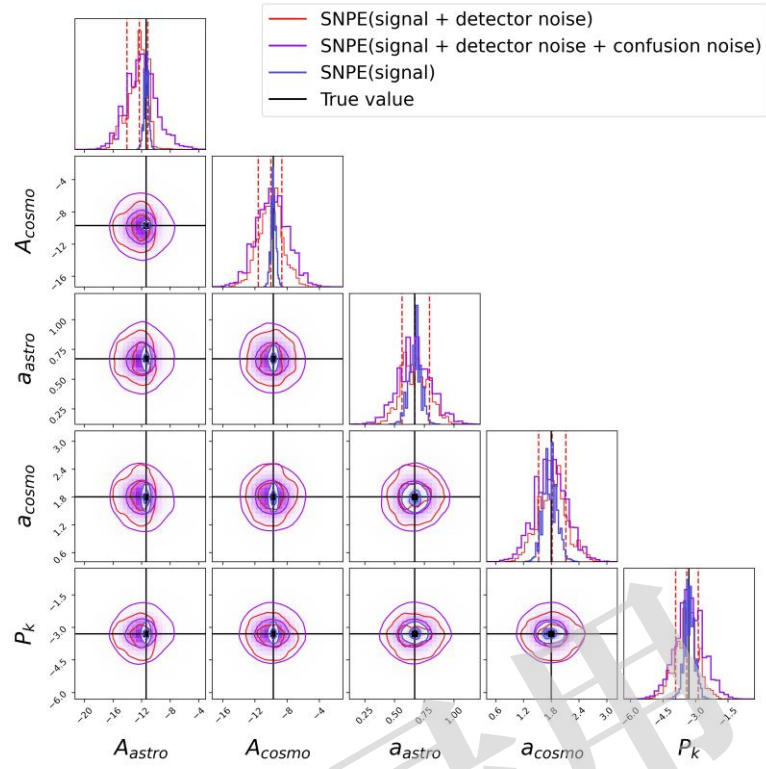


图 7 不同噪声场景下 SNPE 后验估计的对比角图。

Fig.7 Corner plot comparing SNPE and MCMC posterior estimates under different noise scenarios.

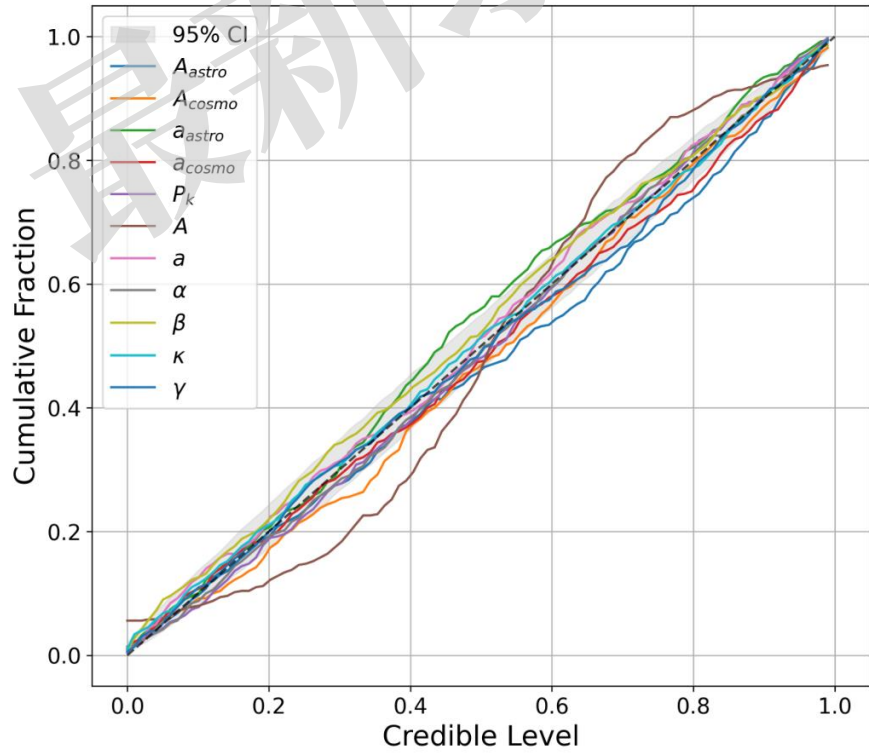


图 8 11 维随机引力波背景 (SGWB) 参数空间的 P-P 图

Fig.8 P-P plot for the 11-dimensional SGWB parameter space.

表 3 基于 100 组独立 SGWB 测试事件的统计验证汇总表
Table 3 Statistical validation based on 100 independent SGWB test events

参数	误差	置信区间	95% 覆盖率
A_{astro}	0.52%	[-12.06, -10.72]	97%
A_{cosmo}	0.39%	[-10.37, -9.05]	95%
a_{astro}	0.34%	[0.56, 0.79]	96%
a_{cosmo}	-0.82%	[1.51, 2.08]	98%
P_k	0.42%	[-3.88, -2.77]	98%
a	0.02	[-44.16, -43.84]	99%
α	1.34	[0.12, 0.15]	96%
β	-0.21%	[-236.93, -203.88]	96%
κ	0.46	[470.00, 571.62]	97%
γ	0.15%	[1519.55, 1844.34]	95%
A_{noise}	1.43%	[1.76, 4.16]	98%

4 结论

本研究开发了一套参数估计框架，实现了在仪器噪声与混淆噪声叠加的背景下对引力波信号的提取。测试结果表明，该方法在噪声占据主导的情况下，仍能给出可靠的参数估计结果；在引入模拟的银河系混淆背景后，模型依然能够给出准确的后验分布。在计算效率的量化评估方面，本文对比了传统 MCMC 与 SNPE 框架在处理相同规模 11 维观测任务时的表现。实验结果显示，MCMC 完成整组任务的累计耗时约为 10 天。相比之下，本文提出的 SNPE 方法完成同规模任务花费的总时长仅为十几分钟（约 15 分钟）。这一结果证明，SNPE 将高维参数估计的在线计算开销降低了约三个数量级。这种加速对于处理空间引力波任务中海量的 SGWB 数据流具有决定性的工程意义。

未来研究可探讨引入动态建模机制以应对探测器运行中的非平稳噪声及其产生的频

谱干扰，并结合 U 通道等多通道整合方案以协助区分噪声与引力波信号，从而进一步提升复杂背景下参数估计的可靠性。需要明确的是，本文的研究结论主要建立在特定的物理噪声模型之上。而在未来的真实探测任务中，非高斯噪声以及复杂的仪器系统误差将成为不可忽视的严峻挑战。从长远来看，空间引力波背景探测的可靠性将极大程度上依赖于推断模型对复杂物理环境的泛化能力。未来的研究方向可重点关注如何通过引入更具表现力的生成式模型来捕捉非理想数据中的复杂分布畸变，并探索多级预处理流程与统计推断框架的融合机制。

本研究的意义并不局限于随机引力波背景的特定参数模型。通过验证从受混淆噪声影响的数据流中提取高维度参数的可行性。在引力波数据分析领域，以 SBI 为核心的方法已实现广泛应用，其范畴涵盖了从致密双星参数的后验重构、地基探测器推断框架的体系化构建，到 LISA 随机背景信号提取、仪器噪声灵

敏度优化。这一系列进展正深刻引领着从探测器辅助诊断到天体物理源解释的全流程机器学习变革。针对 Taiji 和 LISA 等空间引力波任务在数年观测周期内产生的大规模数据流, SNPE 模型展现了卓越的计算效率, 可在分钟量级内完成精确的后验分布推断。这种计算效率的量级提升, 为未来任务中的实时数据监测及早期宇宙演化特征探测提供了切实可行的工程方案。随着空间引力波探测技术的进一步发展, 此类分析方法对于研究致密双星的演化动力学以及理解宇宙引力波背景也具有潜在的应用价值。

参考文献:

- [1] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, *et al.* Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J]. *Physical Review Letters*, 2016, **116**(6): 061102
- [2] AMARO-SEOANE P, AUDLEY H, BABAK S, *et al.* Laser interferometer space antenna[OL]. arXiv preprint arXiv: 1702.00786, 2017
- [3] CAPRINI C, HINDMARSH M, HUBER S, *et al.* Science with the space-based interferometer eLISA. II: gravitational waves from cosmological phase transitions[J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2016, **2016**(4): 001
- [4] BARTOLO N, CAPRINI C, DOMCKE V, *et al.* Science with the space-based interferometer LISA. IV: probing inflation with gravitational waves[J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2016, **2016**(12): 026
- [5] XU H, CHEN S Y, GUO Y J, *et al.* Searching for the nano-hertz stochastic gravitational wave background with the Chinese pulsar timing array data release I[J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2023, **23**(7): 075024
- [6] WANG G, HAN W B. Alternative LISA-TAIJI networks: detectability of the isotropic stochastic gravitational wave background[J]. *Physical Review D*, 2021, **104**(10): 104015
- [7] BOILEAU G, LAMBERTS A, CHRISTENSEN N, *et al.* Spectral separation of the stochastic gravitational-wave background for LISA in the context of a modulated Galactic foreground[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2021, **508**(1): 803-826
- [8] BHARDWAJ U, ALVEY J, MILLER B K, *et al.* Sequential simulation-based inference for gravitational wave signals[J]. *Physical Review D*, 2023, **108**(4): 042004
- [9] ALVEY J, BHARDWAJ U, DOMCKE V, *et al.* Simulation-based inference for stochastic gravitational wave background data analysis[J]. *Physical Review D*, 2024, **109**(8): 083008
- [10] ROULET J, VENUMADHAV T. Inferring binary properties from gravitational-wave signals[J]. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 2024, **74**(1): 207-332
- [11] RAYMOND V, AL-SHAMMARI S, GÖTTEL A. Simulation-based inference for gravitational-waves from intermediate-mass binary black holes in real noise[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2025, **542**(2): 1103-1108
- [12] ALVEY J, BHARDWAJ U, DOMCKE V, *et al.* Leveraging time-dependent instrumental noise for the LISA stochastic gravitational wave background analysis[J]. *Physical Review D*, 2025, **111**(10): 102006
- [13] CUOCO E, CAVAGLIA M, HENG I S, *et al.* Applications of machine learning in gravitational-wave research with current interferometric detectors[J]. *Living Reviews in Relativity*, 2025, **28**(1): 2
- [14] DIMITRIOU A, FIGUEROA D G, ZALDIVAR B. Fast likelihood-free reconstruction of gravitational wave backgrounds[J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2024, **2024**(9): 032
- [15] CHRISTENSEN N. Measuring the stochastic gravitational-radiation background with laser-interferometric antennas[J]. *Physical Review D*, 1992, **46**(12): 5250-5266
- [16] CAMP J B, CORNISH N J. Gravitational wave astronomy[J]. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 2004, **54**: 525-577
- [17] PHINNEY E S. A practical theorem on gravitational wave backgrounds[J]. arXiv preprint arXiv:astro-ph/0108028, 2001
- [18] CHEN Z C, HUANG F, HUANG Q G. Stochastic gravitational-wave background from binary black holes and binary neutron stars and implications for LISA[J]. *The Astrophysical Journal*, 2019, **871**(1): 97
- [19] ATHRON P, MORRIS L, XU Z X. How robust are gravitational wave predictions from cosmological

- phase transitions?[J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2024, **2024**(5): 075
- [20] FUJIKURA K, GIRMOHANTA S, NAKAI Y, *et al.* NANOGrav signal from a dark conformal phase transition[J]. *Physics Letters B*, 2023, **846**: 138203
- [21] ANTONIADIS J, ARUMUGAM P, ARUMUGAM S, *et al.* The second data release from the european pulsar timing array.IV. Implications for massive black holes, dark matter, and the Early Universe[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2024, **685**: A94
- [22] CORNISH N, ROBSON T. Galactic binary science with the new LISA design[C]//*Journal of Physics: Conference Series*. Switzerland: IOP Publishing, 2017, **840**(1): 012024
- [23] CAPRINI C, CHALA M, DORSCH G C, *et al.* Detecting gravitational waves from cosmological phase transitions with LISA: an update[J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2020, **2020**(3): 024
- [24] HINDMARSH M, HUBER S J, RUMMUKAINEN K, *et al.* Shape of the acoustic gravitational wave power spectrum from a first order phase transition[J]. *Physical Review D*, 2017, **96**(10): 103520
- [25] AUCLAIR P, BACON D, BAKER T, *et al.* Cosmology with the laser interferometer space antenna[J]. *Living Reviews in Relativity*, 2023, **26**(1): 5
- [26] BABAK S, PETITEAU A. LISA data challenge manual[R]. Paris: LISA Consortium, 2019
- [27] BAGHI Q, BAKER J G, SLUTSKY J, *et al.* Fully data-driven time-delay interferometry with time-varying delays[J]. *Annalen der Physik*, 2024, **536**(2): 2200447
- [28] FLAUGER R, KARNESIS N, NARDINI G, *et al.* Improved reconstruction of a stochastic gravitational wave background with LISA[J]. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2021, **2021**(1): 059
- [29] DIGMAN M C, CORNISH N J. Parameter estimation for stellar-origin black hole mergers in LISA[J]. *Physical Review D*, 2023, **108**(2): 023022
- [30] GREENBERG D, NONNENMACHER M, MACKE J. Automatic posterior transformation for likelihood-free inference[C]//*Proceedings of the 36th International Conference on Machine Learning*. California: PMLR, 2019: 2404-2414
- [31] CRANMER K, BREHMER J, LOUPPE G. The frontier of simulation-based inference[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2020, **117**(48): 30055-30062

作者简介



王媚萱，女，新疆昌吉人，中国科学院大学硕士在读生，主要从事空间引力波探测参数估计方向的研究。



赵天宇（通信作者），男，现为中国科学院力学研究所博士后，自攻读博士以来从事深度学习与引力波数据处理领域的研究工作，主要研究方向为：引力波波形建模、数据降噪、信号探测、参数估计等。



徐鹏（通信作者），男，现为中国科学院力学研究所研究员，博士生导师。主要从事实验引力、引力波物理、卫星重力方向的研究。

E-mail: xupeng@imech.ac.cn