

热波在超低热导率材料中的传递特性*

洪思慧¹ 周宇鹏² 赵欣²

1(浙江大学电气工程学院 杭州 310027)

2(北京空间飞行器总体设计部 航天器热控全国重点实验室 北京 100094)

摘要 考虑具有时频变化的空间外热流和具有单一超低热导率隔热材料,采用广义热弹性理论和一维热波理论对外热流噪声在单级隔热材料中的传递过程建立数理模型.结合一维热波理论的 CV 模型构建了温度的阻尼振荡模型,对外热流在单层材料中的准稳态传递过程进行数理建模,构建温度噪声对外热流噪声响应的函数关系,获得热流传递路径上材料各处的温度响应特性;通过敏感度分析,确定影响温度噪声衰减的关键参数及其影响规律.

关键词 热弹性理论, 热质理论, 温度响应, 物性参数

中图分类号 TB34

Thermal Wave Transfer Characteristics in Ultra-low Thermal Conductivity Materials

HONG Sihui¹ ZHOU Yupeng² ZHAO Xin²

1(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

2(National Key Laboratory of Spacecraft Thermal Control, Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094)

Abstract Considering a single ultra-low thermal conductivity insulation material, the transfer process of external heat flow noise in a single stage insulation material is modeled by using generalized thermoelasticity theory and one-dimensional thermomass theory. Combined with the CV model of one-dimensional Fourier heat conduction theory, the damping oscillation model of temperature was proposed, and the quasi-steady transfer process of external heat flow in single-layer materials was modeled. The functional relationship of temperature noise response to external heat flow noise was constructed, and the corresponding characteristics of node temperature were obtained. Through sensitivity analysis, the key parameters and their influencing rules of temperature noise attenuation were clarified.

Key words Thermoelastic theory, Heat and mass theory, Temperature response, Physical property parameter

* 国家重点研发计划项目资助 (2022YFC2204401)

2024-08-13 收到原稿, 2025-04-17 收到修定稿

0 引言

空间引力波探测是人类观测宇宙、揭示引力物理本质与宇宙奥秘的重要途径。目前, 空间引力波探测的方案有 LISA、太极和天琴计划。由于空间热流具有频率特性, 其对于空间引力波内部载荷温度稳定性有超高要求, 引力波热控要求达到 $\mu\text{K}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$ @1 mHz~1 Hz^[1]。此外, 引力波探测任务的内外热源扰动与全系统各级控制区域及科学载荷关键区域的温度噪声有强耦合关系, 有必要研究空间热流在超低导热材料中的传递特性, 对外热流在材料中的准稳态传递过程进行数理建模, 构建材料内部各点对外热流的响应函数关系, 获得材料内温度分布, 并且研究影响热波衰减的关键参数及其影响规律, 进而指导引力波探测温控系统的设计。

热波传递是物理学和工程学中的重要研究领域, 涉及能量传递、热力学过程及材料科学等多个方面。热波的传播特性不仅对理解微观尺度下的能量输运机制、优化热管理技术具有重要意义, 还能为新型材料(如纳米材料、超材料)的热性能设计提供理论基础。然而现有的热学理论模型不完善, 热传导理论在描述超快、非平衡热传导过程时存在局限性; 热波传递实验难度大, 缺乏高精度的测量手段, 特别是在低频外热流下的温度响应特性实验成本高、周期长、精度差。此外, 将热波传递理论应用于实际材料设计仍面临诸多技术难题, 例如热松弛时间测量困难、跨尺度模拟和实验验证难度大, 难以全面反映材料的热性能, 材料界面热阻和散射效应显著, 高温或强热流下热波传递呈非线性等。

本文针对引力波探测的温度稳定性需求, 利用广义热弹性理论和一维热波理论中的非傅里叶热传导模型进行改进, 提出基于 CV 模型的温度阻尼振荡模型, 对隔热材料物性的影响分析, 旨在对航天热控用新型隔热材料的开发和选型提供理论指导。

1 热波传递本质

在温度梯度驱动下建立相应热流需要一定的时间, 这意味着热流具有某种惯性。热流的滞后实际上是能量的耗散, 能量以材料热应力形变的形式被耗散。Zener 等^[2]提出了扩散引起衰减的概念, 认为热扩

散、原子扩散和磁扩散是衰减的原因^[2], 并从物理学角度解释了均匀介质中热弹性衰减的原因, 即振动体中应力的不均匀性会引起温度的扰动, 从而产生局部热流, 这些热流增加了固体振动的熵, 是内摩擦的一个来源。根据热力学定律, 物体发生应变时通常会伴随温度的变化^[3], 而温度的变化又会引起热流^[4]。后者会引起熵的增加, 从而导致振动能量的耗散。熵增不可逆引起的能量守恒方程的修正对应能量的衰减, 相应地, 体现在动量方程中为弛豫^[5]。这个过程通常被称为热弹性阻尼, 包含在由运动位移方程和修正的热方程组成的微分方程组中。黏弹性行为是物质体对外加应力(也可以是温度)变化的一个依赖于时间和机械的非瞬时响应^[6]。与无损弹性介质不同, 黏弹性固体一旦进入振动状态, 就不会无限期地持续振动。由于响应不是瞬时的, 所以需要有一个与时间相关的函数来描述材料的行为^[7]。

考虑温度-热应力的动态效应以及热波在传递过程中的耗散本质, 本文提出将热波在超低热导率材料中的传递过程考虑为阻尼振荡模型, 结合热质理论得到热波传递过程的阻尼特征。为验证该模型的有效性, 基于广义热弹性理论, 利用波的频散特性^[8]对热波在超低热导率材料中的传递特性进行解析求解, 并对比分析两种方法的预测结果; 考虑材料热物性(密度、比热容、热扩散系数)以及参考温度和热波频率对热波传递行为的影响, 为研究热波衰减规律提供理论指导。

2 广义热弹性理论与热波频散特性

Biot^[5]和 Deresiewicz^[9]建立了经典热弹性理论, 研究热影响下温度变化与应力和应变之间的相互关联特性。对于各向同性热弹性介质, 有

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = \partial_x u_x, \\ \epsilon_{yy} = \partial_y u_y, \\ \epsilon_{zz} = \partial_z u_z, \\ \epsilon_{xy} = \frac{1}{2} (\partial_x u_y + \partial_y u_x), \\ \epsilon_{xz} = \frac{1}{2} (\partial_x u_z + \partial_z u_x), \\ \epsilon_{yz} = \frac{1}{2} (\partial_y u_z + \partial_z u_y), \\ \epsilon = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = 2\alpha\epsilon_{xx} + \lambda\epsilon - \gamma T + f_{xx}, \\ \sigma_{yy} = 2\alpha\epsilon_{yy} + \lambda\epsilon - \gamma T + f_{yy}, \\ \sigma_{zz} = 2\alpha\epsilon_{zz} + \lambda\epsilon - \gamma T + f_{zz}, \\ \sigma_{xy} = 2\alpha\epsilon_{xy} + f_{xy}, \\ \sigma_{xz} = 2\alpha\epsilon_{xz} + f_{xz}, \\ \sigma_{yz} = 2\alpha\epsilon_{yz} + f_{yz}. \end{cases} \quad (2)$$

其中, σ_{ij} , ϵ_{ij} 和 u_{ij} 分别为应力、应变和位移分量; T 为温度增量; γ 为应力-温度系数, $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_T$; λ 为 Lamé 常数; α 为热膨胀系数. 由此可见, 温度的变化会引起体应力的变化.

在动量守恒方程中考虑上述热弹性材料的应力-应变关系, 可以得到热弹性动力学方程如下^[8]:

$$\begin{cases} (\lambda + \mu)u_{ji} + \mu u_{ji} - \gamma T_i - \rho \ddot{u}_i = 0, \\ \kappa T_{ji} - c(\dot{T} + \tau \ddot{T})\mu u_{ji} - \gamma T_0(\dot{u}_{j,j} + \tau \ddot{u}_{j,j}) - q = 0. \end{cases} \quad (3)$$

根据平面波 (纵波、热波等) 的频散关系, 当波的位移矢量方向与传播方向一致时, 有^[8]

$$v_c^4 - (v_a^4 + M)v_c^2 + Mv_1^2 = 0. \quad (4)$$

其中, v_1 为等温下的相速度, v_a 为绝热条件下的相速度^[9], 有

$$v_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}, v_a = \sqrt{v_1^2 + b^2}. \quad (5)$$

其中, 温度-应力耦合系数 $b = \gamma\sqrt{T_0/(\rho C)}$.

根据广义热弹性理论, 弛豫系数 $M = i\omega a^2/(1 + i\omega\tau)$, 其中热扩散率 $a = \sqrt{k/C}$. 弛豫时间 $\tau = k/(Cv_1^2)$.

利用复速度, 可以得到相速度 v_p 和衰减因子 A 分别为

$$v_p = \left(\operatorname{Re}\frac{1}{v_c}\right)^{-1}, \quad A = -\omega \operatorname{Im}\left(\frac{1}{v_c}\right). \quad (6)$$

为反映每个应力周期内的耗散能量, 采用 Dersiewicz 在 1957 年提出的衰减系数 L ^[7], 即

$$L = 4\pi \frac{Av_p}{\omega}. \quad (7)$$

3 基于热质理论的一维材料热传导特性

为构建基于热质理论的一维材料热传导模型, 模型假设如下.

假设 1 材料各向同性, 热量呈一维传递, 热流的传递方向仅考虑为温差方向.

假设 2 无内热源条件, 进入与流出平面的热流守恒.

假设 3 温度/能量的衰减考虑为材料的阻尼特性, 且符合受迫阻尼振荡特征.

Guo 等^[10-13] 提出的热质学说的理论基础, 是把爱因斯坦对于机械运动的质能关系推广至热运动^[13], 基于假设 1, 其基本原理如图 1 所示^[12]. 对于做热运动的气体分子或者振动的晶格, 具有一个热质 (量), 等效热质密度和体积. 对于固体晶格, 其热质量为

$$m_h = \frac{E_{D0}}{C^2} = \frac{M_0 c T}{C^2}. \quad (8)$$

式中, C 为光速.

当介质具有非均匀的温度场时, 介质中存在热质压力梯度, 这种梯度驱动了热质的流动^[13]. 相应地, 可推导得到热质的运动速度^[13], 有

$$q = \rho_0 c T u_h, \quad (9)$$

$$q_h = \rho_h u_h. \quad (10)$$

类似于质量连续方程, 热质守恒方程为

$$\frac{\partial \rho_h}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_h U_h) = 0. \quad (11)$$

基于假设 2, 进入和流出平面的热流是守恒的. 但由于热质密度是温度的函数, 流入平板的热质速度小于流出平板的热质速度^[13], 有

$$\frac{U_{h1}}{U_{h2}} = \frac{\rho_{h1}}{\rho_{h2}} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (12)$$

考虑无热源条件时的能量方程 (假设 2), 则一维单相弛豫非傅里叶导热 (Cattaneo-Vernotte, CV) 模型下的温度分布方程为^[14]

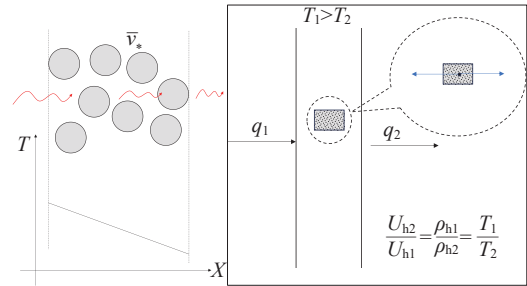


图 1 热质理论原理

Fig. 1 Schematic diagram of the principles of the thermomass theory

$$C_n^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\tau_q} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}. \quad (13)$$

在 CV 模型中, 热量的传播不再满足传统的傅里叶热传导定律, 而是引入了一个有限的热传播速度, 可类比为弹性波在 Maxwell 模型黏弹性介质中的传播^[15], 即为一维热波波动方程, 其解为^[15,16]

$$T(x, t) = A_1 \theta(x, t) e^{-i\omega t}, \quad (14)$$

$$\theta(x, t) = A_1 e^{i\gamma x} + A_2 e^{-i\gamma x}. \quad (15)$$

由上述两式可得

$$T(x, t) = A_1 e^{i\gamma x - i\omega t} + A_2 e^{-i\gamma x - i\omega t}. \quad (16)$$

由式 (12) 知, 热量总是以越来越快的速度从温度较高的区域向温度较低的区域传递, 由牛顿第二定律可构建热质的动力学方程为

$$F_d - f + F \cos \omega t = ma = m \frac{d^2 T}{dt^2}, \quad (17)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \delta \frac{dT}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m} \cos \omega t. \quad (18)$$

基于假设 3, 各位置的温度时域变化特性应受材料物理性质影响, 考虑阻尼振荡进行描述, 则各位置的温度振荡为

$$T(t, x) = A_0 e^{-\beta t} \cos \left[\omega' \left(t + \frac{x}{u_h} \right) + \varphi \right]. \quad (19)$$

至此, 阻尼项和阻尼振荡角频率可依据热质理论得到, 即

$$\beta = \frac{\gamma u_h^2 c \rho_h}{k}, \quad \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (20)$$

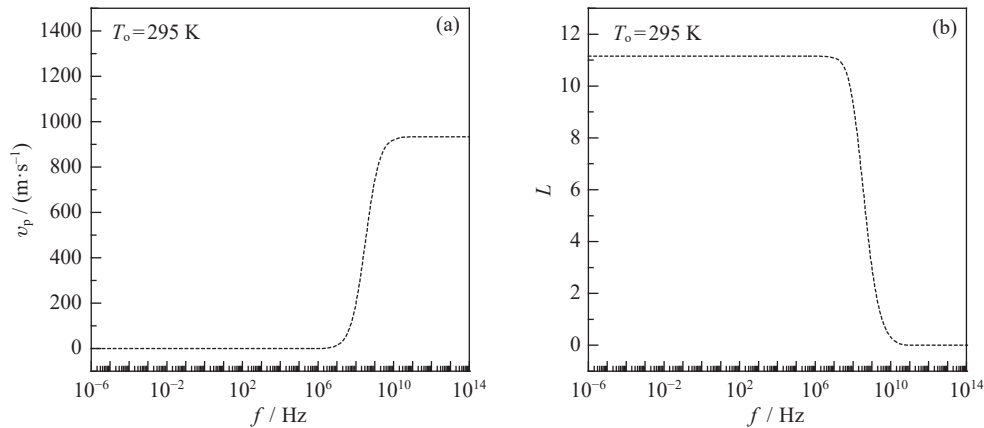


图 2 基于热弹性理论计算的热波在各向同性介质中传递的相速度和衰减系数结果

Fig. 2 Calculation results of phase velocity and attenuation coefficient for thermal wave propagation in isotropic media based on thermoelastic theory

式中, c 为比热容, k 为热导率, ρ_h 为热质密度, γ 为格留森常数, 则热质速率和热质密度分别为

$$u_h = \sqrt{k/(\rho c \tau)}, \quad \rho_h = \frac{\rho_0 c T}{C^2}. \quad (21)$$

4 结果与讨论

4.1 基于热弹性理论分析的热波传递

在广义热弹性理论中, 热波以波动形式传播, 具有多个频率的热波在传播过程中会发生频散. 材料本身物性的变化 (热导率、热容等) 会引起耗散的差异, 进而影响波的传播速度和频散特性. 热导率主要影响波的传播速度和耗散, 热容则影响热波的传播速度和能量分布, 二者共同决定了热扩散率和频散特性. 根据上述热弹性理论及频散关系, 对表 1 中典型的热弹性介质模型参数进行理论验证及敏感度分析.

图 2 给出了基于广义热弹性理论和热波的频散特性分析的热波在材料中的传递特性结果. 如图 2 所示, 高频的热波衰减弱, 波动性强, 而低频热波衰减强, 热扩散特性显著. 这一结果与 Hou 等^[8]的理论结

表 1 热弹性介质模型参数

Table 1 Parameters of the thermoelastic model

热弹性介质模型参数	数值
导热系数 $k/(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	0.28, 2.8, 28
比热容 $c/(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	114, 154, 204
热膨胀系数 $\alpha_T (\times 10^{-6})/\text{K}^{-1}$	2.5, 2.8, 3.0
参考温度 T/K	25, 50, 100, 200, 300

果具有一致性.

图3~6给出了采用热弹性理论对材料物性, 包括参考温度、导热系数、热膨胀系数以及比热等, 对热波在各向同性材料中传播的影响结果.

由图3可知, 参考温度对热波传递过程的影响主要表现为两方面: 一方面, 在低温条件下, 热波在低频条件下的衰减更为显著; 另一方面, 在高低频之间热效应过渡频段, 热波在低温区的衰减系数差异小.

由图4可知, 材料导热系数对热波传递过程的影响主要体现在以下几方面.

(1) 随着材料导热系数的提高, 介质的弛豫时间增加, 即达到热稳定的时间增长, 热流的惯性作用更显著.

(2) 材料导热系数的增加会热波传播的特性在低频范围内发生变化, 传播速度变得更慢, 波形更加分散, 这与Hou等^[8]的研究结果一致. 导热系数的变化会引起热波传播模式的转变, 即从低频、缓慢、强衰减的扩散模式转变为高频、快速、弱衰减的波动模式^[10]. 高热导率材料中, 热波能量耗散更快, 在更低频率下即可发生衰减, 导致波幅衰减更显著; 在低热导率材料中, 热波衰减较慢, 传播距离更远.

热膨胀系数衡量材料在加热过程中膨胀的幅度, 并且与材料的热应力和热应变紧密关联^[8]. 由图5可知, 热膨胀系数影响了热波的极限速度, 但并没有引起热波频散效应发生时的起始频率变化^[8], 且高低频之间频散效应的过渡带频宽度也并未随着材料的热

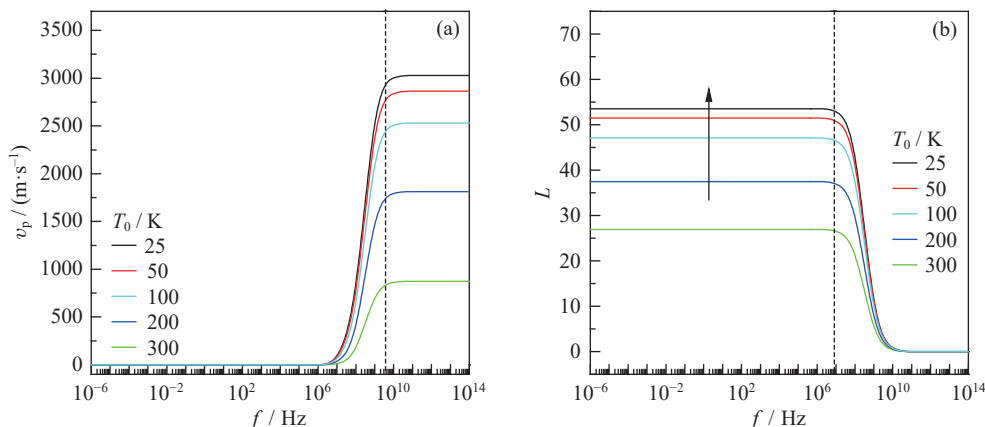


图3 不同参考温度对热波在各向同性介质中传递的相速度和衰减系数的影响

Fig. 3 Effect of reference temperature on phase velocity and attenuation coefficient for thermal wave propagation in isotropic media

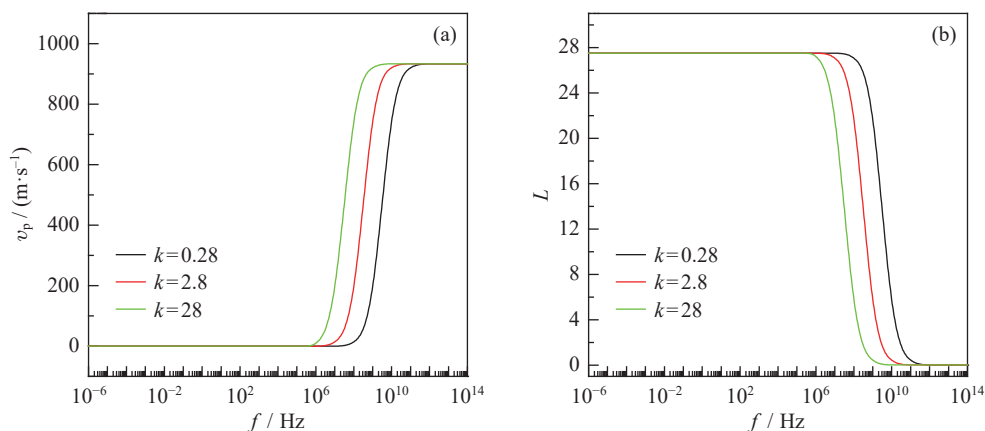


图4 材料导热系数对热波在各向同性介质中传递的相速度和衰减系数的影响

Fig. 4 Effect of material thermal conductivity on phase velocity and attenuation coefficient for thermal wave propagation in isotropic media

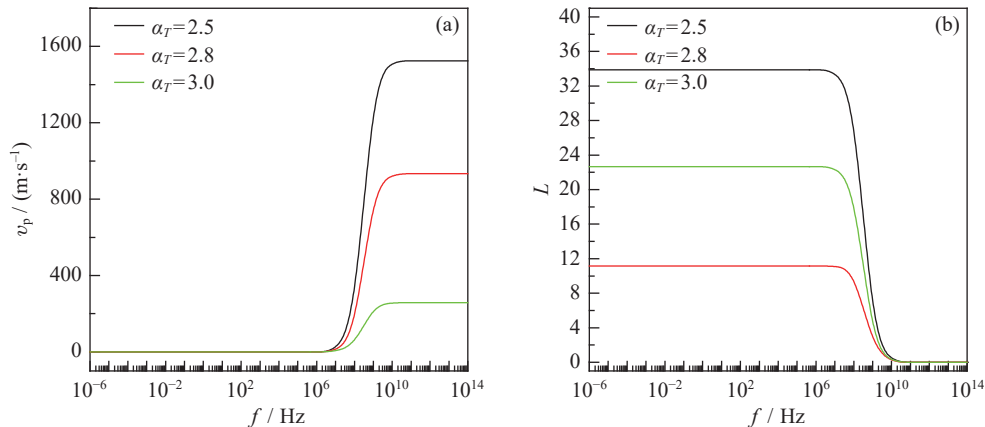


图 5 材料热膨胀系数对热波在各向同性介质中传递的相速度和衰减系数的影响

Fig. 5 Effect of material thermal expansion coefficient on phase velocity and attenuation coefficient for thermal wave propagation in isotropic media

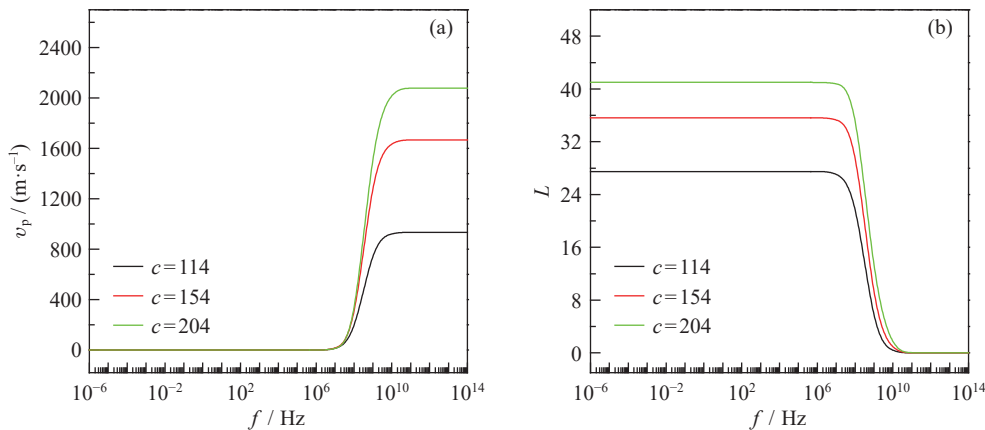


图 6 材料比热对热波在各向同性介质中传递的相速度和衰减系数的影响

Fig. 6 Effect of material specific heat capacity on phase velocity and attenuation coefficient for thermal wave propagation in isotropic media

膨胀系数变化, 这说明热波在材料中的扩散频率与材料的热膨胀系数相关性极低。

根据图 6 可知, 材料比热对热波传递过程的影响主要体现在以下方面。

(1) 热容是材料储存热量的能力, 影响热波的传播和能量分布。材料比热的变化会使得热波发生频散的起始频率产生微小偏移^[8], 同时影响相速度大小。

(2) 比热越大, 热波的相速度在高频段越大, 同时低频段的衰减系数增大, 衰减性能更强。材料的比热容越大, 热流的能耗损失越显著, 因此反映在热波的频散效应里, 即为其衰减系数越大。

4.2 基于热质理论的阻尼振荡模型验证

选用超低导热系数的泡沫塑料作为隔热材料, 其

物性参数列于表 2。

根据热质理论方法构建的热质运动方程, 采用表 2 相关物性参数, 可以得到具有不同频率热流输入下的材料温度相应特性, 其结果如图 7 所示。同时, 为了验证基于热质理论所构建的振荡模型的有效性, 将采用实际超低热导材料、基于热弹性理论计算相关结果进行对照分析。图 8 给出了基于广义热弹性理论计算得到的热波传递的相速度及衰减系数, 其中物性参数采用表 2 中数据。

由图 7 可以看到, 提高输入热流的波动频率后, 材料中的温度响应会变得越来越难以被抑制。无量纲温度 T' 定义为材料的响应温度与来流温度之比, 反映的是归一化后的温度响应特性。材料的温度响应在低

表 2 实际隔热材料的材料物性参数
Table 2 Material property parameters of practical thermal insulation material

泡沫塑料的材料物性参数	数值
导热系数 $k_0/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	0.2
比热容 $c_0/(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	1340
密度 $\rho_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	250
热扩散系数 $\alpha/(\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1})$	0.012216944
参考温度 T/K	295

频下与来流温度扰动的振幅几乎相同, 基本无衰减. 而随着输入热波 (来流) 频率的降低, 材料中的无量纲温度很快减小至 0, 说明在 1 个周期后即可完全被抑制, 实现了很好的隔热和降低扰动的作用.

结合图 7 和图 8 可以看到, 两种方法得到的热波衰减特性是一致的, 即在低频的外热流扰动下, 热波在超低导热材料中传递时的衰减更为显著.

4.3 基于阻尼振荡模型的热波传递特性分析

与 4.1 节相似, 利用基于热质理论所构建的阻尼

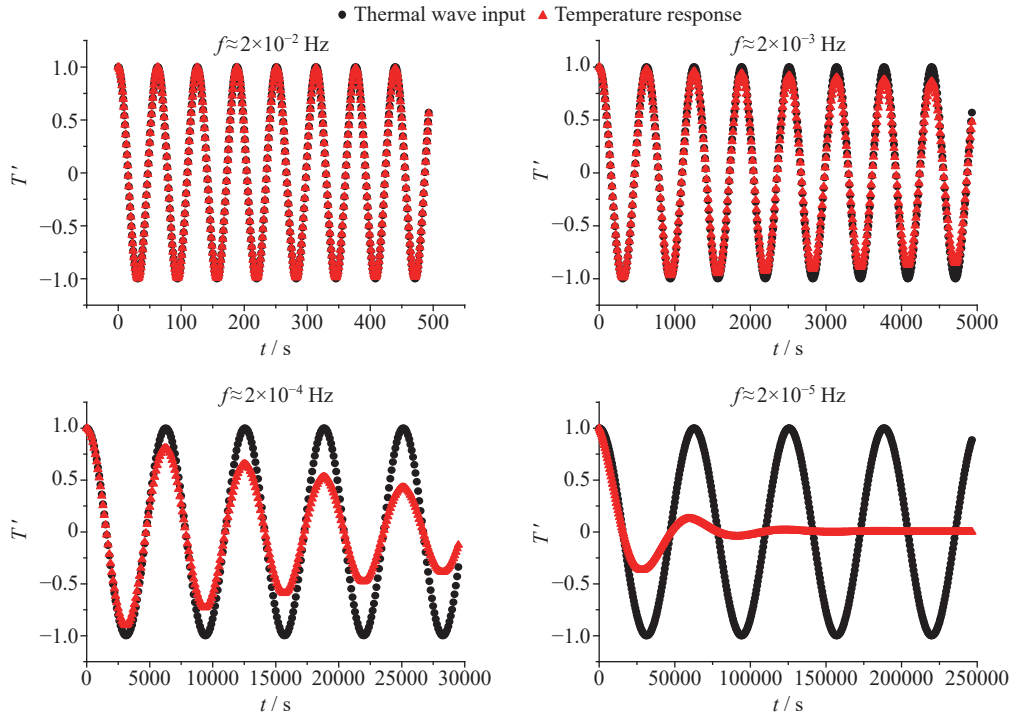


图 7 基于热质理论计算的温度响应特性

Fig. 7 Calculated temperature response characteristics based on the thermomass theory

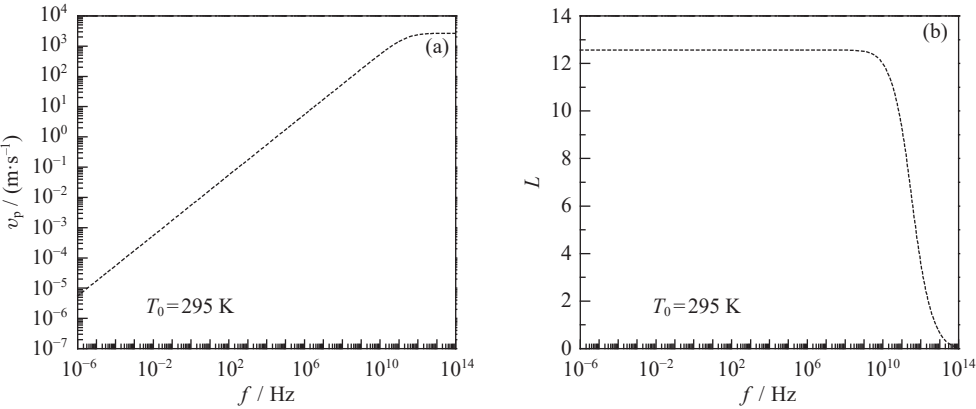


图 8 基于广义热弹性理论的热波传递特征

Fig. 8 Thermal wave transfer characteristics based on generalized thermoelastic theory

振荡模型分析了材料不同物性参数 (比热、密度和导热系数) 对温度相应特性的影响, 结果如图 9 所示。

可以看到, 比热容对材料的衰减特性影响最为显著。比热容越大, 相同温差下热质所具有的压力势能 (压力梯度) 越大, 其引起的热质输运加速也越显著, 因而热质传递的阻力也越大。即热质克服惯性做功越大, 耗散越显著。相比而言, 导热系数对温度响应特性

的影响最不显著。当增大比热至原材料的 2.2 倍, 无量纲温度 T' 在 $t = 5000$ s 时减小了 63.8%。增大导热系数至原材料的 2.2 倍, 无量纲温度 T' 在相同时间间隔后仅变化了 4.8%。同样地, 增大密度至原材料的 2.2 倍, 无量纲温度 T' 则减小了 29.4%。由此可见, 在选取或调控隔热或热屏蔽材料时, 应优先考虑比热容大且兼顾密度大的材料, 如复合相变材料等。

5 结论

针对热波在连续介质材料中的传递过程, 利用广义热弹性理论和热质理论分别计算分析了其传播行为特征。两种理论求解结果得到了一致的结论, 进一步印证了热质理论在考虑热波传递行为方面的有效性, 具体结论如下。

(1) 结合两种计算方法可知, 与利用非傅里叶传热的波动传播近似, 利用所构建的阻尼振荡模型可以得到较好的预测结果。

(2) 比热容对热波在材料中传递的衰减特性影响最为显著。比热容越大, 热质输运加速越显著, 热质克服惯性做功越大, 耗散越显著, 因而可成为最佳优化的物性参数。

参考文献

- [1] XIA Bing, CHEN Houyuan, WANG Yiping, *et al.* External heat flux and thermal control design of space gravitational wave detection satellite[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2021, **60**(1/2): 138-145 (夏冰, 陈厚源, 汪一萍, 等. 空间引力波探测卫星外热流环境及其热控设计 [J]. 中山大学学报 (自然科学版), 2021, **60**(1-2): 138-145)
- [2] ZENER C M, SIEGEL S. Elasticity and anelasticity of metals[J]. *The Journal of Physical and Colloid Chemistry*, 1949, **53**(9): 1468
- [3] ZHANG Yan. Analysis on the Bottom Strain of the Layered Structure Based on the Model Test[D]. Xi'an: Chang'an University, 2014 (张艳. 基于模型试验的层状结构物层底应变分析 [D]. 西安: 长安大学, 2014)
- [4] GUEGUEN Y. Wave propagation and attenuation in rocks from poroelasticity and thermoelasticity[C]//*Poromechanics V: Proceedings of the Fifth Biot Conference on Poromechanics*. Virginia: American Society of Civil Engineers, 2013: 2391-2394
- [5] BIOT M A. Thermoelasticity and irreversible thermody-

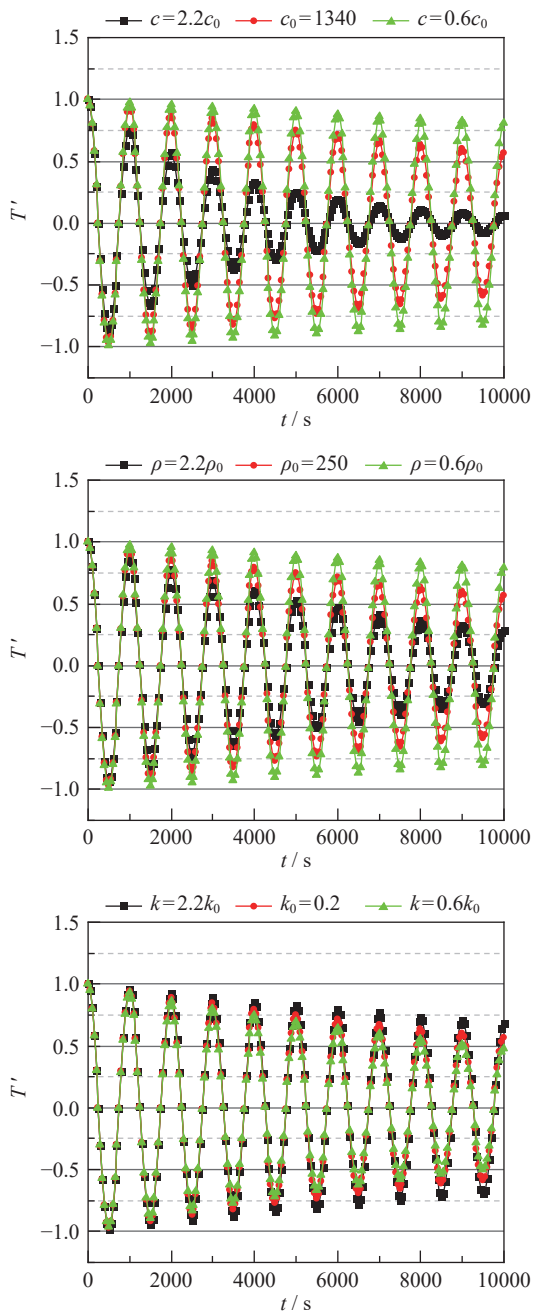


图 9 材料物性参数对温度相应特性的敏感度分析

Fig. 9 Sensitivity analysis of material property parameters on temperature response characteristics

- namics[J]. *Journal of Applied Physics*, 1956, **27**(3): 240-253
- [6] CARCIONE J M. Wave Fields in Real Media. Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media[M]. 2nd ed. Amsterdam: Elsevier Science, 2007
- [7] QI X L, SUH C S. Generalized thermo-elastodynamics for semiconductor material subject to ultrafast laser heating. Part I: Model description and validation[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, **53**(1-3): 41-47
- [8] HOU Wanting, FU Liyun, WEI Jia, *et al.* Characteristics of wave propagation in thermoelastic medium[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2021, **64**(4): 1364-1374 (侯婉婷, 符力耘, 魏佳, 等. 热弹性介质中波传播特征 [J]. *地球物理学报*, 2021, **64**(4): 1364-1374)
- [9] DERESIEWICZ H. Plane waves in a thermoelastic solid[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1957, **29**(2): 204-209
- [10] Rudgers A J. Analysis of thermoacoustic wave propagation in elastic media[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1990, **88**(2): 1078-1094
- [11] CAO Bingyang, HU Ruifeng, GUO Zengyuan. Thermal wave phenomenon studied by thermal mass theory[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2008, **29**(8): 1351-1353 (曹炳阳, 胡锐锋, 过增元. 基于热质理论的热波传递现象研究 [J]. *工程热物理学报*, 2008, **29**(8): 1351-1353)
- [12] GUO Zengyuan. Motion and transfer of thermal mass-thermal mass and thermon gas[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2006, **27**(4): 631-634 (过增元. 热质的运动和传递: 热质和热子气 [J]. *工程热物理学报*, 2006, **27**(4): 631-634)
- [13] GUO Zengyuan, CAO Bingyang. A general heat conduction law based on the concept of motion of thermal mass[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(7): 4273-4281 (过增元, 曹炳阳. 基于热质运动概念的普适导热定律 [J]. *物理学报*, 2008, **57**(7): 4273-4281)
- [14] DONG Y, CAO B Y, GUO Z Y. Generalized heat conduction laws based on thermomass theory and phonon hydrodynamics[J]. *Journal of Applied Physics*, 2011, **110**(6): 063504
- [15] LI Zhengyang. The Properties of Heat Conduction in the One Dimensional Thermal Wave Crystal[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017 (李政阳. 一维热波晶体的热传导特性研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2017)
- [16] GUO Z Y, HOU Q W. Thermal wave based on the thermomass model[J]. *Journal of Heat Transfer*, 2010, **132**(7): 072403

作者简介



洪思慧 女, 1990年12月出生于广东省韶关市, 现为浙江大学电气工程学院“百人计划”研究员, 博士生导师, 主要研究方向为高精度温控、器件封装与热管理、传热强化与节能、多相流动过程等。
E-mail: 0024108@zju.edu.cn