

基于 NRHO 的月球全球定位系统星座研究*

晋守聪¹ 程 渝¹ 刘 磊² 陈 钢¹

1(北京邮电大学智能工程与自动化学院 北京 100876)

2(北京航天飞行控制中心 北京 100094)

摘 要 针对未来月球探测与开发等任务对月球全球定位服务的需求,利用近直线晕轨道(NRHO)特殊的轨道空间几何特性,提出了以地月系NRHO作为参考轨道的月球全球定位系统(LGPS)。首先,考虑轨道分布、卫星数目、轨道尺寸等星座构型参数,设计了多个星座构型方案;然后,从可见星数目、月球全球覆盖特性以及几何精度因子(GDOP)等方面,分析了不同构型参数对LGPS星座导航性能的影响。仿真结果表明,与Halo轨道相比,基于NRHO的LGPS在月球高纬度区域,尤其是对月球极区,具有更优的持续覆盖能力和定位精度,GDOP可达3以内。本文研究可对未来的月球开发任务提供导航定位方面的技术参考。

关键词 月球全球定位系统, NRHO, 导航星座, 持续覆盖, 定位精度

中图分类号 V412.4+1

Research on NRHO-Based Lunar Global Positioning System

JIN Shoucong¹ CHENG Yu¹ LIU Lei² CHEN Gang¹

1(School of Intelligent Engineering and Automation, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

2(Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094)

Abstract In order to meet the increasing requirement of lunar global positioning services for future lunar exploration and exploitation missions, the Lunar Global Positioning System (LGPS) using the Near Rectilinear Halo Orbit (NRHO) as a reference orbit is proposed. First, multiple constellation configuration schemes are designed, considering configuration parameters such as orbit distribution, satellite number, orbit size, etc. Then, the impact of different constellation configuration parameters on the navigation performance of the LGPS constellation is analyzed, including the number of visible satellites, the lunar global coverage characteristics and the Geometric Dilution of Precision (GDOP, σ_{GDOP}). Simulation results show that, compared with the Halo orbit case, the NRHO-based LGPS is superior in the continuous coverage and positioning accuracy ($\sigma_{GDOP} < 3$) within the lunar high latitude region, especially in the lunar polar region. This study can provide technical reference on the navigation and positioning

* 国防科技重点实验室开放基金(KGJ6142210210103), 科技部重点研发项目(2022 YFF0503904)和中央高校基本科研业务经费项目共同资助

2024-10-31 收到原稿, 2025-02-19 收到修定稿

©The Author(s) 2025. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

service for future lunar exploitation missions.

Key words Lunar global positioning system, Near Rectilinear Halo Orbit, Navigation constellation, Continuous coverage, Positioning accuracy

0 引言

自 2003 年嫦娥探月工程启动以来, 中国成功实施了多项月球探测任务, 包括月面软着陆、月球背面巡视探测和采样返回等^[1]. 鹊桥 1 号为首个地月平动点上的中继卫星, 成功为嫦娥四号的月球软着陆任务提供了通信中继服务. 鹊桥 2 号已成功发射, 已为嫦娥六号月球背面南极采样任务提供支持. 另外, 中国积极参与国际月球基地计划, 推进人类在月球建立永久性的基地^[2]. 未来我国将对月球开展全面的探测与开发, 这就需要具备对月球全球的导航定位支撑能力. 然而, 现有的地球全球定位系统 (如全球定位系统和北斗系统) 无法满足未来月球开发任务的精确定位需求. 因此, 亟需开展月球全球定位系统 (Lunar Global Positioning System, LGPS) 的研究, 以提供对月球全球, 尤其是月球极区和背面等重点区域的定位和导航服务.

早在 20 世纪 70 年代, Farquhar^[3] 就提出了在 L_2 Halo 轨道上部署卫星对月球背面进行通信的构想; 21 世纪初, 美国航空航天局 (NASA) 开始着眼于月球表面一些复杂的特殊位置, 如月球背面和极地地区. 近年来, Grebow 等^[4] 研究了 z 值演化曲线, 验证了 Halo 轨道等 9 个不同类型轨道覆盖南极区域的可能性; Schonfeldt 等^[5] 研究了月球南极和北极的椭圆月球冻结轨道、绕月圆轨道、远距离逆行轨道 (Distant Retrograde Orbit, DRO)、近直线晕轨道 (Near Rectilinear Halo Orbit, NRHO) 五种轨道以及不同轨道间的组合, 以可见性覆盖率和位置精度因子 (Position Dilution of Precision, PDOP) 为参数评估星座对月球南极和北极的覆盖性能, 继而提出在月球周围建立一个月球全球覆盖系统. Carretero^[6] 考虑了不同轨道高度、倾角、卫星数量和平面数等因素, 并以精度因子 (Dilution of Precision, DOP) 为参数, 研究了不同星座的 DOP 值, 发现倾角为 90° 的极轨道组合能为月球表面或低轨道提供更优的定位信息. Per-gola 和 Alessi^[7] 发现地月系统中的垂直和平面 Lyapunov

轨道、Lissajous 轨道等平动点轨道, 可以实现航天器对月球表面部分区域的覆盖. Zhang 等^[8] 提出利用地月系统平动点轨道的候选架构创建月球任务的自主卫星导航系统, 系统研究了 $L_{1,2}$ 双星座、 $L_{2,4,5}$ 三星座和 $L_{1,2,4,5}$ 四星座的构型, 评估星座对月球轨道的覆盖范围和自主定轨性能.

Romagnoli 等^[9] 针对 LGPS 开展了系列研究, 考虑了 L_1 和 L_2 平动点的两个 Lissajous 轨道, 验证了在能见度和覆盖性方面, 其 8 颗卫星的构型要优于在月球周围部署 18 颗卫星的 Walker 星座. 然而, 其中存在 Lissajous 轨道被月球遮挡的问题. 为解决该问题, Circi 等^[10] 研究了基于修正 Halo 轨道的 LGPS, 并验证了 16 颗和 24 颗卫星两种星座方案能够满足月球全球的持续可见性要求, 且能够满足任务约束的定位性能需求; 然而, 这类星座对月球高纬度地区 (尤其是极地地区) 的定位性能较差, 需要增加卫星的数量并选用较大振幅的 Halo 轨道, 进而导致较大的星座布设和维护成本. Gao 等^[11] 研究了 Halo 轨道上不同数量的卫星以及在 DRO 上部署卫星构建导航星座, 验证对月球表面的覆盖能力, 设计了由 3 颗 Halo 轨道卫星和 2 颗 DRO 卫星组成的星座, 可实现对月面的全覆盖, 但并不能实现持续性的覆盖且没有研究整个星座的定位性能. 另外, Gao 等^[12] 提出包含卫星几何相对形状和状态转移矩阵两因素的动态几何精度因子 (Dynamic and Geometric Dilution of Precision, DAGDOP), 以研究卫星对自主定轨性能的影响. Wang 等^[13] 设计了由 Halo 轨道和 DRO 构成的 4 轨 16 星和 6 轨 16 星多轨道月球全球导航卫星系统星座, 可覆盖月球表面 100% 区域, 但仅选择了赤道和南北极三个月面观测位置, 验证了其定位精度较高 (PDOP 稳定在 2 以内).

以上研究多考虑 Halo 轨道、Lyapunov 轨道、Lissajous 轨道等常见平动点轨道, 对于近年来广受关注的 NRHO 研究较少. NRHO 是 Halo 轨道族中具有弱稳定性的子集. Halo 轨道是不稳定的三体轨道, 卫星在一年内需要多次维持构型稳定的位置保持脉

冲, 而 NRHO 由于自身的动力学特性, 可以在一定程度上克服这些缺点. 2018 年 NASA “月球门户” 任务选择 NRHO 作为参考轨道. 2022 年 NASA 的 CAPSTONE 发射后通过机动顺利进入 NRHO, 并在地月空间中运行至少 6 个月, 以评估航天器在 NRHO 运行过程中的导航和轨道保持性能^[14]. 以普渡大学的 Howell 团队为代表, 针对 NRHO 的稳定性及其在地月空间任务的导航能力展开了一系列的研究. Davis 等^[15]、研究了 NRHO 的轨道保持和导航性能, Zimovan 等^[16,17] 深入研究了可以避免日食的 9:2 和 4:1 两种共振轨道, ZIMOVAN-SPREEN 等^[18] 继而给出了 NRHO 附近相空间的高倍周期轨道的稳定性和共振特性, 验证了其在高保真星历模型中的稳定性和持久性. Guan^[19] 提出在 8 个 NRHO 和 4 个小振幅 Halo 轨道上部署 24 颗卫星组成导航星座, 选择了 6 个月面观测位置, 验证了该星座可实现对月面 100% 的覆盖, 且超过 95.35% 的区域 PDOP 不大于 5, 但并没有给出高纬度区域的定位性能. 因此, 本文考虑 NRHO 距离月球较近且轨道面外幅值较大的特殊优势, 探索其在 LGPS 中的应用潜能, 以实现月球高纬度地区持续可见、高精度定位等需求.

本文首先介绍圆型限制性三体问题 (Circle Restricted Three Body Problem, CRTBP) 模型以及作为星座参考轨道的地月 L_1 和 L_2 点附近的南北族 NRHO, 然后给出卫星对月面观测位置定位精度的分析方法, 最后利用 NRHO 设计多个 LGPS 星座构型, 通过可见卫星数和几何精度因子 (Geometric Dilution of Precision, GDOP) 两个指标对导航星座的月面覆盖特性和定位性能进行分析, 并对仿真结果进行总结.

1 动力学模型

1.1 圆型限制性三体问题模型

本文采用 CRTBP 模型, 在地月会合坐标系 $Oxyz$ 下描述航天器在地月空间的运动. $Oxyz$ 的原点为地月公共质心 O , x 轴为地月连线, xy 平面为月球绕地球公转的轨道平面, z 轴与 x 轴和 y 轴构成右手系; 其与质心惯性坐标系 $OXYZ$ 的关系如图 1 所示.

在会合坐标系 $Oxyz$ 下, 航天器的动力学方程可表示为^[20]

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x}, \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y}, \\ \ddot{z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z}. \end{cases} \quad (1)$$

式中,

$$\begin{cases} \Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2}, \\ r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2 + z^2}, \\ r_2 = \sqrt{(x-1+\mu)^2 + y^2 + z^2}. \end{cases} \quad (2)$$

其中, Ω 是势函数, 仅与位置有关, r_1 和 r_2 分别是航天器到地球和月球的距离, μ 为地月系统引力常数, 本文取值为 $\mu = 1.2150584269940 \times 10^{-2}$.

在地月系统存在 5 个平动点, 包括 3 个不稳定的共线平动点 (L_1 , L_2 , L_3) 和 2 个稳定的三角平动点 (L_4 , L_5), 如图 2 所示.

1.2 NRHO 轨道族

NRHO 是位于平动点附近 Halo 轨道族中的一个

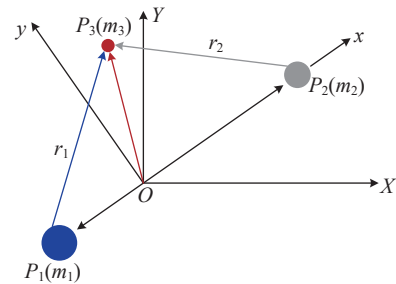


图 1 地月系统惯性坐标系与会合坐标系

Fig. 1 Inertial and synodic coordinate system of Earth-Moon system

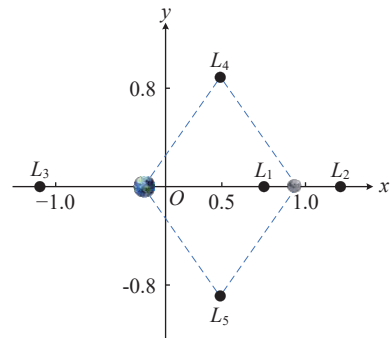


图 2 地月三体系统的平动点

Fig. 2 Libration points of Earth-Moon system

子集, 距离月球较近且稳定性指数均在 ± 1 附近^[16]. 其中, 地月 L_2 NRHO 为第一次和第三次稳定性变化之间的 Halo 轨道, 近月点半径 r_p 在 1850 ~ 17350 km, 轨道周期在 6~10 d; L_1 NRHO 为第一次和第四次稳定性变化之间的 Halo 轨道, 近月点半径 r_p 在 900 ~ 19000 km, 周期为 8~10 d^[16](注意: 月球半径约为 1737 km). 地月 L_1 和 L_2 NRHO 如图 3 中的绿色区域. 本文主要以 NRHO 为参考轨道设计 LGPS 星座

构型, 对月球进行覆盖性能和定位精度分析.

由文献 [10] 可知, Halo 轨道的振幅 A_z 超过 20000 km 时, LGPS 的星座导航性能较好, 因此本文取文献 [10] 中的后三组参考振幅, 即 $A_z = [25000 \ 35000 \ 45000]$ km 作为参考, 来进行对比分析. 选取近月点半径 $r_p = [2000 \ 8000 \ 12000 \ 16000]$ km 的 L_1 和 L_2 NRHO, 对应的轨道振幅分别是 $A_{z1} = [92870 \ 78288 \ 75995 \ 74329]$ km, $A_{z2} = [67335 \ 75030 \ 77003 \ 77771]$ km, 轨道如图 4 所示, 其中也包含 3 组 Halo 对照轨道.

2 LGPS 构型设计和性能研究

影响 LGPS 的两个关键因素是导航服务的位置和时间, 其信息可用性是为了确保在月面上的用户在任何位置都能够获得连续和有效的导航信息. 导航卫星的可用性和导航信号的质量主要与星座的几何形状和卫星数量有关. 本文所有的 LGPS 星座构型都选取地月 L_1 和 L_2 NRHO 作为参考轨道.

2.1 星座构型设计

当多颗导航卫星位于同一轨道上时, 需要考虑它们的初始位置分布. Chen^[21] 验证了 Halo 轨道 4 星座的 GDOP 很大程度上依赖于相邻卫星之间的相位角 $\Delta\phi$, 其中最好的构型是均匀分布, 即 $\Delta\phi = 360^\circ/n$, n 表示同一个轨道上卫星的数量. 相位角的初始点位于 NRHO 的远月点, 相位角的正负由卫星的运行方向决定. 从 x 轴方向看去, L_1 北族 NRHO 和 L_2 南族 NRHO 均为逆时针, 其对应的对称族轨道

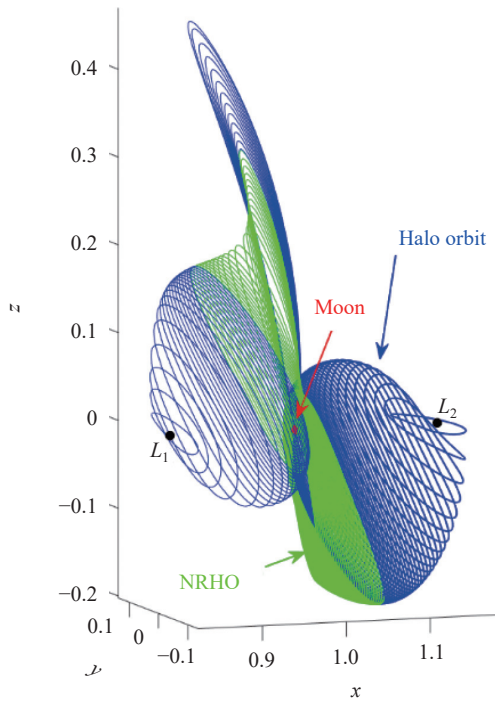


图 3 地月 L_1 北族和 L_2 南族 Halo 轨道和 NRHO

Fig. 3 L_1 northern, L_2 southern Halo orbits and NRHO

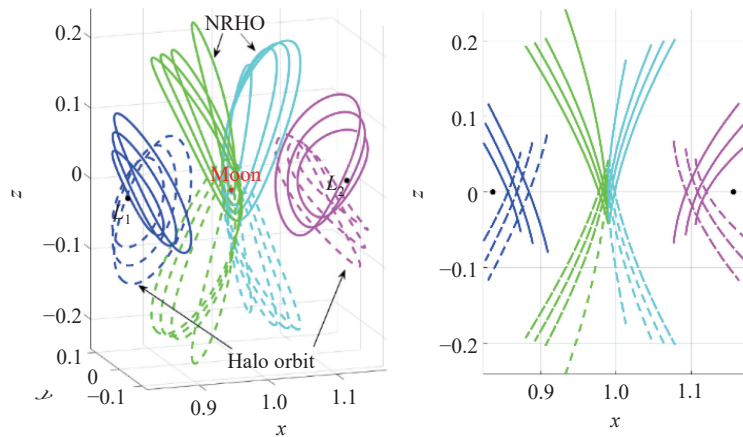


图 4 L_1 和 L_2 Halo 轨道和 NRHO

Fig. 4 L_1 and L_2 Halo orbits and NRHO

方向则相反。

因此, 本文在设计 NRHO 星座构型时, 为了能获得最优的导航精度, 也令同一 NRHO 上的多颗导航卫星相位均匀分布。

另外, 假定航天器的运动满足理想的 CRTBP 模型, 不考虑外界扰动对卫星轨道的影响, 也即不考虑轨道的保持问题。

2.2 覆盖特性

在单颗导航卫星运转周期内, 对月面观测位置并不一定是持续可见的。根据导航卫星和月面观测位置的空间几何关系, 某一时刻某一月面观测位置对导航卫星的可见性情况如图 5 所示, 该简化模型忽略了导航卫星相对观测高度角大于零的限制。其中, S 为导航卫星, M 为月球中心, A 为导航卫星能观测到的月球表面的极限位置, R 为月球半径。

由此, 可以得到其可见性条件需满足

$$\begin{aligned} \angle AMS &= \arccos \left(\frac{\mathbf{MA} \cdot \mathbf{MS}}{|\mathbf{MA}| \cdot |\mathbf{MS}|} \right) \\ &< \arccos \left(\frac{R}{|\mathbf{MS}|} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{MA}$ 为月心指向极限位置的向量, $\mathbf{MS}$ 为月心指向导航卫星的向量。

根据可见性条件可以计算导航星座对某一月面观测位置的可见星数信息, 包括最大值 $N_{\text{SAT-max}}$ 和最小值 $N_{\text{SAT-min}}$ 。当 $N_{\text{SAT-max}} \geq 4$ 时, 导航星座对该月面位置是可覆盖的, 但在整个轨道周期内并不一定都满足可见性要求。当 $N_{\text{SAT-min}} \geq 4$ 时, 导航星座对该月面位置是可持续覆盖的。

2.3 定位精度

选择 GDOP 作为衡量导航星座定位精度的性能指标。GDOP 反映了卫星几何关系的影响所造成的伪距测量误差与用位置误差之间的比例系数, 也是描述对用户测距误差的放大程度。GDOP 的数值越小, 表示星座的定位精度越好。

假设第 i 颗卫星以及用户的位置为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= [x_i \ y_i \ z_i]^T, \\ \mathbf{X}^{\text{obs}} &= [x^{\text{obs}} \ y^{\text{obs}} \ z^{\text{obs}}]^T. \end{aligned}$$

根据伪距数据可以建立伪距方程组。以月面观测位置为原点, 建立东北天坐标系 ENU (也称为站心坐标系, Local Cartesian Coordinates Coordinate System), 得到该观测站对第 i 颗观测卫星的方向余弦。考虑

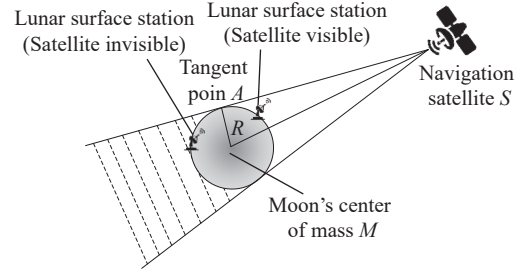


图 5 月面探测器可见条件

Fig. 5 Visibility conditions for lunar probes

4 颗导航卫星, 构建方向余弦矩阵, 有

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{x^{\text{obs}} - x_1}{d_1} & \frac{y^{\text{obs}} - y_1}{d_1} & \frac{z^{\text{obs}} - z_1}{d_1} & 1 \\ \frac{x^{\text{obs}} - x_2}{d_2} & \frac{y^{\text{obs}} - y_2}{d_2} & \frac{z^{\text{obs}} - z_2}{d_2} & 1 \\ \frac{x^{\text{obs}} - x_3}{d_3} & \frac{y^{\text{obs}} - y_3}{d_3} & \frac{z^{\text{obs}} - z_3}{d_3} & 1 \\ \frac{x^{\text{obs}} - x_4}{d_4} & \frac{y^{\text{obs}} - y_4}{d_4} & \frac{z^{\text{obs}} - z_4}{d_4} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中, $\mathbf{A}$ 每行的前三列表示从观测位置到每颗卫星的单位向量的分量, d_i 为月面观测位置与第 i 颗卫星间的欧氏距离。

由矩阵 $\mathbf{A}$ 形成矩阵 $\mathbf{Q}$, 则有

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} & \sigma_{xt} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} & \sigma_{yt} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z^2 & \sigma_{zt} \\ \sigma_{xt} & \sigma_{yt} & \sigma_{zt} & \sigma_t^2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

GDOP (σ_{GDOP}) 可以通过 PDOP (σ_{PDOP}) 和时间精度因子 (Time Dilation of Precision, TDOP) σ_{TDOP} 来计算^[10]:

$$\sigma_{\text{PDOP}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}, \quad (6)$$

$$\sigma_{\text{TDOP}} = \sqrt{\sigma_t^2}, \quad (7)$$

$$\sigma_{\text{GDOP}} = \sqrt{\sigma_{\text{PDOP}}^2 + \sigma_{\text{TDOP}}^2} = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{Q})}. \quad (8)$$

其中, $\text{tr}(\mathbf{Q})$ 表示矩阵 $\mathbf{Q}$ 的迹。

较小的 GDOP 值代表了星座具有较好的几何构型, 从而提高了观察者计算位置的精度。当导航星座对某一月面观测位置同时可见 4 颗以上的卫星时, 使用所有可见卫星的伪距信息进行计算。

将整个导航星座的仿真周期进行等时间离散, 离散间隔为 1 h。计算可见性时刻的 GDOP 值, 定义整个周期内所有可见时刻的 GDOP 数值的均值 ($\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$) 为

$$\bar{\sigma}_{\text{GDOP}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} \sigma_{\text{GDOP}}^i}{n_c}. \quad (9)$$

其中, σ_{GDOP}^i 表示第 i 个满足可见性条件的可计算的 GDOP 值, n_c 表示可见时刻的数量, 通过计算均值以衡量导航星座对某一月面观测位置的定位精度. 同时, 给出覆盖率 CTP 的时间百分比参数为

$$\delta_{\text{CTP}} = \frac{n_c}{n_{\text{total}}} \times 100\%. \quad (10)$$

即该月面观测位置被至少 4 颗卫星覆盖的时间在总模拟时间中的占比, 其中, n_{total} 表示总的离散时刻数.

3 导航星座性能仿真分析

本文考虑导航星座的参考轨道分别为单个、2 个以及 4 个 NRHO 三种情况, 其中每个 NRHO 上都均匀部署 4 颗导航卫星. 选取赤道、中纬度、高纬度等代表位置来表征全月面, 仿真时长为 50 天, 从覆盖特性和定位性能两个指标来研究不同导航星座方案的导航性能.

3.1 单轨 4 星星座

由于用户位置至少需要 4 颗卫星才能求解, 因此, 首先考虑在单个 L_2 北族 NRHO 均匀部署 4 颗卫星. 以近月点半径 r_{p2} 为参数, 探索近月点半径和 4 颗卫星能见度以及定位精度的关系.

图 6 给出了近月点半径为 8000 km 的 L_2 北族 NRHO 4 星星座. 选择 4 颗卫星的初始条件是沿参考轨道均匀分布, 即相位间隔为 90° , 以最大化观测卫星的空间分布, 提高 GDOP 以获得最好的导航精度. 由于近月点速度较大, 且 NRHO 的远月点半径较大, 故 4 颗卫星的位置并不是均匀分布.

沿用文献 [10] 的思路, 选取月面上一些代表性的

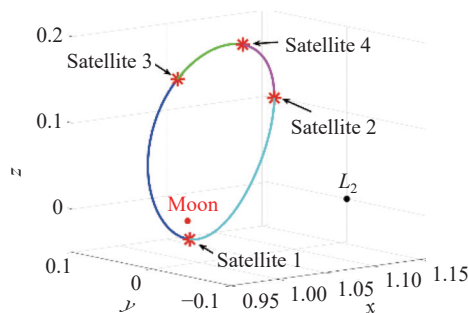


图 6 L_2 北族 NRHO, $r_p = 8000$ km

Fig. 6 L_2 northern NRHO as $r_p = 8000$ km

位置来研究可见卫星数和 GDOP 值. 所选位置如表 1 所示. 其中, 月球经度和纬度参考系的起点位于 x 轴与月球背面 (近 L_2 侧) 的交点.

表 2 总结了 4 个轨道周期内 (约 50 天) 的可见卫星数和 GDOP 分析结果, 第 4 列和第 5 列分别为可见卫星的最小和最大数量, 第 6 列为 GDOP 平均值, 第 7 列给出了导航星座卫星对该月面观测位置覆盖率的时间百分比 CTP. 图 7 给出了该星座对月球北极区域观测位置随仿真时间变化的可见数量情况.

GDOP 的平均值计算仅考虑星座构型对于观测位置满足能见度约束的时刻. 在某些位置时刻, 可见卫星数小于 4 颗, 则覆盖范围不连续, 但是仍然可以计算平均的 GDOP 值. 如果在整个模拟时间内, 可见卫星数都小于 4 颗, 则 GDOP 无法计算.

将表 2 中数据与文献 [10] 的研究作对比, 可以看出, 同样 4 颗卫星的单一 NRHO 不能保证月面位置的全覆盖, 也不能保证观测位置连续可见的条件 ($\delta_{\text{CTP}} < 100\%$). 但是, 单轨的 NRHO 其振幅较大的一侧对对应高纬度区域是可见的, 而对近月点一侧的高纬度区域则是不可见的.

初步推测, 北族的 NRHO 对北极区域是可见的, 对南极区域则是不可见的. 继而选取 L_2 南族以及 L_1 南族和北族 NRHO 进行仿真, 所得结果与 L_2 北族 NRHO 的一致.

3.2 双轨 8 星星座

为了减少单轨 4 星星座对观测位置不连续可见和对单侧极区不可见的问题, 考虑增加轨道数目以提高对月面观测位置 (尤其是极区) 的覆盖性能. 因此, 将单轨 4 颗卫星扩展到双轨 8 颗卫星.

考虑两种方案: 一是选取同一个平动点 (如 L_2) 对称的南族和北族 NRHO, 来分别增大对南极和北极覆盖; 二是选取 L_1 和 L_2 点同侧 (如北族) NRHO. 表 3 给出了两种方案的仿真结果.

对于第一种方案, 由于两个参考轨道是关于

表 1 月面代表位置

Table 1 Representative locations for the lunar surface

所选位置	经纬度
赤道	$+25^\circ, 0^\circ$
中纬度	$-55^\circ, +45^\circ$
高纬度(南极区域)	$+35^\circ, -80^\circ$
高纬度(北极区域)	$+85^\circ, +85^\circ$

表 2 L_2 单一北族 NRHO 4 星可见性和 $\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$
Table 2 Visibility and $\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$ of L_2 single northern NRHO with 4 satellites

r_p / km	经度/(°)	纬度/(°)	最小卫星数	最大卫星数	$\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$	$\delta_{\text{CTP}}/(\%)$
2000	25	0	3	4	170.6065	5.58
2000	-55	45	3	4	2230.7161	88.75
2000	35	-80	0	1	—	0
2000	85	85	3	4	1467.1571	94.33
8000	25	0	3	4	49.7617	10.92
8000	-55	45	3	4	2982.7853	60.58
8000	35	-80	0	1	—	0
8000	85	85	3	4	401.7979	75.50
12000	25	0	3	4	31.8642	9.58
12000	-55	45	3	4	297.0158	45.75
12000	35	-80	0	1	—	0
12000	85	85	3	4	330.2189	60.08
16000	25	0	3	4	23.3501	11.25
16000	-55	45	3	4	44.2958	30.42
16000	35	-80	0	1	—	0
16000	85	85	3	4	323.9554	47.08

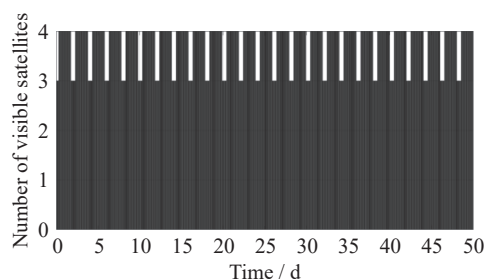


图 7 $r_p = 8000$ km 北族 L_2 NRHO 的可见卫星数
Fig. 7 Number of visible satellites for L_2 northern NRHO with $r_p = 8000$ km

xy 平面对称的, 所构建的星座具有特殊的“X”形状, 有利于星座对两侧极区的覆盖. 由表 3 可以发现, 南北轨道的构型不仅解决了卫星对两侧极区均可见的问题, 而且对于所研究位置的导航精度均有了改善, 甚至可以保证低纬度区域可持续覆盖 ($\delta_{\text{CTP}}=100\%$).

对于第二种方案, 因为两个参考轨道均为北族轨道, 对南极区域虽然仍然不可见, 但是对北极区域的 GDOP 数值明显减小, 说明定位精度显著提高, 且可见导航卫星明显增多, 亦满足可持续覆盖的条件 ($\delta_{\text{CTP}}=100\%$); 对于低纬度和中纬度的定位精度也有明显提高.

此外, GDOP 的值会随着近月点半径的增大有降低的趋势, 这说明较大的轨道振幅更利于利用卫星的空间分布对观测位置进行定位.

本文在研究多轨星座时, NRHO 的近月点半径 r_p 是相同的, 然而不同平动点的 NRHO 轨道周期则不同. 当周期不一致时, 导航星座在某一时间段的可见性仿真结果虽不具有周期性, 但是始终能满足 $N_{\text{SAT-min}} \geq 4$, 可以实现在模拟周期内对上述位置的覆盖, 其差异仅会导致 GDOP 的计算不同. 因此, 本文在研究导航星座覆盖特性时, 仍考虑以具有相同 r_p 的 NRHO 为参考轨道构建导航星座进行仿真分析.

3.3 四轨 16 星星座

由 3.2 节可知, 同一个平动点的南北族 NRHO 协作可以增大对月面的覆盖区域, 且保证低纬度区域的可见性; 而 L_1 和 L_2 同侧双轨构型可以极大地改善对极区的覆盖, 且能保证中高纬度的可持续覆盖. 因此, 为了使 LGPS 能满足对月面全覆盖、可持续性条件, 以及对月面观测位置更好的定位精度, 本节结合 3.2 节中的两种构型, 考虑利用 4 个 NRHO 来构建 LGPS 星座, 如图 8 所示, 分别在 L_1 和 L_2 的南北族 NRHO 各部署 4 颗卫星, r_p 均为 12000 km.

表 3 双轨 8 星两种方案的可见性和 $\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$
Table 3 Visibility and $\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$ of two schemes for 8-satellite-2-orbit

r_p / km	经纬度/(°)	L_2 南北族NRHO			L_1, L_2 北族NRHO		
		最小/最大卫星数	$\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$	$\delta_{\text{CTP}}/(\%)$	最小/最大卫星数	$\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$	$\delta_{\text{CTP}}/(\%)$
2000	25, 0	6/8	15.7933	100	3/5	28.8518	35.25
2000	-55, 45	3/5	1978.9484	88.75	6/8	11.8093	100
2000	35, -80	3/4	1396.0754	95.67	0/2	—	0
2000	85, 85	3/4	1385.3785	95.67	6/8	11.1710	100
8000	25, 0	6/8	6.9092	100	3/5	8.2863	56.83
8000	-55, 45	3/5	1795.0248	68.75	6/8	3.1919	100
8000	35, -80	3/4	359.5158	94.00	0/2	—	0
8000	85, 85	3/4	308.5043	94.00	6/8	3.0121	100
12000	25, 0	6/8	5.2746	100	3/5	5.6048	65.92
12000	-55, 45	3/5	8.2629	61.58	6/8	2.4515	100
12000	35, -80	3/5	223.0813	91.33	0/2	—	0
12000	85, 85	3/4	205.5970	92.67	6/8	2.2291	100
16000	25, 0	6/8	4.5476	100	3/5	4.1621	68.50
16000	-55, 45	3/5	10.7901	82.92	5/7	2.1632	100
16000	35, -80	3/5	162.3518	91.67	0/2	—	0
16000	85, 85	3/5	162.1141	90.00	6/8	1.9270	100

此时, 位于月球两极区域的用户星可以观测到该半球区域的导航卫星, 并补偿另一个半球被月球表面遮挡的卫星. 4 个 NRHO 可以保证构型大多数时刻至少有 4 颗卫星可见.

四轨构型的仿真结果如表 4 所示. 可以看出, 最小可见卫星数达到了 6 颗, 且满足 $\delta_{\text{CTP}}=100\%$, 保证了导航系统可观测性的持续时间性能; 另外, 定位精度也得到了明显改善, GDOP 的值控制在了 20 以内, 且随着近月点半径的增加而呈现降低的趋势.

为了更好地观测 GDOP 的波动变化, 图 9 给出了 r_p 分别为 2000 km 和 12000 km 两种情况下 GDOP 随时间变化的趋势图. 其中, 图 9(a) 的近月点半径较小, 和文献 [10] 中研究的 Halo 四轨 16 星构型定位能力相当, GDOP 变化几乎在 5~25. 增大近月点半径到 12000 km, 可观察到图 9(b) 中的 GDOP 明显减小, GDOP 的值稳定在 5 以内, 与文献 [10] 中 Halo 四轨 24 星构型的定位能力相当.

继续增加近月点半径 r_p , 其轨道振幅变化较小, 相较于 16000 km 的四轨构型, 可见星数几乎不变, GDOP 变化也很小, 取值稳定在 1~2.

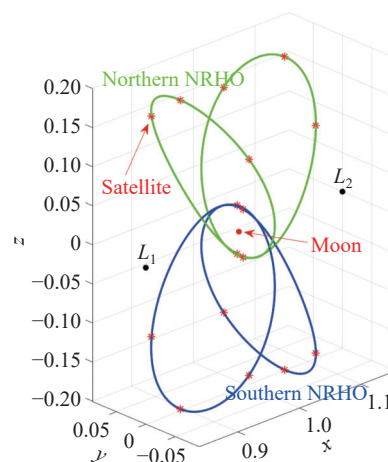


图 8 四轨 16 星 LGPS 星座 ($r_p=12000$ km)

Fig. 8 4-NRHO-16-satellite LGPS constellation ($r_p=12000$ km)

由于四条 NRHO 的轨道周期并不相同, 因此, GDOP 的波动变化并不呈现周期性. 选择轨道周期为 9 天的 4 条 L_1 和 L_2 南北族 NRHO 构建导航星座, 其在 50 天内对上述北极用户的 GDOP 仿真结果如图 10 所示.

表 4 L_1 和 L_2 NRHO 南北族轨道 16 星可见性和 $\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$
 Table 4 Visibility and $\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$ for L_1 and L_2 southern and northern NRHO with 16 satellites

r_{p1} 和 r_{p2} /km	经度/(°)	纬度/(°)	最小卫星数	最大卫星数	$\bar{\sigma}_{\text{GDOP}}$	$\delta_{\text{CTP}}/(\%)$
2000	25	0	6	10	11.8770	100
2000	-55	45	6	9	11.7464	100
2000	35	-80	6	8	11.1813	100
2000	85	85	6	8	11.1531	100
8000	25	0	6	10	4.3464	100
8000	-55	45	6	9	2.5860	100
8000	35	-80	6	8	2.8616	100
8000	85	85	6	8	2.8570	100
12000	25	0	6	10	2.9649	100
12000	-55	45	6	10	1.9135	100
12000	35	-80	6	9	2.0141	100
12000	85	85	6	9	2.0059	100
16000	25	0	6	10	2.5497	100
16000	-55	45	6	9	1.5447	100
16000	35	-80	6	9	1.6469	100
16000	85	85	6	9	1.6422	100

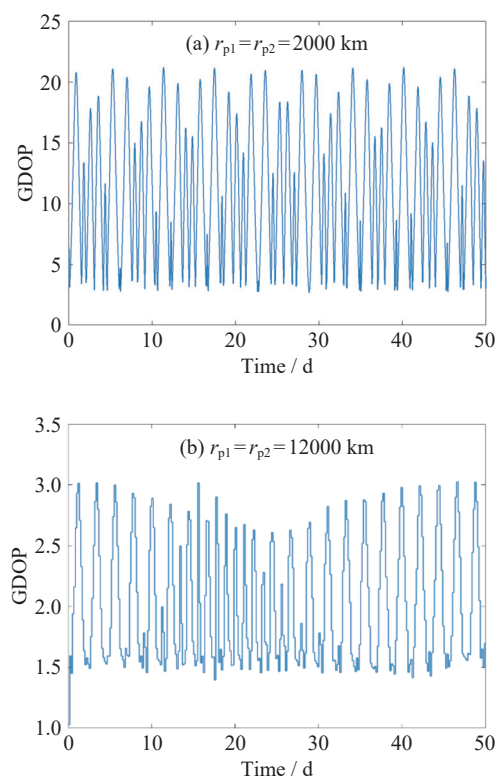


图 9 50 天内北极用户 GDOP 的变化

Fig. 9 Variation of GDOP within 50-day for the user at North pole

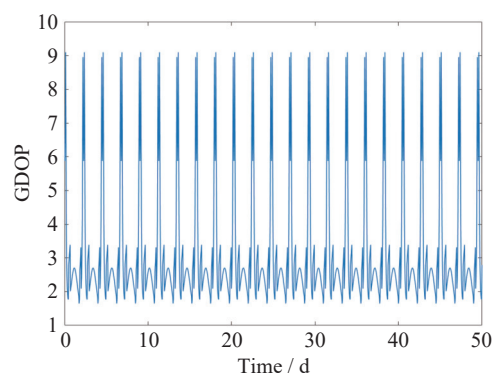


图 10 50 天内北极用户 GDOP 的变化
(轨道周期为 9 d)

Fig. 10 Variation of GDOP within 50-day for the user at North pole ($T_p = 9$ d)

可以看出, 模拟时间内的 GDOP 变化呈现周期性, GDOP 平均值约为 3.1518, CTP 为 100%, 可以实现对月面位置的全覆盖, 与上述方案的仿真结果一致. 因此, 本文选择相同 r_p , 而不是相同的轨道周期, 且因其导致的相位差并不影响结论的一致性.

继续增加每个轨道上的卫星数量, 研究了四轨 24 星的星座构型. 仿真结果表明, 增加星数不仅能增

加同一时刻对观测位置可见的卫星数量,而且能将 GDOP 改善到 10 以内.然而,相较于四轨 16 星星座,四轨 24 星构型的定位精度并没有明显的改善,反而增加了星座的布设成本.因此,综合考虑可见性、定位精度和星座成本,四轨 16 星的构型是 LGPS 的最优选择,而且当选取较大的近月点半径(比如 12000 km)时,即可实现较高的定位精度(GDOP 小于 3).

4 结论

本文研究了地月系 L_1 和 L_2 NRHO 在 LGPS 中的应用潜能,设计了单轨 4 星、双轨 8 星和四轨 16 星等多个星座构型,并选取赤道、中纬度、高纬度等多个代表性位置,分析了轨道分布、卫星数目、轨道尺寸等星座构型参数对月球全球的可见性、定位精度等性能的影响.主要结论如下.

(1) 单个 NRHO 对该侧的极区是可观测的,但是 LGPS 信号的可用性是有限的.

(2) 双轨构型中,不同的轨道组合对月面观测位置的导航能力有着不同的特点:选取同一平动点的南北族轨道,对中高纬度位置的观测可以保证可见性要求但模拟时间内不能连续访问至少 4 颗卫星,而对低纬度用户的定位精度显著提高;选取两个平动点 L_1 和 L_2 的北族或南族轨道时,对该侧的极区用户不仅可以保证持续可见,而且具有更好的定位精度;但是对于另一侧的极区用户则不能保证可见性要求,对低纬度用户虽然能保证可见性要求但是仿真时间内不能连续访问.

(3) 由 L_1 和 L_2 南北族 NRHO 构建的四轨 16 星星座构型,融合了以上两类双轨 8 星方案的优点,可以满足连续可见与定位精度的要求.当 NRHO 的近月点半径较小(2000 km)时,定位能力就能够与 Halo 四轨 16 星构型相当,对应的几何精度因子(GDOP)几乎都小于 20;随着近月点半径的增大,四轨 16 星 NRHO 星座的导航精度明显增加($\sigma_{\text{GDOP}} < 3$),优于 Halo 四轨 24 星构型的定位精度.

因此,综合考虑可见性、定位精度和星座成本,NRHO 四轨 16 星的 LGPS 星座设计是最优选择.基于 NRHO 的 LGPS 在极区和月球背面通信的优势,可以有效支撑未来月球极区勘测、月球背面采样等任

务的通信、导航与定位服务.

本文仅对 CRTBP 模型下的轨道进行了导航性能分析,由于 NRHO 在实际力模型下并不能维持周期轨道,因此,在实际任务中需要考虑如摄动、轨道维持成本等其他因素的影响.另外,本文只讨论了 NRHO 作为 LGPS 参考轨道的情况,后续研究可以考虑其他类型的平动点轨道,如 DRO、Butterfly 轨道以及不同类型轨道之间的组合等更多可能的研究方案,以更好地支撑未来的月球开发和利用.

参考文献

- [1] YE Peijian, YU Dengyun, SUN Zezhou, *et al.* Achievements and prospect of Chinese lunar probes[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2016, **3**(4): 323-333 (叶培建, 于登云, 孙泽洲, 等. 中国月球探测器的成就与展望[J]. *深空探测学报*, 2016, **3**(4): 323-333)
- [2] PEI Zhaoyu, LIU Jizhong, WANG Qian, *et al.* Overview of lunar exploration and International Lunar Research Station[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2020, **65**(24): 2577-2586 (裴照宇, 刘继忠, 王倩, 等. 月球探测进展与国际月球科研站[J]. *科学通报*, 2020, **65**(24): 2577-2586)
- [3] FARQUHAR R W. The Utilization of Halo Orbits in Advanced Lunar Operations[M]. Washington: National Aeronautics and Space Administration, 1971
- [4] GREBOW D J, OZIMEK M T, HOWELL K C, *et al.* Multibody orbit architectures for lunar south pole coverage[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, **45**(2): 344-358
- [5] SCHONFELDT M, GRENIER A, DELÉPAUT A, *et al.* A system study about a lunar navigation satellite transmitter system[C]//2020 European Navigation Conference (ENC). Dresden, Germany: IEEE, 2020: 1-10
- [6] CARRETERO G S. Study of a lunar satellite navigation system[C]//Proceeding of 63rd International Astronautical Congress. Naples: International Astronautical Federation, 2012
- [7] PERGOLA P, ALESSI E M. Libration point orbit characterization in the earth-moon system[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2012, **426**(2): 1212-1222
- [8] ZHANG L, XU B. A universe light house—candidate architectures of the libration point satellite navigation system[J]. *The Journal of Navigation*, 2014, **67**(5): 737-752
- [9] ROMAGNOLI D, CIRCI C. Lissajous trajectories for lunar global positioning and communication systems[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2010, **107**(4): 409-425
- [10] CIRCI C, ROMAGNOLI D, FUMENTI F. Halo orbit dynamics and properties for a lunar global positioning system design[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2014, **442**(4): 3511-3527

- [11] GAO Z Y, HOU X Y. Coverage analysis of lunar communication/navigation constellations based on halo orbits and distant retrograde orbits[J]. *The Journal of Navigation*, 2020, **73**(4): 932-952
- [12] GAO Z Y, HOU X Y. Comparison of autonomous orbit determination for satellite pairs in lunar halo and distant retrograde orbits[J]. *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, 2022, **69**(2): navi. 522
- [13] WANG K, LI K Z, LV S K, *et al.* Multi-orbit lunar GNSS constellation design with distant retrograde orbit and Halo orbit combination[J]. *Scientific Reports*, 2023, **13**(1): 10158
- [14] GARDNER T, CHEETHAM B, CLARKSON M. CAPSTONE: Mission updates and ongoing efforts at the moon[C]//ASCEND 2023. Las Vegas, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2023
- [15] DAVIS D, BHATT S, HOWELL K, *et al.* Orbit maintenance and navigation of human spacecraft at cislunar near rectilinear halo orbits[C]//AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. San Antonio: AIAA, 2017
- [16] ZIMOVAN E M. Characteristics and design strategies for near rectilinear halo orbits within the earth-moon system[D]. West Lafayette, Indiana: Purdue University, 2017
- [17] ZIMOVAN E M, HOWELL K C, DAVIS D C. Near rectilinear halo orbits and their application in cis-lunar space[C]//3rd IAA Conference on Dynamics and Controls of Space Systems. Moscow: IAA, 2017
- [18] ZIMOVAN-SPREEN E M, HOWELL K C, DAVIS D C. Near rectilinear halo orbits and nearby higher-period dynamical structures: orbital stability and resonance properties[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2020, **132**(5): 28
- [19] GUAN Meiqian. Integrated-PNT Constellation Design and Navigation Performance Analysis in Cislunar Space[D]. Jinan: Shandong University, 2022 (关梅倩. 地月空间综合 PNT 星座设计及导航定位性能分析 [D]. 济南: 山东大学, 2022)
- [20] GÓMEZ G, KOON W S, LO M W, *et al.* Connecting orbits and invariant manifolds in the spatial restricted three-body problem[J]. *Nonlinearity*, 2004, **17**(5): 1571-1606
- [21] CHEN H R, MA J. Phasing trajectories to deploy a constellation in a halo orbit[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, **40**(10): 2662-2667

作者简介



晋守聪 男, 1999 年 3 月出生于山东省济南市, 现为北京邮电大学智能工程与自动化学院在读硕士, 主要研究方向为平动点轨道设计、地月空间导航星座等。
E-mail: jsc13605408762@163.com



程 渝 (通信作者) 女, 1989 年 7 月出生于河南省南阳市, 现为北京邮电大学智能工程与自动化学院副教授, 博士生导师, 主要研究方向为地月空间导航星座、平动点轨道设计、编队动力学与控制等。
E-mail: yu.cheng@bupt.edu.cn