0254-6124/2013/33(2)-182–06 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Cheng Haowen, Tang Jingshi, Liu Jing, Liu Lin. Orbital evolution of high area-to-mass ratio debris under the influence of radiation pressure and gravitational effects. *Chin. J. Space Sci.*, 2013, **33**(2): 182-187

大面质比空间碎片在太阳光压和引力作用下的轨道演化*

程昊文[1,2,3] 汤靖师[1,2] 刘 静[3] 刘 林[1,2]

1(南京大学天文空间科学学院 南京 210093)

2(南京大学空间环境与航天动力学研究所 南京 210093)

3(中国科学院国家天文台 北京 100012)

摘 要 分析了较高轨道 ($a > 10000\,\mathrm{km}$) 大面质比空间碎片的轨道动力学演化问题. 重点讨论了位于地球同步轨道的空间碎片轨道演化问题, 并给出轨道偏心率随时间演化的表达式. 通过进一步分析得出, 倾角大于 $63°26'$ 的 GTO 轨道空间碎片, 仅在 J_2 和第三体摄动影响下, 会出现轨道偏心率升高; 而对于大面质比空间碎片, 在 J_2 项和太阳光压同时作用下, 当近地点指向的角变率与太阳平黄经变化率接近时, 会出现长期共振现象, 导致轨道偏心率升高, 近地点降低. 分析还得出, 轨道演化过程中, 偏心率的最大值与初始轨道近地点的指向有关.

关键词 大面积质量比, 地球同步轨道, 轨道偏心率演化, 太阳光压, 第三体摄动

中图分类号 V 412

Orbital Evolution of High Area-to-mass Ratio Debris Under the Influence of Radiation Pressure and Gravitational Effects

CHENG Haowen[1,2,3] TANG Jingshi[1,2] LIU Jing[3] LIU Lin[1,2]

1(*School of Astronomy and Space Science, Nanjing University, Nanjing* 210093)

2(*Institute of Space Environment and Astrodynamics, Nanjing University, Nanjing* 210093)

3(*National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100012)

Abstract Dynamical evolution of high area-to-mass ratio debris in high orbit ($a > 10000\,\mathrm{km}$) is analyzed, especially the geosynchronous orbit. The analysis provides a formulation of eccentricity variation by Kozai's method. According to the formulation, for GEO debris with inclination bigger than the critical inclination ($63°26'$), large eccentricity during evolution can be caused just under the influence of third body gravity and J_2 term effect. And for debris with extremely high value

* 国家自然科学重点基金项目资助 (11033009)

2012-01-20 收到原稿, 2012-08-04 收到修定稿

E-mail: hwcheng@nju.edu.cn

of area-to-mass ratio, under the influence of radiation pressure and J_2 term, resonant phenomenon occurs when the secular rates of the direction of the eccentricity vector caused by J_2 term effect and the direction of the solar ecliptic longitude are close, and there is a relationship between the initial direction of the perigee and maximum value of the eccentricity during the evolution.

Key words High area-to-mass ratio, Geosynchronous orbit, Eccentricity evolution, Radiation pressure, Third body gravity

0 引言

与低轨道空间碎片相比, 虽然较高轨道区域 ($a > 10^4$ km) 碎片的空间数密度较低, 但是由于失去大气阻力耗散效应的影响, 该区域空间碎片寿命要比低轨空间碎片寿命长得多. 因此, 有必要对较高轨道空间碎片的轨道演化进行研究.

随着地球同步轨道上空间碎片的日益增多, 对该区域空间碎片进行监测及管理变得十分重要. 为降低地球同步轨道上空间碎片对工作星安全的威胁, IADC(国际空间碎片联合会) 提议对即将废弃的地球同步轨道卫星进行轨道机动, 将其送入轨道高度比地球同步轨道高 200 km 左右的弃置轨道. 为了确保弃置轨道的废弃卫星不会对 GEO 卫星安全造成威胁, 在确定变轨高度时必须考虑太阳光压对轨道演化的影响 [1].

2004 年, 位于 Tenerife 的 1 m 光学望远镜发现了一些未编目大偏心率轨道空间碎片, 其轨道周期均接近 1 天 [2]. 由于这些碎片来源不明, 因此受到极大关注. 同年, Liou 和 Weaver 提出 [3−5], 这些碎片之所以具有较高的偏心率是因为太阳光压力的作用, 而这些碎片均具有相当高的面积质量比 [3]. 这一解释可通过数值积分的方法得到验证. 除数值积分方法外, Valk 等 [6] 利用对哈密顿系统的正则变换, 得到了 GSO 轨道空间碎片在太阳光压作用下轨道演化的分析表达式, 从数学上解释了 GSO 轨道上大面积质量比空间碎片在太阳光压作用下, 导致大偏心率轨道出现的现象.

本文在考虑太阳光压力作用的基础上, 加入地球非球形引力位 J_2 项摄动以及第三体摄动的影响, 利用平均根数法分析并解释大面质比空间碎片的轨道演化特征.

1 运动方程建立

影响较高轨道大面质比空间碎片轨道演化的摄动因素主要有三个方面: 地球非球形引力位 J_2 项摄动、第三体引力摄动和太阳光压摄动.

地球非球形引力 J_2 项摄动函数可以表示为

$$R_1 = -GM\frac{J_2 a_{\mathrm{e}}^2}{r^3}\Big[\frac{3}{2}\sin^2 i\sin^2(f+\omega)-\frac{1}{2}\Big]. \tag{1}$$

其中, f 为真近点角, a_{e} 为平均赤道地球半径.

第三体引力摄动的函数表达式为

$$R_2 = \frac{Gm'}{r'}\sum_{n\geqslant 2}\Big(\frac{r}{r'}\Big)^n P_n(\cos\psi). \tag{2}$$

其中, 角变量 ψ 的表达式为

$$\cos\psi = \frac{\boldsymbol{r}'}{r'}\cdot\frac{\boldsymbol{r}}{r}. \tag{3}$$

式 (2) 中, P_n 为 n 阶勒让德多项式, m' 为第三体质量. 式 (3) 中, $\boldsymbol{r}'$ 和 $\boldsymbol{r}$ 分别表示第三体的位置和空间碎片位置.

太阳光压摄动也可通过摄动函数表示为

$$\begin{aligned} R_3 &= -k_0\frac{a_{\mathrm{s}}^2}{r'}\sum_{n=0}^{\infty}\Big(\frac{r}{r'}\Big)^n P_n(\cos\psi),\\ k_0 &= \frac{\kappa S}{m}\rho_{\mathrm{s}}. \end{aligned} \tag{4}$$

式 (4) 中, κ 为碎片的表面反射系数, ρ_{s} 为地球附近单位面积受到的太阳光压力. 令 $r' = a_{\mathrm{s}}$, 这里, a_{s} 为平均日地距离, 即一个天文单位. 在式 (2) 和式 (4) 中, 由于 r/r' 为小量, 可省略其高阶项, 将式 (2) 和式 (4) 改写为

$$R_2 = Gm'\frac{r^2}{r'^3}\Big(\frac{3}{2}\cos^2\psi-\frac{1}{2}\Big), \tag{5}$$

$$R_3 = -k_0 r\cos\psi. \tag{6}$$

由于式 (4) 中的 P_0 为常数项, 在式 (6) 中被略去.

由摄动函数 R 可建立空间碎片轨道演化的动力学方程 [7]:

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=\frac{2}{na}\frac{\partial R}{\partial M},\\
&\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t}=\frac{1-e^2}{na^2e}\frac{\partial R}{\partial M}-\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e}\frac{\partial R}{\partial \omega},\\
&\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i}\Big(\cos i\frac{\partial R}{\partial \omega}-\frac{\partial R}{\partial \Omega}\Big),\\
&\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i}\frac{\partial R}{\partial i},\\
&\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e}\frac{\partial R}{\partial e}-\cos i\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t},\\
&\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}=n-\frac{1-e^2}{na^2e}\frac{\partial R}{\partial e}-\frac{2}{na}\frac{\partial R}{\partial a}.
\end{aligned}\tag{7}$$

对于常规碎片, 其面质比不超过 $0.01\,\mathrm{m^2\cdot kg^{-1}}$, 此时对碎片轨道演化起主导作用的摄动因素为 J_2 项摄动和第三体引力摄动. 而对于大面质比 ($>1\,\mathrm{m^2\cdot kg^{-1}}$) 空间碎片, 太阳光压作用对空间碎片轨道长期演化的影响将不可忽略.

2 J_2 项和第三体引力作用下的偏心率演化

将式 (1) 和式 (5) 代入式 (7), 可以得到空间碎片在 J_2 项和第三体引力作用下的运动方程. 下面给出采用平均根数法构造的摄动解长周期项 [8−10]:

$$\begin{aligned}
[e_{\mathrm{l}}(t)]_1=&\Big(\frac{3J_2a_{\mathrm{e}}^2}{2a^2}\Big)^2\sin^2 i\Big(\frac{7}{24}-\frac{5}{16}\sin^2 i\Big)\cdot\\
&\frac{e}{1-e^2}\cos 2\omega\Big/\Big(\frac{\dot\omega}{n}\Big),
\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}
[e_{\mathrm{l}}(t)]_2=&-\frac{5}{4}\Big(\frac{3m'a^3}{4m_{\mathrm{e}}a'^3}\Big)(1-e'^3)^{-3/2}\sin^2 i(e\sqrt{1-e^2})\cdot\\
&[\cos 2\omega+O(\sin i')]\Big/\Big(\frac{\dot\omega}{n}\Big),
\end{aligned}\tag{9}$$

$$\begin{aligned}
\Big(\frac{\dot\omega}{n}\Big)=&\Big(\frac{3J_2a_{\mathrm{e}}^2}{2a^2}\Big)(1-e^2)^{-2}\Big(2-\frac{5}{2}\sin^2 i\Big)+\\
&\Big(\frac{3m'a^3}{4m_{\mathrm{e}}a'^3}\Big)(1-e^2)^{-1/2}\Big(1-\frac{3}{2}\sin^2 i'\Big)\cdot\\
&\Big[\Big(2-\frac{5}{2}\sin^2 i\Big)+\frac{1}{2}e^2\Big].
\end{aligned}\tag{10}$$

式 (8) 和式 (9) 中, m_{e} 表示地球质量. a', e' 和 i' 为第三体的轨道根数, 与碎片的轨道根数定义在同一个坐标系中. $[e_{\mathrm{l}}(t)]_1$ 和 $[e_{\mathrm{l}}(t)]_2$ 为由 J_2 项和第三体引力摄动造成的轨道偏心率长周期项. 式 (10) 中, $\dot\omega$ 由 J_2 项和第三体摄动产生的近地点幅角长期项构成, 分别含有因子 $\varepsilon_1=[3J_2a_{\mathrm{e}}^2/(2a^2)]^2$ 和 $\varepsilon_2=3m'a^3/(4m_{\mathrm{e}}a'^3)$, 并且对于 GSO 轨道高度卫星, ε_1 和 ε_2 量级相当. 考察式 (9) 后可以发现, 等式两边存在以下量级关系:

$$[e_{\mathrm{l}}(t)]_2\approx\varepsilon_2 e\sin^2 i/(\varepsilon_1+\varepsilon_2),$$

因此, 对于小倾角小偏心率的 GSO 轨道卫星而言, 偏心率长周期项振幅较小, 但是随着轨道倾角的增加, $[e_{\mathrm{l}}(t)]_2$ 振幅会变大, 此时轨道偏心率的值就会变大从而会进一步增加 $[e_{\mathrm{l}}(t)]_2$ 的振幅 [9].

为验证上述结论的正确性, 这里给出具体算例. 仅考虑 J_2 项和第三体摄动的影响, 对 GSO 轨道上的空间碎片进行轨道预报, 预报期为 100 年. 在这 100 年的轨道演化过程中, 轨道偏心率峰值与倾角之间的关系如图 1 所示. 算例中初始轨道根数为

$$\begin{aligned}
&a_0=44\,241.095\,\mathrm{km},\ e_0=0,\ i_0=0^\circ\sim-90^\circ,\\
&\Omega_0=0^\circ,\ \omega_0=0^\circ,\ M_0=271.5424^\circ.
\end{aligned}$$

由于初始轨道偏心率为 0, 因此, 轨道偏心率的最大值可以反映轨道偏心率的变化幅度. 从图 1 可以看出, 当轨道倾角低于临界倾角 ($63^\circ26'$) 时, 轨道偏心率的变化幅度很小, 而当初始轨道倾角大于临界倾角时, 轨道偏心率的变化幅度会随着初始轨道倾角的增加而迅速增大.

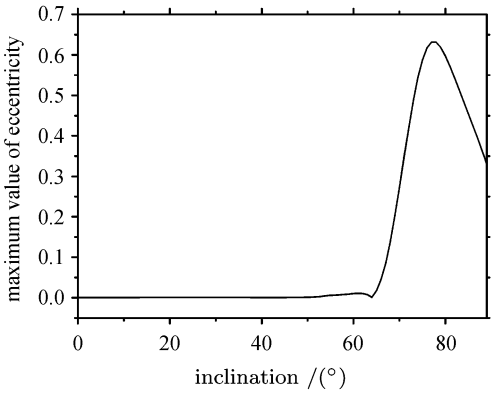

图 1 轨道偏心率演化最大值随初始轨道倾角的变化

Fig. 1 Maximum value of orbit eccentricity during evolution varies with different initial orbit inclination

3 J_2 项和太阳光压作用下的偏心率演化

对于面质比很大的空间碎片, 太阳光压对轨道的影响会比较显著. 下面讨论在 J_2 项和太阳光压作用下偏心率的演化特征. 由式 (1)、式 (6) 和式 (7) 得

$$\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t} = -\frac{3}{2}k_0\sqrt{a(1-e^2)}B,$$

$$\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = -\frac{3J_2a_\mathrm{e}^2}{2p^2}n + \frac{3}{2}k_0\frac{\sqrt{a}e\sin\omega}{\sqrt{1-e^2}\sin i}C,$$

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{3J_2a_\mathrm{e}^2}{2p^2}n - \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}\cos i + \frac{3}{2}k_0\frac{\sqrt{a(1-e^2)}}{e}A = \frac{3J_22a_\mathrm{e}^2}{2p^2}n - \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} + \frac{3}{2}k_0\frac{\sqrt{a(1-e^2)}}{e}A + O(\sin i). \tag{11}$$

其中, n 由 $a^3n^2 = Gm_\mathrm{e}$ 定义, $p = a(1-e^2)$; A, B 和 C 分别定义为

$$\begin{aligned} A =& \frac{1}{4}\{(1+\cos i)[(1-\cos\varepsilon)\cos(\omega+\Omega+L)+ \\ & (1+\cos\varepsilon)\cos(\omega+\Omega-L)]+ \\ & (1-\cos i)[(1-\cos\varepsilon)\cos(\omega-\Omega-L)+ \\ & (1+\cos\varepsilon)\cos(\omega-\Omega+L)]+ \\ & 4\sin i[\sin\omega\sin L\sin\varepsilon]\} = \\ & \frac{1}{2}[(1-\cos\varepsilon)\cos(\omega+\Omega+L)+ \\ & (1+\cos\varepsilon)\cos(\omega+\Omega-L)] + O(\sin i), \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} B =& -\frac{1}{4}\{(1+\cos i)[(1-\cos\varepsilon)\sin(\omega+\Omega+L)+ \\ & (1+\cos\varepsilon)\sin(\omega\Omega-L)]+ \\ & (1-\cos i)[(1-\cos\varepsilon)\sin(\omega-\Omega-L)+ \\ & (1+\cos\varepsilon)\sin(\omega-\Omega+L)]- \\ & 4\sin i[\cos\omega\sin L\sin\varepsilon]\} = \\ & -\frac{1}{2}[(1-\cos\varepsilon)\sin(\omega+\Omega+L)+ \\ & (1+\cos\varepsilon)\sin(\omega+\Omega-L)] + O(\sin i), \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} C =& \sin i(\sin\Omega\cos L - \cos\Omega\sin L\cos\varepsilon)+ \\ & \cos i(\sin L\sin\varepsilon) = \\ & \sin L\sin\varepsilon + O(\sin i). \end{aligned} \tag{14}$$

其中, L 和 ε 分别为太阳的平黄经和平黄赤交角.

式 (11) 中已平均掉其短周期项以及 J_2 长周期项. 这些项的量级不超过 $O(J_2)$, 因此, 对轨道偏心率的影响不会很大. 在式 (11) 和 (13) 中均省略掉了 $\sin i$ 小量. 由于 GSO 轨道的碎片大多为小倾角轨道, 这样简化是合理的 [6]. 当轨道偏心率和倾角趋近于 0 时, 常微分方程组式 (11) 会出现奇点问题, 下面引入新的变量形式来避免非本质奇点.

$$\begin{aligned} & a, && \lambda = M+\omega+\Omega, \\ & \xi = e\cos(\omega+\Omega), && \eta = -e\sin(\omega+\Omega), \\ & h = \sin\cos\Omega, && k = -\sin i\sin\Omega. \end{aligned} \tag{15}$$

将式 (15) 代入式 (11) 即可得到采用新变量表示的动力学方程:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t} &= \frac{3J_2a_\mathrm{e}^2}{2p^2}n\eta - \frac{3}{2}k_0\sqrt{a}\cos\varepsilon\sin L, \\ \frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}t} &= -\frac{3J_2a_\mathrm{e}^2}{2p^2}n\xi - \frac{3}{2}k_0\sqrt{a}\cos L. \end{aligned} \tag{16}$$

其中已经省略掉了含有 e^2 因子的项. 求解常微分方程式 (16) 得

$$\begin{aligned} \xi =& A_0\cos(\alpha t+\gamma_0) - \frac{3}{2}k_0\sqrt{a}\frac{n_\mathrm{s}\cos\varepsilon+\alpha}{\alpha^2-n_\mathrm{s}^2}\cos L, \\ \eta =& -A_0\sin(\alpha t+\gamma_0) + \frac{3}{2}k_0\sqrt{a}\frac{n_\mathrm{s}+\alpha\cos\varepsilon}{\alpha^2-n_\mathrm{s}^2}\sin L. \end{aligned} \tag{17}$$

其中, n_s 为太阳平黄经的变率; α 为由 J_2 项造成的近地点方向长期角变率, 其表达式为

$$\alpha = \frac{3J_2a_\mathrm{e}^2n}{2a^2}; \tag{18}$$

A_0 和 γ_0 为求解常微分方程时产生的积分常数, 其值是由 ξ 和 η 的初值决定的. 假设 $A_0 > 0$, 由式 (15) 和式 (17) 可以得到偏心率的变化表达式

$$e = (\xi^2+\eta^2)^{1/2}. \tag{19}$$

为了验证解析表达式的正确性, 这里引入数值积分的方法. 在数值方法中考虑了 4×4 地球非球形引力系数、日月第三体引力和太阳光压力. 初始轨道根数为

$$\begin{aligned} & a_0 = 44\,241.095\,\mathrm{km}, \quad e_0 = 0.01, \quad i_0 = 20^\circ, \\ & \Omega_0 = 15^\circ, \quad \omega_0 = 30^\circ, \quad M_0 = 271.5424, \end{aligned}$$

面积质量比为 $10\,\mathrm{m^2\cdot kg^{-1}}$, 表面反射系数为 1.44. 由

图 2 可以看出, 表征偏心率变化的解析表达式 (19) 与数值积分得到的偏心率变化趋势符合得很好.

由式 (17) 还可以看出, 当 $\alpha = n_{\rm s}$ 时 (此时 $a = 12\,352.695\,{\rm km}$), 偏心率的演化会出现共振现象. 此时轨道近地点指向与太阳平黄经的变化率接近. 同样, 采用数值积分方法验证分析表达式中对共振现象的预测. 采用初始轨道根数为

$$\begin{aligned} &a_0 = 10\,000 \sim 16\,000\,{\rm km}, \quad e_0 = 0.01,\\ &i_0 = 20^\circ, \quad \Omega_0 = 15^\circ,\\ &\omega_0 = 30^\circ, \quad M_0 = 271^\circ.5424, \end{aligned}$$

考虑的摄动力因素与图 2 中相同. 碎片的面积质量比为 $1\,{\rm m}^2\cdot{\rm kg}^{-1}$, 反射系数为 1.44. 数值积分的时长为 20 年, 图 3 给出的是不同初始轨道半长径下, 轨道偏心率在 20 年演化中的最大值. 从图 3 可以看出, 当 α 与 $n_{\rm s}$ 接近时 (对应图 3 中峰值位置), 偏心率演化受共振现象的影响非常显著.

就 GTO 轨道的空间碎片而言, 太阳平黄经的变化率 $(0.9856^\circ\cdot{\rm d}^{-1})$ 要远大于近地点方向的角变率 $(0.0113^\circ\cdot{\rm d}^{-1})$. 因此, 可对式 (17) 做如下近似:

$$\begin{aligned} \xi =& A_0\cos(\alpha t+\gamma_0)+\frac{3k_0\sqrt{a}}{2n_{\rm s}}\cos\varepsilon\cos L,\\ \eta =& A_0\sin(\alpha t+\gamma_0)-\frac{3k_0\sqrt{a}}{2n_{\rm s}}\sin L. \end{aligned} \tag{20}$$

对于相同的轨道偏心率, 由于 ξ 和 η 的长周期变化, 当初始时刻偏心率位于长周期变化的波谷时, 偏心率演化的最大值就会比波峰的情况要大. 根据式 (20), 初始偏心率位于波谷的情况对应于 $L_0 = \gamma_0 + 180^\circ$, 此时 ξ 和 η 的初值为

$$\begin{aligned} \xi =& e_0\cos(\omega_0+\Omega_0) =\\ &\Big(-A_0+\frac{3k_0\sqrt{a}}{2n_{\rm s}}\cos\varepsilon\Big)\cos L_0,\\ \eta =& -e_0\sin(\omega_0+\Omega_0) =\\ &\Big(A_0-\frac{3k_0\sqrt{a}}{2n_{\rm s}}\Big)\sin L_0. \end{aligned} \tag{21}$$

由式 (21) 可以得到 $\omega_0+\Omega_0$, 从而得到初始近地点的指向. 例如, 对于 $e_0 = 0.1$, $L_0 = 144.8173^\circ$ 的情况, 当 $\Omega_0+\omega_0 = 326.6472^\circ$ 时, 符合初始偏心率位于长周期变化波谷的条件. 图 4 中数值积分结果很好地证明了以上分析的正确性. 其中, 考虑 J_2 项摄动和

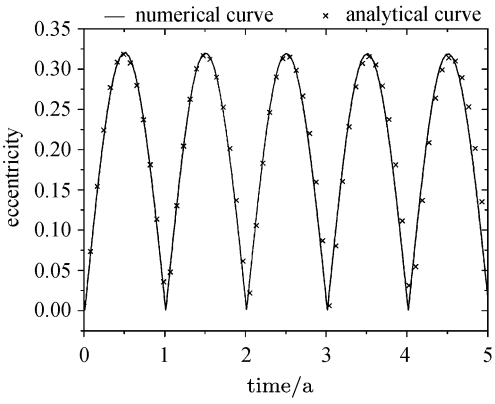

图 2 数值法和分析法得出的轨道偏心率的演化

Fig. 2 Evolution of eccentricity computed by both numerical and analytical methods

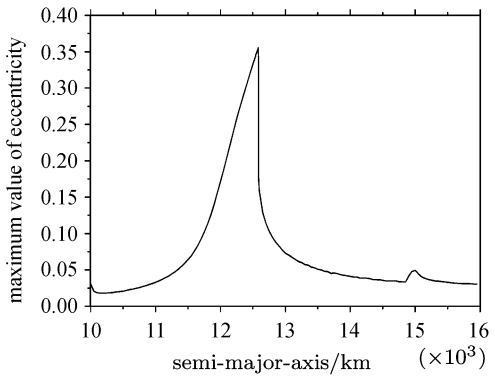

图 3 J_2 太阳光压共振作用下初始轨道半长径对偏心率演化最大值的影响

Fig. 3 Numerical simulation of maximum value of eccentricity during 20 years' evolution with different initial semi-major-axis

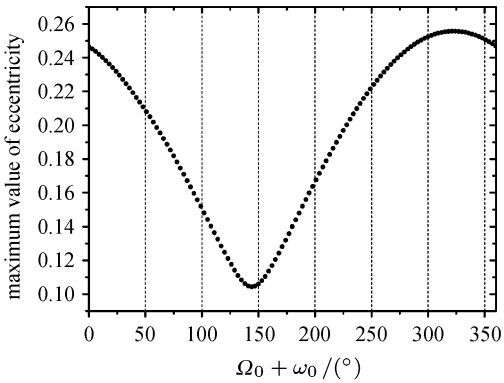

图 4 偏心率演化最大值随初始近地点方向的变化

Fig. 4 Maximum values of eccentricity during 50 years' evolution for different value of $\Omega_0+\omega_0$ under influence of radiation pressure and J_2 term

太阳光压摄动, 初始轨道根数为

$$a_0 = 44\,241.095\,\mathrm{km}, \quad e_0 = 0.1,$$
$$i_0 = 10^\circ, \quad \Omega_0 = 0^\circ,$$
$$\omega_0 = 0^\circ \sim 360^\circ, \quad M_0 = 271.5424^\circ,$$

面质比为 $10\,\mathrm{m^2\cdot kg^{-1}}$, 表面反射系数为 1.44. 对不同的初始轨道根数分别积分 50 年, 给出偏心率演化最大值与 $\omega_0 + \Omega_0$ 的关系.

4 结论

分析了高轨道空间碎片分别在 J_2 第三体引力和 J_2 太阳光压作用下的偏心率演化问题. 对于前者, 当 GTO 轨道空间碎片的初始轨道倾角大于临界倾角 $(63^\circ 26')$ 时, J_2 第三体引力的作用会导致大偏心率的出现. 对于后者, 构造了轨道偏心率变化的分析表达式, 其结果与数值积分结果符合得很好. 通过对偏心率分析表达式的进一步分析, 发现当轨道近地点指向与太阳平黄经变化率接近时, 会出现轨道共振现象. 此时, 对于面质比为 $1\,\mathrm{m^2\cdot kg^{-1}}$、反照率为 1.44 的空间碎片, 其轨道偏心率变化可达到 0.35. 根据分析解还发现了初始近地点方向与偏心率演化最大值之间的关系. 对于相同的初始轨道偏心率, 当初始近地点方向使得偏心率处于长周期变化的波谷时, 偏心率长周期变化的峰值最大.

参考文献

[1] Inter-Agency Space Debris Coordination Committee (IADC), Working Group 4 [C]//Proceedings of the 15th IADC Plenary Meeting, IADC-97-03. Houston, Texas: Johnson Space Center, 1997

[2] Schildknecht T, Musci R, Ploner M, *et al*. Optical observations of space debris in GEO and in highly-eccentric orbits [J]. *Adv. Space Res.*, 2004, **34**:901-911

[3] Liou J C, Weaver J K. Orbital evolution of GEO debris with very high area-to-mass ratios [J]. *Orbital Debris Quarterly News*, 2004, **8**(3):279

[4] Anselmo L, Pardini C. Orbital evolution of geosynchronous objects with high area-to-mass ratios [C]//Proceedings of the Fourth European Conference on Space Debris, ESA SP-587. Noordwijk, Netherlands: ESA Publications Division, 2005. 279-284

[5] McKee M. Flying blankets threaten satellites [J]. *New Scienti.*, 2004, 2460

[6] Valk S, Lemaitre A, Anselmo L. Analytical and semi-analytical investigations of geosynchronous space debris with high area-to-mass ratios [J]. *Adv. Space Res.*, 2008, **41**:1077-1090

[7] Kaula W M. Theory of Satellite Geodesy [M]. Waltham, Mass: Blaisdell Publishing, 1966

[8] Kozai Y. The motion of a close Earth satellite [J], *Astron. J.*, 1959, **64**(9):367-377

[9] Liu L. Orbit Mechanic of Close Earth Satellite [M]. Beijing: Higher Education Press, 1992

[10] Xin W, Lin L. Another mechanism of restricting the lifetime of orbiting satellites [J]. *Chin. Astron. Astrophys.*, 2002, **26**:489-496